



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Kryštof Čížek

Numerická analýza Hillsova mechanismu

Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jaroslav Haas, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2017

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 18. 7. 2017

Podpis autora:

Děkuji doc. Ladislavu Šubrovi za poskytnutí numerického integrátoru, neboť i po dokončení bakalářské práce nejsou moje programovací schopnosti dostačující na napsání mého vlastního v odpovídajícím čase. A především děkuji doktoru Jaroslavu Haasovi za vedení a popostrkávání mě při práci správným směrem.

Název práce: Numerická analýza Hillsova mechanismu

Autor: Kryštof Čížek

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jaroslav Haas, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Interakce tří těles je obecně velmi chaotický a těžce řešitelný problém. Případ, kdy dvojhvězda nalétá na třetí, těžší těleso, je speciální konfigurace tohoto problému. Tu zkoumal J. G. Hills ve svých člancích (Hills, 1988, 1991), přičemž při interakci těchto tří těles dojde buďto k úplnému rozpadu systému na tři nevázaná tělesa, k přežití původní dvojhvězdy, nebo nahrazení jedné složky dvojhvězdy těžším tělesem – tzv. výměnná interakce. Pokud dojde k výměnné interakci, je zpravidla nahrazené těleso velkou rychlostí vystřeleno ze systému a tento efekt nazýváme Hillsův mechanismus. V takovém případě má dvojhvězda po interakci zpravidla větší vazebnou energii a je tak odolnější proti případnému dalšímu rozpadu. Hillsovy výsledky jsou ale nedostačující například pro efekty v rámci jádra naší galaxie. Numerickým integrováním jsme modelovali nálety dvojhvězdy na třetí, těžší těleso, čímž jsme mohli Hillsovy výsledky ověřit a rozšířit o počáteční podmínky, které lépe odpovídají situacím v rámci galaktického jádra.

Klíčová slova: Hillsův mechanismus Rozpad dvojhvězd Tříčásticové integrování

Title: Numerical analysis of the Hills mechanism

Author: Kryštof Čížek

Institute: Astronomical Institute of the Charles University in Prague

Supervisor: RNDr. Jaroslav Haas, Ph.D., Astronomical Institute of the Charles University in Prague

Abstract: Interaction of three bodies is generally quite chaotic and a problem difficult to solve. Case in which binary star approaches third, heavier body is a special configuration of this problem and was investigated by J. G. Hills in his articles (Hills, 1988, 1991). In such interaction, either absolute breakup of the system to three independent bodies, survival of the binary star, or replacement of one component of the binary by the heavier body would occur – an exchange collision. If the replacement is to happen, the exchanged body is ejected away from the system with high velocity and such effect we call Hills mechanism. In such case the binary star usually has higher binding energy and is much more resistant if such situation were to occur again. However, Hills' results are not sufficient e.g. for effects within the core of our galaxy. Using numerical integration we modelled approximations of binary stars to a third, heavier body, thanks to which we could verify Hills' results and expand on them with initial conditions which are more suited to situations occurring within the core of our galaxy.

Keywords: Hills mechanism Binary star dissociation Three-body integration

Obsah

Předmluva	2
1 Úvod	3
1.1 Problém dvou těles	3
1.2 Problém tří těles a Hillsova konfigurace	5
1.3 Popis metody a vstupních parametrů	5
1.4 Způsoby ukončení integrace	8
2 Výsledky	10
2.1 Pravděpodobnost rozpadu systému	10
2.2 Pravděpodobnost výměnné interakce	15
2.3 Změna vazebné energie	20
2.4 Rychlost vystřelení hvězdy při výměnné interakci	24
2.5 Velká poloosa nové dvojhvězdy	27
2.6 Excentricita výsledné dvojhvězdy	29
2.7 Směr odletu hvězdy při výměnné interakci	35
2.8 Závislost směru vystřelení hvězdy na natočení původní dvojhvězdy	39
2.9 Velikost oblasti odletu hvězdy	43
Závěr	44
Seznam použité literatury	45
Seznam obrázků	46

Předmluva

Problém tří těles je obecně velmi těžce analyticky řešitelný. Pro systém totiž nemáme dostatek integrálů pohybu, a tak jediné dnes známé analytické řešení je ve formě mocninné řady, která velmi pomalu konverguje (Sundman, 1912). Praktičtější tedy je řešit problém pomocí numerické integrace. Jednou z možných konfigurací je případ, kdy dvojhvězda nalétá na třetí, těžší těleso. Tu zkoumal J. G. Hills ve svých článcích (Hills, 1988, 1991) a stejně tak ji budeme používat my pro ověření jeho článků i pro zkoumání našich nových výsledků.

Pokud se dvojhvězda dostane do blízkosti hmotnějšího tělesa, než je hmotnost jejích jednotlivých složek, slapové síly ji mohou roztrhnout. V takovém případě potom dojde buď k naprostému rozbití systému, kdy každé ze tří těles odlétá jiným směrem, nebo k výměně jedné složky dvojhvězdy za hmotnější těleso, přičemž nahrazená hvězda je vystřelena ze systému pryč. Za takových okolností interakci nazýváme Hillsův mechanismus, který je jedním z hlavních efektů, které v této práci zkoumáme. Hmotnější těleso může být například černá díra nebo výrazně těžší hvězda.

Astrofyzikální motivací pro tento případ mohou být galaktická jádra. Soudí se totiž, že v jádru každé galaxie se nachází supermasivní černá veledíra o hmotnosti stovek tisíc až miliard hmotností Slunce. Okolo této černé díry se zpravidla nachází velké množství dvojhvězd, které s ní mohou interagovat (viz například Perets a kol., 2009). Méně masivní černé díry můžeme podle posledních poznatků nalézt kupříkladu v centrech hvězdokup (Perera a kol., 2017). Podle nedávných pozorování se v galaktickém halu nachází minimálně několik desítek hvězd spektrální třídy B, které směřují směrem od jádra galaxie rychlostí vyšší, než je úniková rychlost Mléčné dráhy (Brown, Geller a Kenyon, 2014). Předpokládá se, že kromě hvězd třídy B, které jsou velmi jasné, a tedy dobře pozorovatelné, se bude v halu nacházet i velké množství méně jasných unikajících hvězd (Vickers, Smith a Grebel, 2015). Na druhou stranu se ve velmi těsné blízkosti ($\leq 0,04$ pc) ke středu galaxie nacházejí tak zvané S-hvězdy, které jsou na černou díru silně navázány. Jednou z předpokládaných možností, jak by rychle unikající hvězdy mohly daných rychlostí dosáhnout, je právě Hillsův mechanismus. V takovém případě by byl vysvětlen i výskyt S-hvězd, protože velmi vázané páry jsou také výsledkem Hillsova mechanismu (Šubr a Haas, 2016). Naše zkoumání pohybů dvojhvězd v okolí těžšího tělesa tedy nachází uplatnění jak ve studiu pohybů hvězd v okolí jádra galaxie, tak v okolí menších černých děr a jiných hmotných objektů.

Cílem této práce je ověřit původní Hillsovy výsledky a vhodným způsobem je rozšířit, aby tak byly použitelné i v rámci efektů v okolí galaktických jader. Další motivací pro psaní této práce byly některé články, zmíněné dále, které jako výsledek Hillsova mechanismu automaticky berou orbity s velmi velkou excentricitou. To ale z Hillsových článků přímo neplyne, a tak jsme se rozhodli tyto předpoklady buď potvrdit, nebo vyvrátit.

1. Úvod

Námi zkoumané systémy jsou spojením problému dvou a tří těles. Oba tyto problémy tedy na začátek zavedeme. Dále v první kapitole popíšeme počáteční konfiguraci systému a jeho parametry, které v práci používáme.

