

**Posudek oponenta na doktorskou disertační práci Mgr. Petra Pošty:  
Baire and Harmonic Functions**

Disertační práce sestává ze šesti článků: tři z nich byly publikovány, jeden je přijat k publikaci a dva jsou zaslány k publikaci. Těžištěm práce jsou tyto čtyři články:

- [A] Note on the Stability of the Dirichlet Problem and the Poisson Equation
- [B] Dirichlet Problem and Subclasses of Baire-one Functions
- [C] Approximations by differences of lower semicontinuous and finely continuous functions (společně s J. Lukešem)
- [D] On differences of semicontinuous functions and perfect classes

Zbývající krátké poznámky (se spoluautory) přinášejí řešení dvou otevřených problémů z teorie kontinuí.

Článek [A] je věnován stabilitě řešení Dirichletovy úlohy klasické teorie potenciálu. Částečně byl inspirován výsledkem W. Arendta a D. Danerse, kteří stabilitu charakterizovali pomocí limitního chování distributivního řešení Poissonovy rovnice. Autor jejich přístup modifikuje a stabilitu studuje pro řešení Poissonovy rovnice s hladkou pravou stranou. Klasický výsledek o stabilitě pro omezenou otevřenou množinu bývá většinou formulován pro topologicky regulární množiny  $U$ , tj. pro množiny splňující  $U = \overline{U}^\circ =: \tilde{U}$ . Pak se lze odvolat na známou charakterizaci stability pro kompaktní množinu  $\overline{U}$ . Pro  $U$  nesplňující podmínku topologické regularity autor k důkazu stability užívá jemnější argumenty založené na pojmu tenkosti, což není nutné. Pokud totiž je množina  $\tilde{U} \setminus U$  polární, je  $U$  stabilní, právě když  $\tilde{U}$  je stabilní. Jestliže  $\tilde{U} \setminus U$  není polární, pak  $U$  není stabilní (to plyne z argumentu na str. 17 disertace). V rámci diskuse při obhajobě bude účelné vyjasnit oprávněnost tvrzení o existenci funkce  $g$  v důkazu Theorem I.13 pro libovolnou omezenou otevřenou množinu. Bude také účelné se zabývat tvrzeními z Remark I.15.

Práce [B] přináší původní výsledky o řešení zobecněné Dirichletovy úlohy v klasické teorii potenciálu na otevřených množinách z hlediska baireovské klasifikace. Věty II.7 a II.8 o  $B_{1/2}$  představují autorův přínos k problematice a považují je za zajímavé. V druhé části článku jsou dokázány analogické výsledky pro operátor řešení abstraktní Dirichletovy úlohy v kontextu Choquetovy teorie. Poznatky získané pro okrajové podmínky, které jsou rozdílem zdola polospojitéch funkcí, jsou nové.

V článku [C] jsou studovány rozdíly polospojitéch funkcí v kontextu jemné topologie v lineární i nelineární teorii potenciálu, hustotní topologie a kategoriální topologie. Pro věty o aproximaci je vysvětlena a zdůrazněna role Luzinovy-Menšovovy vlastnosti. Jedná se ze značné části o přehledový článek, avšak výklad zahrnuje nové či zjednodušené důkazy (např. aproximace funkcí 1. Baireovy

třídy v bitopologické situaci, Luzinova-Menšovova vlastnost v jemné topologii, Evansova-Choquetova věta o polárních množinách).

Práce [D] je věnována pojmu transfinite oscilace a jejího vztahu k funkcím reprezentovatelným jako rozdíly omezených zdola polospojitéch funkcí. Autor zobecňuje Rosenthalův výsledek na případ obecného topologického prostoru. Transfinite oscilace je klíčem k autorovu novému důkazu věty o perfektních třídách pro různé prostory rozdílů polospojitéch funkcí (ve znění Theorem IV.10 má být, s ohledem na poněkud neobvyklou definici polospojítosti, uvedeno, že jde o reálné funkce, což je ovšem z kontextu patrné). V důkazu Proposition IV.9 není jasné, jak se v konstrukci využívají podmínky kladené na konstanty  $C_n$ .

Disertační práce je sepsána pečlivě. Přináší nové výsledky či nové důkazy a svědčí o širokém autorově přehledu v řadě matematických disciplín, a to především v teorii reálných funkcí, v klasické teorii potenciálu, v teorii míry a integrálu, ve funkcionální analýze (zejména Choquetova teorie), v obecné topologii a také v teorii kontinuí. Výhrady uvedené v textu posudku nemají zásadní vliv na celkové pozitivní hodnocení disertace. Jsem přesvědčen, že autor v disertaci prokázal schopnost samostatné vědecké práce v matematické analýze a získal nové výsledky, zobecnění, či nové důkazy.

Na základě úspěšné obhajoby doporučuji Mgr. Petru Poštovi udělení akademického titulu Ph.D.

V Praze 30. června 2017

Prof. RNDr. Ivan Netuka, DrSc.