

Oponentský posudek doktorské disertační práce

QUADRATIC CLIPPING AND ITS GENERALIZATION FOR POLYNOMIAL SYSTEMS

autora Mgr. Michaela Bartoně

Předkládaná doktorská disertační práce se věnuje problematice hledání kořenů polynomu na daném intervalu, resp. hledání řešení soustavy polynomiálních rovnic na dané oblasti s využitím metod geometrického modelování. Jde o úlohy, které se v geometrickém modelování často vyskytují, např. v souvislosti s hledáním průniků křivek a ploch, při výpočtech konvexních obalů, v souvislosti s vykreslováním objektů zadaných po částech racionální parametrickou reprezentací atd. Jako velmi zajímavý a inspirující se jeví především mezioborový přesah předkládané práce, kdy úkoly numerické matematiky jsou řešeny aparátem geometrického modelování, a to zařazením Bézierových křivek a ploch a hledáním jejich průniků.

Základem pro zpracování této disertační práce se stala známá metoda nazývaná Bézier clipping vycházející ze vztahu Bézierových křivek a konvexního obalu jejich řídicích bodů (convex hull property). Autor provedl vylepšení stávající metody (tzv. Quadratic Bézier clipping) včetně implementace algoritmu a navíc ukázal možnosti zobecnění metody pro řešení soustav polynomiálních rovnic.

Posuzovaná práce představuje systematické pojednání o studované problematice a přináší nové výsledky, které rozšiřují dosavadní znalosti o využití principu Bézier clippingu při řešení polynomiálních rovnic a jejich soustav, a to především v těchto dvou oblastech.

1. Nové je použití kvadratické aproximace daného polynomu vzhledem k L^2 normě při Bézier clippingu, čímž dochází k zásadnímu vylepšení řádu konvergence (obzvláště v případě jednoduchého kořene).
2. Novou problematikou v předmětné oblasti je studium možností zařazení Bézier clippingu pro případ soustav dvou polynomiálních rovnic o dvou neznámých. Toto téma se ukazuje jako velmi nosné a předpokládám, že autor se v blízké budoucnosti bude studiu této problematiky dále věnovat. Především se nabízí možnost opětovného použití kvadratických aproximací vzhledem k L^2 normě, neboť oproti rovinné problematice autor pracuje v tomto druhém algoritmu „pouze“ s lineárními aproximanty.

První kapitoly předkládané práce jsou věnovány zavedení základních pojmů a rekapitulaci současného stavu studované problematiky. Jde především o shrnutí poznatků o Bézierových křivkách, plochách tenzorového součinu a souvisejících tématach, jakými jsou např. duální báze, metody zvýšení počtu vrcholů řídicího mnohoúhelníka křivky a sítě plochy atd. Autorův přístup je v souladu se současnými trendy a stupněm rozvoje uvažované problematiky a dává dostatečný přehled o momentálním stavu bádání v dotčeném oboru. Větší přehledností by možná přispělo, kdyby zavádění nových pojmů bylo formalizováno do číslovaných definic a nebylo prováděno jen v rámci běžného textu. V závěru úvodních partií je podrobněji diskutována metoda „standardního“

Bézier clippingu – autor uvádí příslušný algoritmus, zmiňuje řád konvergence této metody ($d = 2$) a diskutuje možný „false-positive“ závěr metody.

Jádrem práce jsou ovšem následující kapitoly, které obsahují vlastní autorův přínos. Třetí kapitola představuje metodu kvadratického clippingu, která modifikuje „standardní“ Bézier clipping ve způsobu volby vhodného aproximantu polynomu, jehož kořeny jsou hledány – místo lineárního je zvolen aproximant kvadratický. Autor formuluje přehledný a srozumitelný algoritmus a diskutuje jeho jednotlivé kroky. Následně je studován řád konvergence metody, který je $d = 3$ pro jednoduchý kořen a $d = 3/2$ pro dvojnásobný kořen. Ve čtvrté kapitole je následně provedeno podrobné srovnání nově navrženého algoritmu s algoritmem Bézier clippingu na základě několika kritérií, jakými jsou např. řád konvergence, počet operací na jeden iterační krok, počet iteračních kroků pro dosažení výsledku požadované přesnosti a výpočetní čas potřebný k získání výsledku požadované přesnosti. Algoritmy byly implementovány v jazyce C a v CAS Maple, obdržené výsledky jsou dostatečně dokladovány provedenými experimenty.