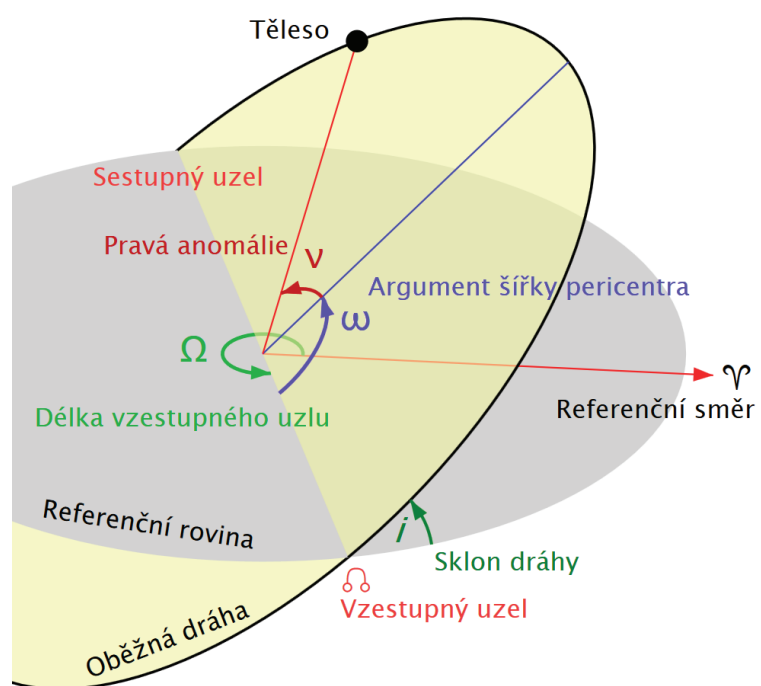
1.1 Problém dvou těles

Keplerova úloha, nebo též problém dvou těles, je problém, kdy spolu gravitačně interagují dvě tělesa a my chceme nalézt jejich polohy a rychlosti v závislosti na čase. Pohyb těles o hmotnostech M_1 a M_2 v rámci dvojhvězdy je tedy případ problému dvou těles. Řešením je pohyb hvězd po kuželosečkách, pokud na sebe jsou navíc hvězdy vázány, jedná se o elipsy a speciálně o kružnice. Tělesa v dvojhvězdě obíhají okolo společného těžiště, pro zjednodušení výpočtů je ale výhodnější brát konfiguraci tak, jako by těleso o hmotnosti $\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ obíhalo okolo nehybného bodu o hmotnosti $M = M_1 + M_2$. Jako velká poloosa a excentricita dráhy dvojhvězdy se pak bere velká poloosa a excentricita elipsy, po které obíhá smyšlené těleso o hmotnosti μ v námi nově zavedené konfiguraci.

Pro popis oběžné dráhy dvojhvězdy se zavádí sedm elementů dráhy. Jsou to:

- velká poloosa dráhy a – střední vzájemná vzdálenost těles
- excentricita e , tj. výstřednost dráhy
- inklinace i , tj. sklon dráhy k referenční rovině
- délka vzestupného uzlu Ω udávající úhlovou vzdálenost vzestupného uzlu od referenčního směru
- argument šířky pericentra ω , který udává úhlovou vzdálenost pericentra a vzestupného uzlu
- pravá anomálie ν , která udává okamžitou polohu na eliptické dráze vzhledem k pericentru dráhy
- epocha, tj. ekvinokcium udávající okamžik v čase, kdy polohy hvězd měříme

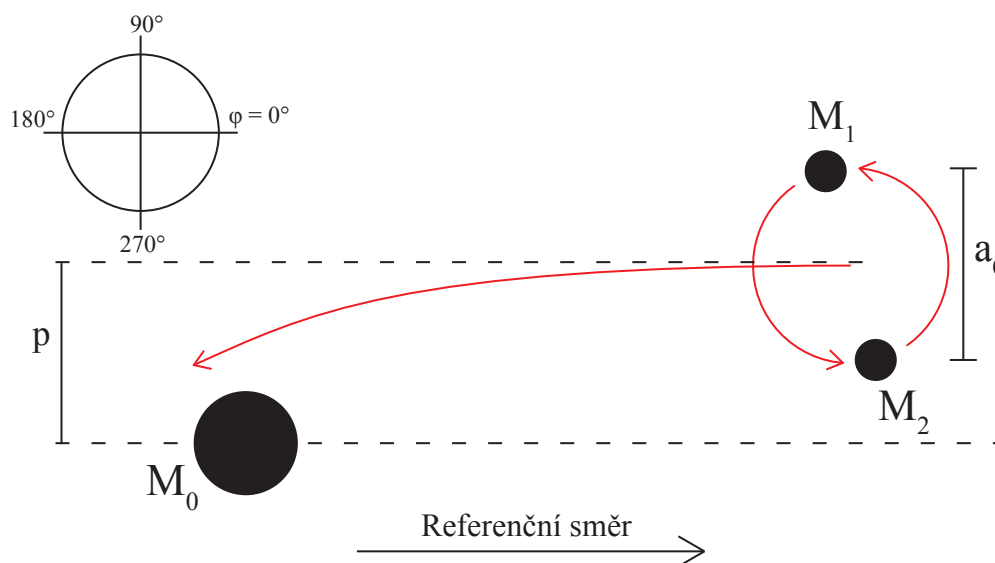
Veličiny jsou znázorněny v obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: Elementy dráhy. Zdroj: cs.wikipedia.org, článek Elementy dráhy

1.2 Problém tří těles a Hillsova konfigurace

Problém tří těles je oproti Keplerově úloze obecně velmi chaotický, bez zjevné periody a nemáme pro něj dostatek integrálů pohybu, takže neexistuje jednoduché analytické řešení jako u problému dvou těles. Jediné analytické řešení je v podobně mocninné řady, která velmi pomalu konverguje, takže je výhodnější řešit problém tří těles numerickou metodou. Speciálním případem této úlohy je konfigurace, se kterou ve svých modelech pracoval Hills. Při té dvojhvězda s velkou poloosou a_0 , excentricitou e a se složkami o hmotnostech M_1 a M_2 přilétá k těžšímu tělesu o hmotnosti M_0 (viz obr. 1.2). Inklinaci, délku vzestupného uzlu, argument šířky pericentra a pravou anomálii, které souhrnně nazýváme „natočení“ dvojhvězdy, Hills vybíral náhodně.



Obrázek 1.2: Počáteční konfigurace při zkoumání Hillsova mechanismu. Referenční rovina je zde rovina papíru. Sférické souřadnice, z nichž jedna je znázorněna v obrázku vlevo nahoře, budou zavedeny v kapitole 2.7. Znázornění dvojhvězdy je pouze schematické – dvojhvězda může mít různě natočenou rovinu oběhu vůči třetímu tělesu a může obíhat oběma směry.

1.3 Popis metody a vstupních parametrů

Všechny výsledky jsme získávali pomocí tříčásticového integrátoru `3body-MTc`, který pracuje s Newtonovými pohybovými rovnicemi a který nám poskytl Ladislav Šubr. Ten funguje na základě Bulirschovy-Stoyerovy metody, kdy program na začátku zná polohy, rychlosti a hmotnosti našich tří těles. Pomocí Newtonových pohybových rovnic může vypočítat síly působící v systému a následně systém z času t posunout do času $t + H$. Tento jeden krok sestává z n menších podkroků velikosti $h = H/n$. Tímto způsobem po malých krocích extrapolujeme funkce, které jsou řešením Newtonových rovnic. Každý krok velikosti H nejdříve program zkusí udělat s malým počtem podkroků n , spočítá přesnost celého výpočtu a pokud není v limitu, který si sami předem volíme, zdvojnásobí počet

podkroků n a celý proces provede znovu. Pokud přesnost dostačující je, přejde k dalšímu kroku H . I když jsou kroky hodně malé, nikdy nemohou být absolutně přesné, a tak po několika tisících krocích se i se stejnými počátečními podmínkami mohou výsledky výrazně lišit při použití různých druhů integrátorů nebo jiných nastavených přesnostech. To je důvodem, proč v celé práci pracujeme pouze se statistickými veličinami.

