

Název práce: Baireovské a harmonické funkce

Autor: Petr Pošta

Katedra: Katedra matematické analýzy

Vedoucí disertační práce: prof. RNDr. Jaroslav Lukeš, DrSc., Katedra matematické analýzy

Abstrakt: Tato práce se sestává ze šesti původních publikací. První čtyři se zabývají tématy spojenými s teorií potenciálu, funkcemi první Baireovy třídy a jejich podtřídami, zejména rozdíly polospojitých funkcí. První článek je věnován stabilitě Dirichletovy úlohy, pro niž je dokázáno nové kritérium za pomoci Poissonovy rovnice. Ve druhé publikaci je ukázáno vylepšení nedávného výsledku z článku Lukeš a kol. (2003). Konkrétně je zde dokázáno, že zobecněné řešení klasické Dirichletovy úlohy náleží do podtřídy $B_{1/2}$ funkcí první Baireovy třídy. Je také ukázáno zobecnění tohoto výsledku v abstraktním kontextu Choquetovy teorie funkčních prostorů. Konečně je zde diskutována abstraktní Dirichletova úloha pro nespojitou okrajovou podmínku náležející do třídy rozdílů polospojitých funkcí. Třetí článek se soustředí na Lusinovou–Menshovovu vlastnost a s ní související problém stejnoměrné aproximace jemně spojitých funkcí první Baireovy třídy rozdílem dvou jemně spojitých a zároveň polospojitých funkcí. Je zde uveden přehled topologií (od různých hustotních topologií po jemné topologie vyskytující se v lineární a nelineární teorii potenciálu), kde lze tuto techniku uplatnit, společně s několika novými důkazy. Ve čtvrté publikaci je ukázáno zobecnění Rosenthalovy charakterizace rozdílu dvou omezených polospojitých funkcí z metrického na obecný Hausdorffův topologický prostor. Jako aplikace je zde podán alternativní důkaz, že třída rozdílů dvou (omezených i neomezených) polospojitých funkcí je tzv. perfektní třídou funkcí. V posledních dvou publikacích se věnujeme dvěma otevřeným problémům z teorie kontinuí v obecné topologii. V první z nich je ukázána kladná odpověď na problém J. J. Charatonika, W. J. Charatonika and J. R. Prajse, zda existuje řetězec dendritů, který nemá supremum v monotónním uspořádání. Ve druhé je ukázáno negativní řešení problému Y. Ohsudy, zda pokud X je obloukově spojitě kontinuum s volným obloukem a vlastností pevného bodu pro monotónní otevřená zobrazení, pak už je nutně X jednoduchá uzavřená křivka.

Klíčová slova: Funkce první Baireovy třídy, Harmonické funkce, Dirichletova úloha, Dirichletovo řešení, Lusinova–Menshovova vlastnost, Rozdíly polospojitých funkcí, Teorie kontinuí v obecné topologii