Pátá kapitola obsahuje návrh zobecnění Bézier clippingu pro soustavu dvou polynomiálních rovnic o dvou neznámých. Opět je sestaven přehledný algoritmus a podrobně probány jeho jednotlivé kroky. Oproti hledání kořenů jednoho polynomu není přesně zjištěn řád konvergence této metody, nicméně dle vyjádření autora se na důkazu pracuje – autor předpokládá $d = 2$ pro jednoduché kořeny.

V práci jsem našel několik nepřesností jako např.

- | | |
|---------------------|--|
| str. 1, ř. +6-7 | v případě hledání průsečíku přímky a parametricky zadané plochy řešíme soustavu <i>tří</i> rovnic o <i>třech</i> neznámých |
| str. 4, ř. +2 | clipping |
| str. 4, ř. -1 | length |
| str. 5, ř. +10 | <i>their</i> intersection |
| str. 5, ř. -8 | clipping |
| str. 6, ř. +10 | chybně tvar Bernsteinových polynomů: (t^{n-i}) místo $(1-t)^{n-i}$ |
| str. 11, ř. +2 | <i>the given</i> parabola |
| str. 12, ř. -4 | $\mathbf{b}_i^0 = \mathbf{b}_i$ |
| str. 14 | chybně uvedeny poslední členy ve druhém a třetím řádku schématu de Casteljauova algoritmu |
| str. 15 | chyba ve vztahu (14) $\dots + \sum_{i=0}^{n+1} \frac{i}{n+1} B_i^{n+1}(t) b_{i-1}$ |
| str. 16, ř. -4 | $n + r + 1$ řídicích bodů |
| str. 20 | proč ve vztahu (22) není použito $B_i^m(u)$, $B_i^n(v)$ jako ve vztahu (20) ? |
| str. 26, vztah (27) | proč není použito $B_i^{m+1}(u)$? Dále má být správně $q_i(u)$ (ve vztahu (27) i v následujícím řádku) |
| str. 29, ř. +1 | creates |
| str. 29, ř. +9 | concerning |

Dále mám několik následujících poznámek či dotazů:

- Byť jde o pojmy dostatečně známé, myslím, že stejně jako byly v úvodních partiích (Preliminaries) připomenuty základní pojmy geometrického modelování, stejně tak mohly být připomenuty i základní pojmy numerické matematiky (rychlost konvergence, řád konvergence atd.)

- Co bylo hlavním důvodem nepoužití kvadratické aproximace v případě soustavy dvou polynomiálních rovnic o dvou neznámých vzhledem k očekávanému lepšímu řádu konvergence?
- Byla prováděna (alespoň v experimentální části) nějaká zkoumání s využitím kubických či kvartických aproximantů?
- Je možné zhodnotit známost metody Bézier clippingu mezi numerickými matematiky?

Lze konstatovat, že práce je psána srozumitelně a přehledně, je dobře čitelná, použité výsledky jsou přesně citovány, odkazy na literaturu jsou dostatečné (možná jen formát odkazů mohl být zvolen vhodněji – „*see ...*“, „*more details in ...*“, atd.), formální a tiskové chyby se prakticky nevyskytují. Oceňuji časté zařazování obrázků k osvětlení problémů či k prezentaci výsledků. Rovněž bych chtěl vyzdvihnout, že práce je napsána v anglickém jazyce, a to na velmi slušné úrovni.

Stanovený cíl disertace byl bez pochyby splněn, použité metody jsou moderní a odpovídající problému, vlastní přínos je jasně vymezen. O tom svědčí i skutečnost, že část výsledků práce již byla přijata k publikaci v kvalitním recenzovaném časopise, což je mimo jiné známka autorova plnohodnotného začlenění do odborné komunity. Předpokládám, že i zbývající část výsledků předkládané práce bude v brzké době po dokončení zkoumání, která autor v práci popisuje a navrhuje, publikována.

Závěr:

Autor předloženou práci dokumentuje, že zvládá metodiku vědecké činnosti. Práce splňuje všechny požadavky kladené na disertační práce k získání akademického titulu doktor. Proto navrhuji, aby práce Michaela Bartoně byla přijata jako disertační a aby po její úspěšné obhajobě byl Mgr. Michaelu Bartoňovi udělen doktorský titul.

Plzeň, 2. 3. 2007



RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.

KMA FAV ZČU v Plzni
Univerzitní 22, 301 00 Plzeň