Při zkoumání Hillsova mechanismu jsme brali vždy obě dvě složky dvojhvězdy o stejné hmotnosti, $M_1 = M_2 = 1$, a její velkou poloosu $a_0 = 4$. V naší práci pracujeme s veličinami bez jednotek. Newtonovy pohybové rovnice, které v integrátoru používáme, se totiž dají přeskálovat na jednotky libovolné. Dosažené výsledky jsou tedy potom flexibilnější, protože je můžeme aplikovat na konfigurace systému s libovolnými jednotkami hmotnosti a vzdálenosti. Pro zjednodušení rovnic volíme jednotku času tak, aby gravitační konstanta byla $G = 1$. Jako jeden z prvních testů Hillsových závěrů jsme si vyzkoušeli, že výsledky se s různými hodnotami a_0 nemění, pokud veličiny s rozměrem vzdálenosti uvádíme právě v jednotkách a_0 . Hodnotu $a_0 = 4$ jsme zvolili jako variantu, kdy byly výpočty integrace o něco málo rychlejší. Excentricita původní dvojhvězdy je vždy $e_0 = 0,0001$ s výjimkou kapitoly 2.6, kde jsme počáteční excentricitu měnili. Všechny výsledky uvádíme v bezrozměrných veličinách, aby je tak bylo možné aplikovat na různé hodnoty veličin.

Pro naši konfiguraci tří těles je Lagrangeova funkce rovna

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^2 M_i v_i^2 - U, \quad (1.1)$$

kde v_i jsou rychlosti jednotlivých těles a

$$U = -G \left(\frac{M_0 M_1}{r_{01}} + \frac{M_0 M_2}{r_{02}} + \frac{M_1 M_2}{r_{12}} \right) \quad (1.2)$$

je potenciální energie systému. r_{ij} je v tomto případě vzájemná vzdálenost i -tého a j -tého tělesa. Předpis pro Lagrangeovu funkci můžeme přepsat do podoby

$$L = \frac{1}{2} \frac{(M_1 + M_2) M_0}{M_0 + M_1 + M_2} \dot{R}^2 + G \frac{M_0 (M_1 + M_2)}{R} + \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \dot{r}^2 + G \frac{M_1 M_2}{r} + \varepsilon, \quad (1.3)$$

kde R je vzdálenost tělesa M_0 od těžiště dvojhvězdy, r je vzdálenost těles M_1 a M_2 a tečka nad veličinou označuje časovou derivaci. ε je zbytek, který je velmi malý, pokud

$$R \gg r \left(\frac{M_0}{M_1 + M_2} \right)^{1/3}. \quad (1.4)$$

Vzdálenost r odpovídá velké poloose oběžné dráhy dvojhvězdy a_0 . Pokud je tedy těžiště dvojhvězdy od třetího tělesa dále než

$$s_{min} = 20a_0 \left(\frac{M_0}{M_1 + M_2} \right)^{1/3}, \quad (1.5)$$

můžeme dvojhvězdu brát jako hmotný bod, protože lagrangián se od tohoto případu bude lišit jen zanedbatelně.

Před integrací jsme nejdříve dvojhvězdu nechali vylétnout z nekonečna rychlostí v_{inf} se srážkovým parametrem p směrem k třetímu tělesu o hmotnosti M_0 (viz obr. 1.2). Následně jsme si analyticky spočítali polohu a rychlost jejího těžiště jako pro těleso s hmotností $M_1 + M_2$ ve vzdálenosti s_{min} od třetího tělesa. Jednalo se tedy o problém dvou těles, pro který máme jednoduché rovnice. Od této vzdálenosti jsme už využívali tříčásticovou integraci.

Při ověřování Hillsových výsledků a ve většině našich zkoumání jsme natočení dvojhvězdy (tj. inklinaci, délku vzestupného uzlu, argument šířky pericentra a pravou anomálii) volili náhodně generátorem pseudonáhodných čísel v programovacím jazyce **C** funkcí `rand()`. Výjimku tvoří zkoumání výsledků právě na základě natočení, kterému se budeme věnovat v kapitole 2.8.

Protože v práci používáme několik počátečních konfigurací systému, z nichž každá má jinou excentricitu nebo inklinaci a délku vzestupného uzlu oběžné dráhy dvojhvězdy, je přehlednější vypsát je do následující tabulky.

Název konfigurace	Počáteční excentricita	Inklinace a délka vzestupného uzlu
A	0,0001	náhodné
B1	0,1	náhodné
B6	0,6	náhodné
B9	0,9	náhodné
C1	0,0001	$i = 0, \Omega = 0$
C2	0,0001	$i = -\pi/2, \Omega = 0$
C3	0,0001	$i = \pi/2, \Omega = -\pi/2$
C4	0,0001	$i = \pi, \Omega = 0$

Tabulka 1.1: Zavedení používaných konfigurací.

Konfiguraci **A** používal v celé své práci Hills (1991), stejně tak jí používáme my v případech, kdy ověřujeme jeho výsledky. Konfigurace **B1**, **B6** a **B9**, které se od **A** liší v počáteční excentricitě dvojhvězdy, zkoumáme v kapitole 2.6, kde se mimo jiné zabýváme závislostí excentricity výsledného páru při výměnné interakci právě na excentricitě počáteční dvojhvězdy. Konfigurace **C1** až **C4**, které se od **A** liší v natočení roviny oběžné dráhy dvojhvězdy, používáme v kapitolách 2.7 a 2.8, kde zkoumáme směr odletu hvězdy při výměnné interakci v závislosti na natočení oběžné dráhy původní dvojhvězdy.

V konfiguracích **A**, **B1**, **B6** a **B9** volíme natočení dvojhvězdy, pod kterým souhrnně označujeme inklinaci, délku vzestupného uzlu, argument šířky pericentra a pravou anomálii, náhodně. V konfiguracích **C1** až **C4** už si inklinaci i délku vzestupného uzlu volíme sami, zatímco argument šířky pericentra i pravá anomálie jsou i zde voleny náhodně.

1.4 Způsoby ukončení integrace

Jako naprostý rozpad systému bere Hills situaci, kdy v systému nejsou žádné dvojhvězdy. Je těžké určit, zda opravdu nepřítomnost páru se zápornou energií dobrým způsobem odpovídá úplnému rozpadu systému. Lze totiž nalézt protipříklady, kdy v systému sice žádné vázané páry nejsou, ale přesto se výskytem třetího tělesa k sobě hvězdy vrátí. Například pokud máme situaci, kdy jsou dvě tělesa o hmotnosti $m_1 = m_2 = 1$ blízko sebe a obě se pohybují od společného těžiště rychlostí $v_1 = -v_2 = 5$ (viz obr. 1.3). Jejich vzdálenost je taková, aby energie byla co nejmenší, ale přesto kladná

$$E_{12} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 - \frac{m_1 m_2}{r_{12}} = 25 - \frac{1}{r_{12}}. \quad (1.6)$$

Pro vzdálenost potom platí

$$r_{12} = \frac{1}{25} + \varepsilon, \quad (1.7)$$

kde ε je malé, ale kladné. Ve větší vzdálenosti, stejně daleko od obou těles, je těžší těleso o hmotnosti $m_0 = 10$. Jeho rychlost vůči těžišti prvních dvou hvězd je také $v_0 = 5$. Jeho vzdálenost od obou těles volíme tak, aby každá dvojice měla kladnou, ale velmi malou energii. Pro vzdálenost tohoto tělesa od ostatních dvou pak bude platit

$$r_{01} = r_{02} = \frac{11}{250} + \varepsilon. \quad (1.8)$$

Při zkoušce numerickým integrováním jsme si ověřili, že tělesa se rovnou nerozdělí, ale vrátí se k sobě. (Při pokusu jsme počáteční symetrii museli trochu narušit, jinak by se tělesa srazila.) Pokud nyní spočítáme energii páru tvořeného hmotnějším tělesem a těžištěm lehčích dvou těles, bude energie záporná

$$E_{0t} = \frac{1}{2} \frac{m_0(m_1 + m_2)}{m_0 + m_1 + m_2} v_0^2 - \frac{m_0(m_1 + m_2)}{r_{0t}} \doteq -1070, \quad (1.9)$$

kde r_{0t} je vzdálenost tělesa m_0 od těžiště ostatních dvou.

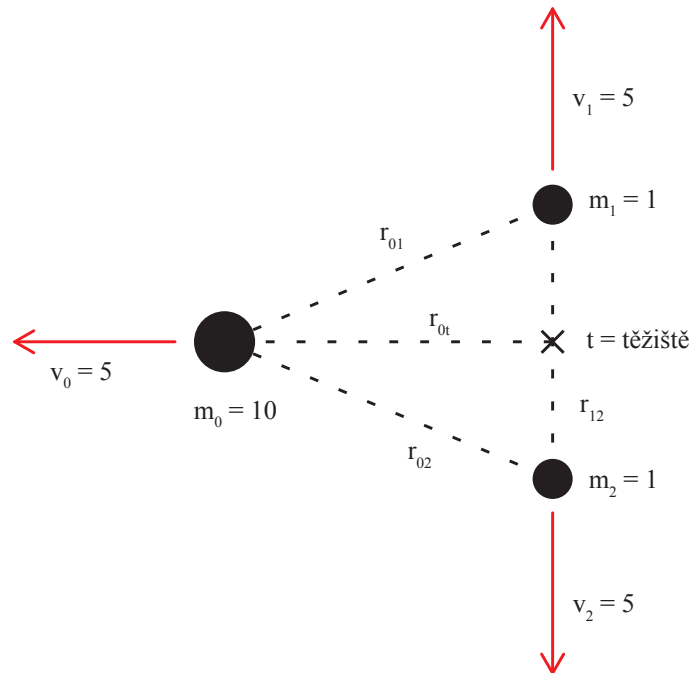
Chvíli naprostého rozpadu jsme tedy definovali silnějšími podmínkami: v systému nesmějí být žádné vázané páry, stejně jako u Hillse. Dále energie páru — kde jeden člen tvoří jedno těleso systému a druhý člen je těžiště zbývajících dvou těles — je ve všech třech případech kladná. To eliminuje některé již zmíněné případy, kdy v systému nejsou vázané páry, ale přesto se k sobě tělesa vrátí. Třetí podmínkou je vzájemná vzdálenost jednotlivých dvojic, která musí být alespoň $2s_{min}$. To zamezí ukončením, kdy jsou tělesa ještě velmi blízko sebe a kdy by zmíněné podmínky mohly nastat náhodou. Posledním požadavkem je, aby se všechna tři tělesa od sebe navzájem vzdalovala.

Jako výměnnou interakci bere Hills situaci, kdy dvojhvězda po střetu má jako jednu svojí komponentu nejtěžší těleso systému. Opět jsme v tomto případě brali podmínky silnější. Pro ukončení výpočtů jsme vyžadovali, aby energie výsledné dvojhvězdy byla záporná. Dále jsme požadovali, aby vzdálenost odlétající hvězdy

od těžiště vzniklé dvojhvězdy byla větší než s_{min} , aby se tato vzdálenost zvětšovala a aby byla energie odlétající hvězdy vzhledem k těžišti vázaného páru kladná.

Třetím případem, který mohl nastat, je přežití dvojhvězdy, jehož definice je stejná, jako v případě výměnné interakce, pouze odlétající těleso musí být těleso nejtěžší.

V našich modelech používáme relativní hmotnosti nejtěžšího tělesa $M_0/M_1 = 10, 100, 10^3, 10^4, 10^5$ a 10^6 . Počet modelů, které jsme napočítali pro danou rychlost v nekonečnu a pro daný srážkový parametr, byl nejčastěji $N = 400$. Výjimkou je nejnižší rychlost $v_{inf}/v_{orb} = 0,004$ (kde v_{orb} je orbitální rychlost dvojhvězdy), pro kterou byly výpočty časově velmi náročné, proto jsme počet modelů snížili na $N = 20$ až 50 . Pokud pracujeme s výsledky, které souvisí pouze s jedním způsobem ukončení integrace (například pouze výměnnou interakcí), počet modelů, které skončily daným způsobem, je zpravidla menší a statistické veličiny tak mohou mít velmi chaotický průběh. Bylo by v takovém případě potřeba napočítat více realizací, což by ale bylo velmi časově náročné.



Obrázek 1.3: Konfigurace systému, při které mají všechny páry kladnou energii, ale přesto se, podle numerického modelu, k sobě tělesa vrátí.

2. Výsledky

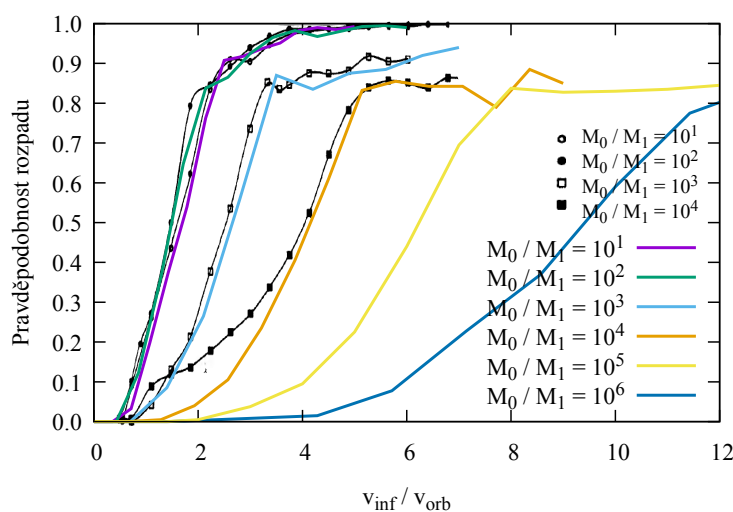
V následující kapitole jsme především ověřovali Hillsovy výsledky (Hills, 1988, 1991) pro $M_0/M_1 = 10$ až 10^4 a rozšiřovali je o hodnoty $M_0/M_1 = 10^5$ a 10^6 . V grafech jsou Hillsovy výsledky vždy černě, zatímco ty naše mají křivky barevné. Zmíněné články jsou bohužel k dispozici pouze v kvalitě, ve které jsou popisky grafů velmi špatně čitelné, často dokonce naprosto nečitelné. Nečitelnost Hillsových popisků se tak přenáší i do naší práce. Dále jsme výsledky rozšířili o zkoumání v závislosti na excentricitě původní dvojhvězdy (kapitola 2.6) a směry vystřelení hvězdy při výměnné interakci (kapitoly 2.7 a 2.8). Pokud není řečeno jinak, používáme ve všech podkapitolách konfiguraci **A** (viz tabulku 1.1).

2.1 Pravděpodobnost rozpadu systému

Nejprve se podíváme na závislost pravděpodobnosti rozpadu PR na rychlosti v nekonečnu v jednotkách průměrné orbitální rychlosti dvojhvězdy v_{inf}/v_{orb} při nulovém srážkovém parametru (viz obr. 2.1). PR definujeme jako poměr počtu případů, které skončili rozpadem, a celkového počtu modelů pro danou rychlost v_{inf} a srážkový parametr p . Průměrná orbitální rychlost je dána rovnicí

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a_0}}, \quad (2.1)$$

kde M_1 a M_2 jsou hmotnosti složek dvojhvězdy, a_0 je její velká poloosa a G je gravitační konstanta. Z 3. Keplerova zákona víme, že doba oběhu závisí pouze na průměrné vzájemné vzdálenosti těles, průměrná orbitální rychlost při eliptické dráze tedy musí odpovídat rychlosti při dráze kruhové s poloměrem a_0 . Zatímco



Obrázek 2.1: Závislost pravděpodobnosti rozpadu systému PR na rychlosti v nekonečnu v_{inf} v jednotkách orbitální rychlosti v_{orb} při nulovém srážkovém parametru. Černé čáry jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).

pro menší rychlosti v_{inf} stoupá závislost rychle a až do maximální hodnoty $PR = 1$, s rostoucí hmotností hmotnějšího tělesa roste závislost čím dál, tím pomaleji a pouze do hodnot $PR \approx 0,85$. Méně hmotná tělesa tedy vždy mají pro danou rychlost v nekonečnu v_{inf} a nulový srážkový parametr p větší pravděpodobnost zapříčinit naprostý rozpad systému.

Obrázek 2.2 zobrazuje stejně jako obr. 2.1 PR pro jednotlivé poměry hmotností třetího tělesa a složky dvojhvězdy M_0/M_1 , tentokrát ale v závislosti na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k nejhmotnějšímu tělesu v jednotkách velké poloosy dvojhvězdy R_{min}/a_0 daného rovnicí

$$\frac{R_{min}}{a_0} = \frac{a_c}{a_0} \left\{ \left[1 + \left(\frac{p}{a_c} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad (2.2)$$

kde

$$a_c = \frac{M_0 + M_1 + M_2}{v_{inf}^2} \quad (2.3)$$

je zde „akreční“ poloměr. Při nejnižších rychlostech v_{inf} se pravděpodobnost rozpadu PR drží v okolí nuly. Systém totiž nemá dostatek energie na celkový rozpad, a tak dochází spíše k výměnné interakci, jak ukážeme dále v obr. 2.5. S rostoucím srážkovým parametrem PR klesá, protože stále více dochází k pouhému průletu dvojhvězdy okolo těžšího tělesa. Závislost pro nejvyšší rychlosti v_{inf} můžeme podle Hillse (1991, str. 705) dobře aproximovat přímkou

$$PR = 0,9 \left[1 - \left(\frac{R_{min}/a_0}{8(M_0/(100M_1))^{1/3}} \right) \right]. \quad (2.4)$$

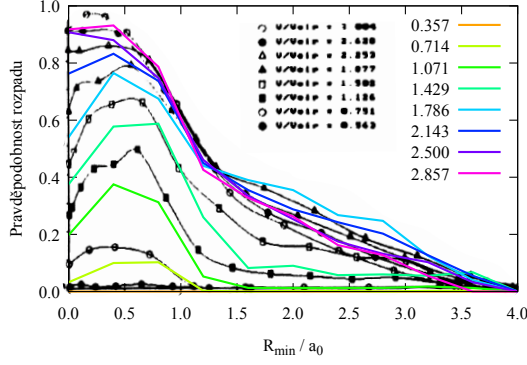
Pro námi nově zkoumané hodnoty $M_0/M_1 = 10^5$ a 10^6 aproximace platí také. Maximální rychlost v_{inf} , pro kterou jsme výsledky daného problému počítali, byla vždy zvolena tak, aby se pro rychlosti ještě vyšší závislosti měnily jen minimálně. To je vidět například v obrázku 2.3a dále, kdy už závislosti jen mírně klesají.

Pro pravděpodobnost rozpadu systému PR , kterou bereme jako funkci srážkového parametru p , definujeme účinný průřez

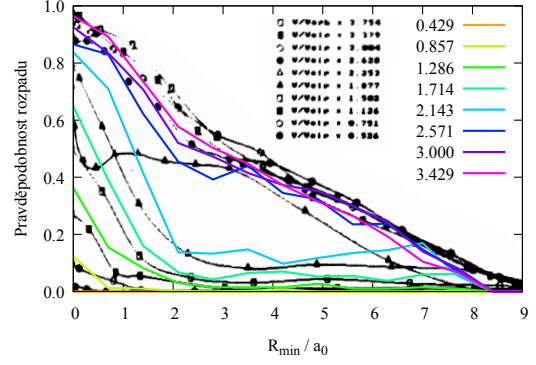
$$\sigma_{PR} = \int_0^\infty 2\pi(PR)p dp. \quad (2.5)$$

Ten charakterizuje pravděpodobnost, s jakou systém s danou rychlostí v nekonečnu v_{inf} skončí právě rozpadem.

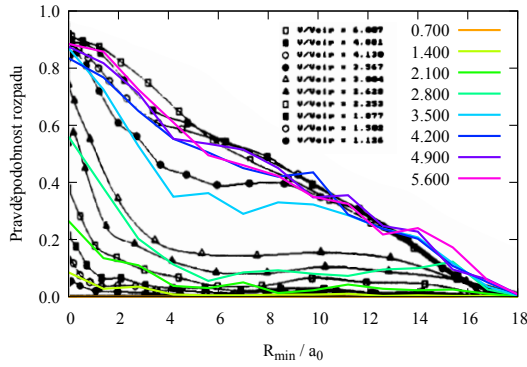
V obrázku 2.3 je účinný průřez vykreslen v jednotkách geometrického účinného průřezu πa_0^2 v závislosti na rychlosti v nekonečnu v_{inf} . Pro různé hodnoty hmotností a v_{inf} se výsledky podstatně liší, což je způsobeno gravitační fokusací (Hills, 1991, str. 706). Gravitační fokusace je efekt, kdy se účinný průřez vlivem gravitace zvětšuje. Pokud například budeme měřit účinný průřez pro vystřelování družice na planetu s různými srážkovými parametry, bude průřez o něco větší než pouze geometrický účinný průřez, protože vlivem gravitace bude dráha družice zakřivena, takže může na planetu spadnout, i kdyby její původní směr mířil mimo planetu.



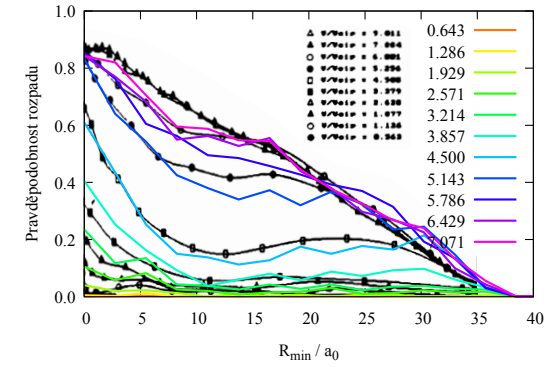
(a) $M_0/M_1 = 10$



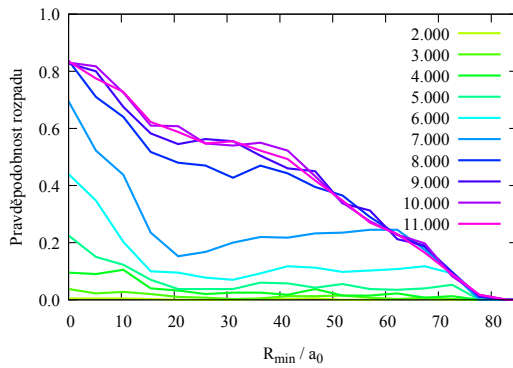
(b) $M_0/M_1 = 100$



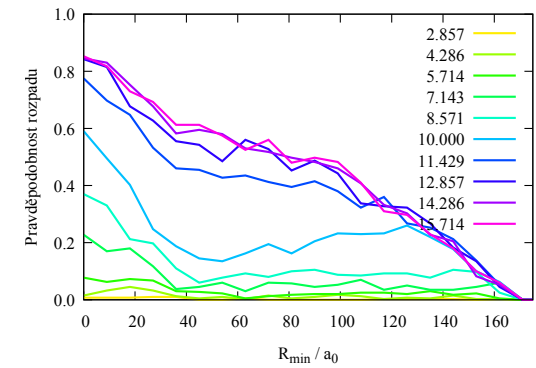
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$



(e) $M_0/M_1 = 10^5$



(f) $M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.2: Závislost pravděpodobnosti rozpadu systému PR na nejblížejším přiblížení dvojhvězdy k třetímu tělesu R_{min} . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé čáry označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).

Prudký nárůst a vliv gravitační fokusace můžeme zmírnit, pokud graf vykreslíme v jednotkách

$$\sigma_{PR}^* = \frac{\sigma_{PR}}{(M_0/M_1)^{1/3} F \pi a_0^2}, \quad (2.6)$$

kde je zde faktor

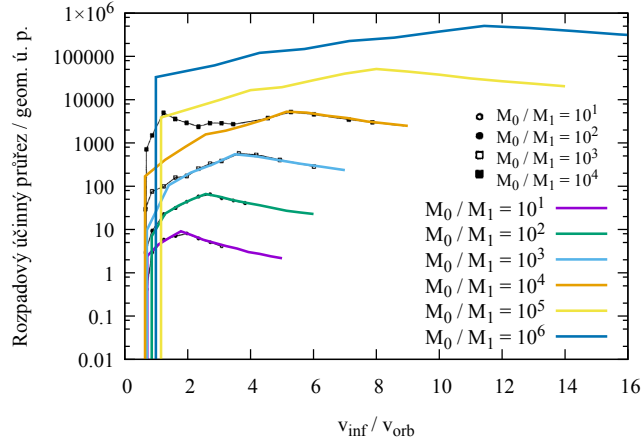
$$F = 1 + \left(\frac{M_0}{M_1}\right) \left(\frac{v_{inf}}{v_{orb}}\right)^{-2} \quad (2.7)$$

právě kvůli kompenzaci vlivu gravitační fokusace (Hills, 1991). Druhý člen ve jmenovateli, $(M_0/M_1)^{1/3}$, nám vyplynul z rovnice 2.4.

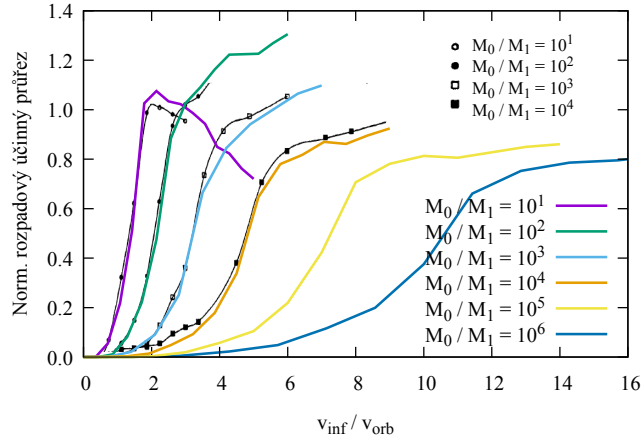
Poslední z grafů v obrázku 2.3 je opět normalizovaný účinný průřez rozpadu, tentokrát v závislosti na počáteční rychlosti normalizované faktorem

$$\alpha = \left(\frac{M_0}{100M_1}\right)^{-1/6}, \quad (2.8)$$

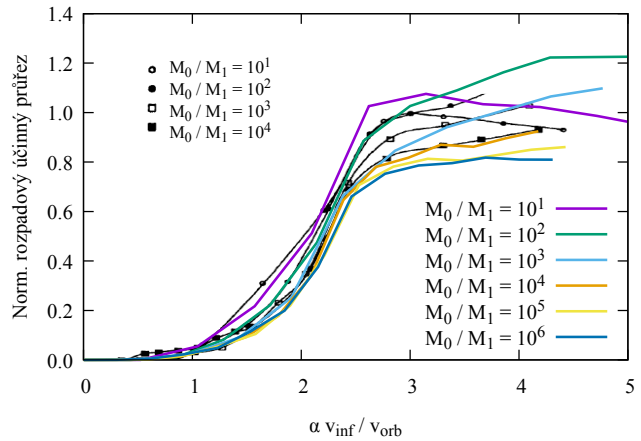
díky kterému se všech šest křivek překryje. Tím můžeme odvodit účinné průřezy i pro vyšší hmotnosti M_0 , protože se dá předpokládat, že stejná závislost bude platit i pro ně.



(a) Závislost účinného průřezu rozpadu v jednotkách geometrického účinného průřezu $\sigma_{PR}/(\pi a_0^2)$ na rychlosti v nekonečnu v jednotkách orbitální rychlosti původní dvojhvězdy v_{inf}/v_{orb} .



(b) Účinný průřez PR normovaný podle rovnice 2.6 v závislosti na rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .



(c) Normovaný účinný průřez rozpadu v závislosti na $\alpha v_{inf}/v_{orb}$.

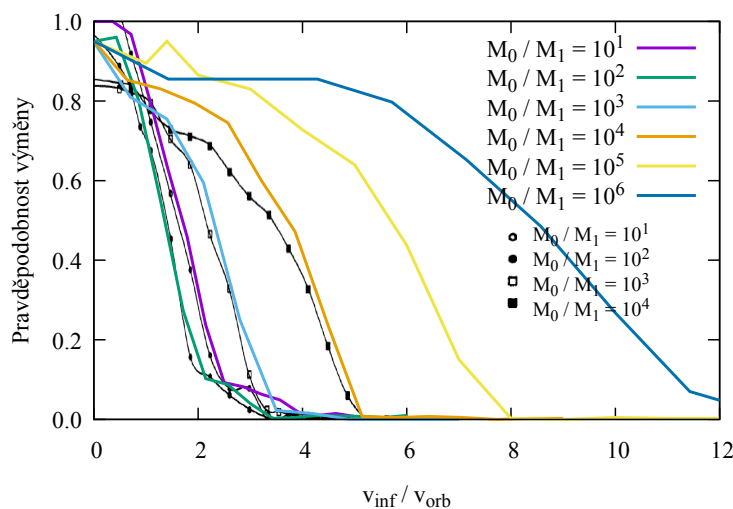
Obrázek 2.3: Účinný průřez pro rozpad v závislosti na rychlosti v nekonečnu. Černé čáry označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).

2.2 Pravděpodobnost výměnné interakce

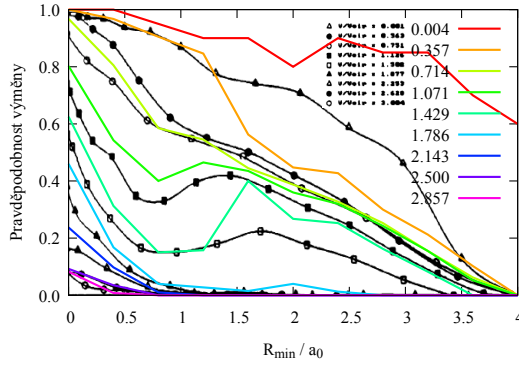
Při nulovém srážkovém parametru se pravděpodobnost výměnné interakce PV , kdy třetí těleso nahradí jednu složku dvojhvězdy, chová naopak než pravděpodobnost rozpadu systému — pro nižší rychlosti v nekonečnu v_{inf} má hodnoty blízké 1 a se zvětšující se rychlostí klesá k nule (viz obrázek 2.4). PV definujeme jako poměr počtu výměnných interakcí ku celkovému počtu modelů pro danou rychlost v nekonečnu v_{inf} a srážkový parametr p .

Pro nejnižší hmotnosti nejtěžšího tělesa klesají křivky o dost rychleji než pro hmotnosti těžší, k výměnným interakcím tedy dochází spíše u těžších těles, což je případ například jádra naší galaxie. Pokud sečteme výsledky z obrázků 2.4 a 2.1, vidíme, že pro větší hmotnosti M_0 zbývá asi 10 až 15 % případů, kdy původní dvojhvězda interakci přežila. To platí i pro hodnoty R_{min}/a_0 blízké nule, nedá se tedy říci, že by dvojhvězda těžší těleso jen obletěla, jelikož se dostala do jeho bezprostřední blízkosti. Pro nižší hmotnosti M_0 je pravděpodobnost přežití blízká nule.

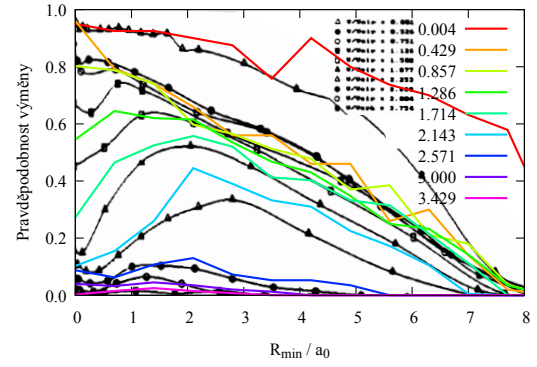
Stejně jako při nulovém srážkovém parametru, i pro srážkový parametr nenulový je obecně větší pravděpodobnost rozpadu systému při nižších rychlostech v_{inf} (viz obr. 2.5). I tentokrát závislost klesá téměř lineárně z hodnoty $PV \approx 0,9$, v tomto případě ale pro nízké rychlosti v_{inf} . Výjimku tvoří nejnižší rychlost, $v_{inf}/v_{orb} = 0,004$, pro kterou má závislost mnohem větší hodnoty než pro vyšší rychlosti. Může to být způsobeno nedostatkem celkové energie systému pro rozpadovou interakci. Hills svoje výsledky pro nejnižší rychlost v tomto případě vůbec neuvádí.



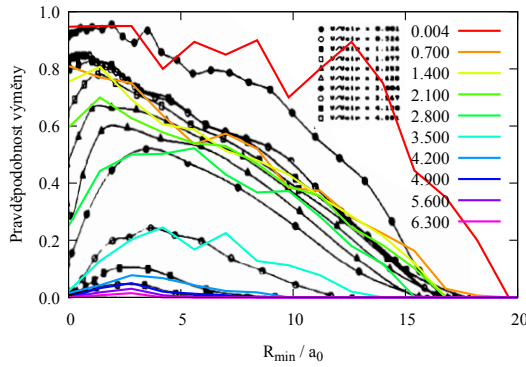
Obrázek 2.4: Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce PV na rychlosti v nekonečnu v jednotkách původní orbitální rychlosti dvojhvězdy v_{inf}/v_{orb} s nulovým srážkovým parametrem. Červené čáry jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



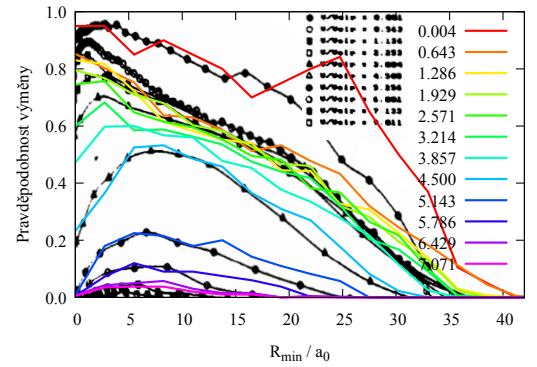
(a) $M_0/M_1 = 10$



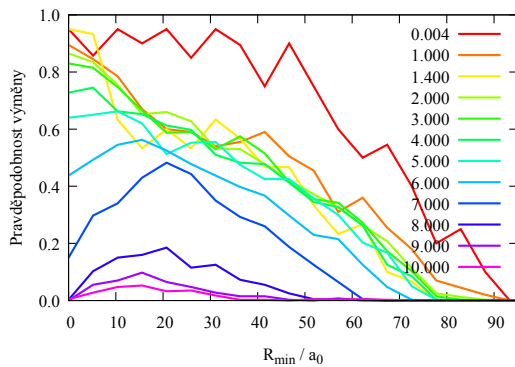
(b) $M_0/M_1 = 100$



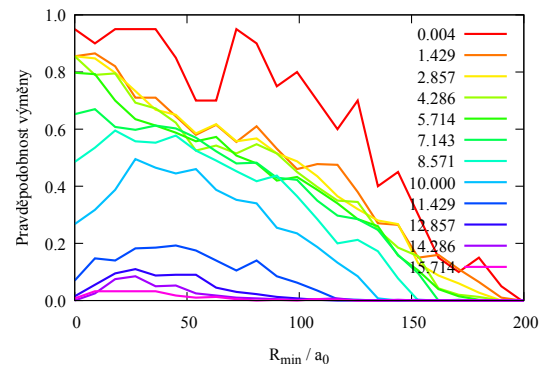
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$



(e) $M_0/M_1 = 10^5$



(f) $M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.5: Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce PV na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k nejtěžšímu tělesu v jednotkách velké poloosy dvojhvězdy R_{min}/a_0 . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).

Pro výměnnou interakci definujeme účinný průřez obdobně jako u PR

$$\sigma_{PV} = \int_0^\infty 2\pi(PV)p dp \quad (2.9)$$

Na obrázku 2.6a můžeme vidět účinný průřez výměnné interakce v jednotkách geometrického účinného průřezu πa_0^2 v závislosti na poměru v_{inf}/v_{orb} . Protože pro vyšší rychlosti účinný průřez rozpadu stoupá, musí zde účinný průřez výměny klesat. Výměna je tedy nejpravděpodobnější, když je energie systému a nalétávající rychlost dvojhvězdy nejmenší.

Se znalostmi normování z rozpadové interakce můžeme obrázek 2.6a překreslit s veličinami normovanými pro vliv gravitační fokusace. Normovaný účinný průřez definujeme jako

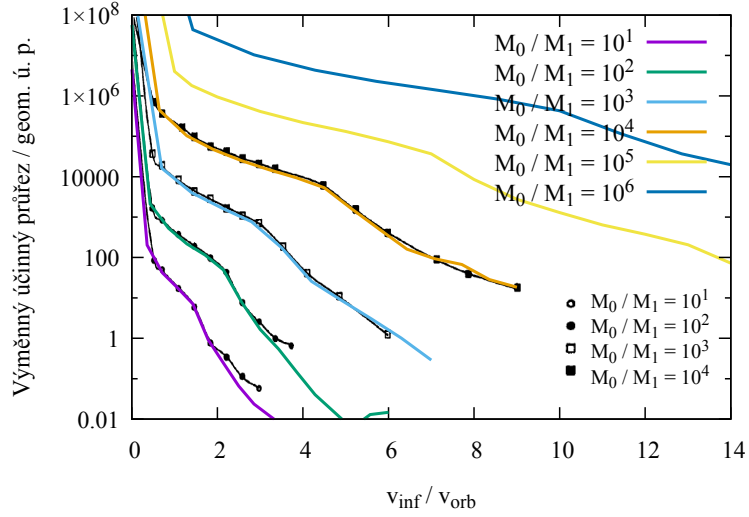
$$\sigma_{PV}^* = \frac{\sigma_{PV}}{(M_0/M_1)^{1/3} F \pi a_0^2}. \quad (2.10)$$

Faktor α , kterým normujeme rychlosti, je opět dán rovnicí 2.8. Při použití obou normovacích faktorů se nám znovu všech šest křivek překryje, takže můžeme předpokládat, že dokážeme správně odhadnout průběh účinných průřezů i pro vyšší hmotnosti nejtěžšího tělesa.

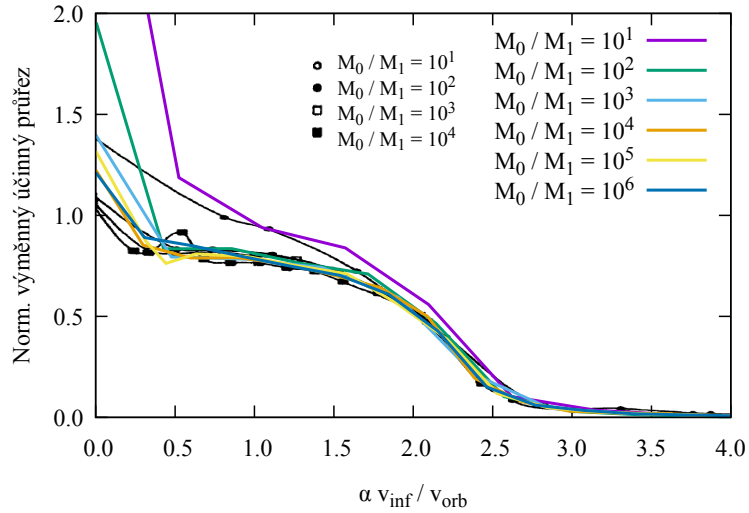
Porovnat účinné průřezy výměnné a rozpadové interakce můžeme jejich poměrem v obrázku 2.7, kde je vykreslen v závislosti na normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$. Pro všechny hmotnosti těžšího tělesa začne převládat pravděpodobnost rozpadové interakce nad interakcí výměnnou pro hodnoty $\alpha v_{inf}/v_{orb} > 2,2$. Nalezli jsme tedy hranici, kterou, stejně jako dříve, můžeme použít i pro těžší hmotnosti M_0 .

V článku Hills (1988) popisuje pravděpodobnost výměnné interakce pro hodnoty $M_0/M_1 = 10^4, 10^5, 10^7$ s velkou poloosou dvojhvězdy $a_0 = 0,01$ AU a pro $M_0/M_1 = 10^6$ s třemi hodnotami $a_0 = 0,01, 0,02$ a $0,1$ AU. Rychlost dvojhvězdy v nekonečnu je zde 250 km / s. O excentricitě se Hills v tomto článku nezmiňuje, takže zde bereme dráhu původní dvojhvězdy s excentricitou $0,0001$. Výsledky porovnáváme v obrázku 2.8, kde na vodorovné ose je srážkový parametr v jednotkách

$$D_{min} = \frac{R_{min}}{a_0} \left[\frac{2M_0}{10^6(M_1 + M_2)} \right]^{-1/3}. \quad (2.11)$$

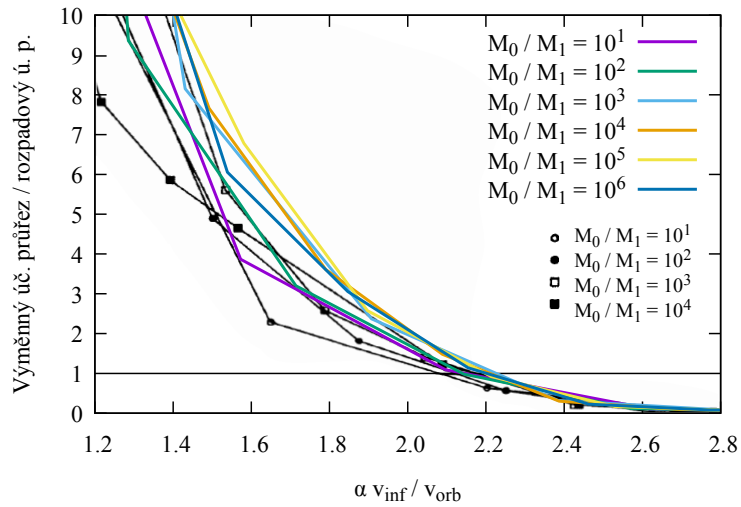


(a) Účinný průřez výměnné interakce v jednotkách geometrického účinného průřezu $\sigma_{PV}/(\pi a_0^2)$ jako funkce rychlosti v nekonečnu v jednotkách orbitální rychlosti původní dvojhvězdy v_{inf}/v_{orb} .

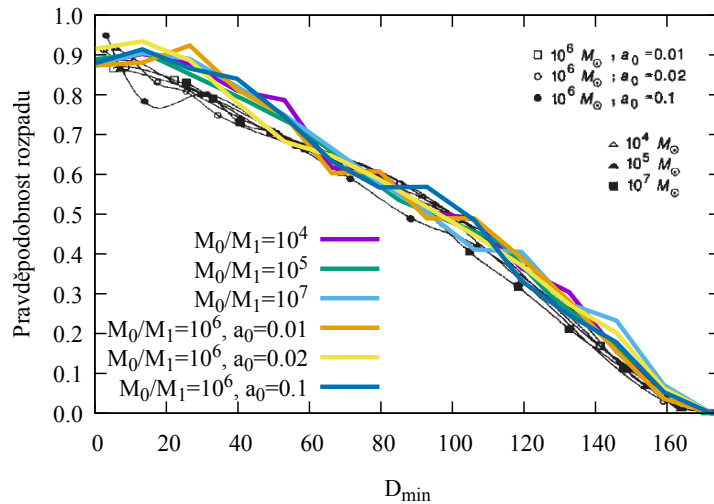


(b) Účinný průřez PV normovaný podle rovnice 2.10 v závislosti na rychlosti v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$.

Obrázek 2.6: Účinný průřez pro výměnu v závislosti na rychlosti v nekonečnu. Černé křivky jsou Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



Obrázek 2.7: Poměr účinných průřezů výměnné a rozpadové interakce σ_{PV}/σ_{PR} jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy $\alpha v_{inf}/v_{orb}$. Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



Obrázek 2.8: Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce na srážkovém parametru v jednotkách D_{min} pro různé hmotnosti nejtěžšího tělesa M_0 a velké poloosy původní dvojhvězdy a_0 . Černé křivky jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1988).

2.3 Změna vazebné energie

Pokud je jedna z hvězd v dvojhvězdě nahrazena nejtěžším tělesem, zpravidla se vazebná energie dvojhvězdy změní z původní hodnoty E_0 na E_n . V obrázku 2.9 je vykreslena závislost změny vazebné energie $\Delta E/E_0 = (E_n - E_0)/E_0$ pro nulový srážkový parametr. Hodnotě $\Delta E/E_0 = -1$ odpovídá úplný rozpad systému, zatímco hodnoty 1 změna nabývá, pokud dvojhvězda svoji vazebnou energii zdvojnásobila. Obecně platí, že čím rychleji dvojhvězda na třetí těleso nalétá, tím méně vázaný výsledný pár bude. To samozřejmě souvisí i s pravděpodobností výměnné interakce, která je pro vyšší hodnoty rychlosti v nekonečnu nulová (viz obr. 2.4), a tak pro vysoké rychlosti převládá rozpadová interakce, pro kterou je změna vazebné energie -1 . Další faktor, který změnu ovlivňuje, je celková energie systému, která je s rychlejším náletem dvojhvězdy větší.

Při zkoumání změny vazebné energie jako funkce srážkového parametru vidíme, že jak R_{min}/a_0 stoupá, vazebná energie má tendenci klesat (viz obr. 2.10). S rostoucím R_{min} totiž nastává více případů, kdy původní dvojhvězda svůj let k těžšímu tělesu přežije, a závislost změny vazebné energie se tedy stále přibližuje hodnotě $\Delta E/E_0 = 0$. Pro nejvyšší hodnotu $M_0/M_1 = 10^6$ už k poklesu vazebné energie prakticky nedochází a energie tak stoupá vždy. To potvrzuje, že původ velmi silně vázaných S-hvězd v blízkosti jádra galaxie může být právě z rozpadu dvojhvězdy Hillsovým mechanismem.

Účinný průřez pro změnu vazebné energie definujeme jako

$$\sigma_E = \int_0^\infty 2\pi(\Delta E/E_0)p dp \quad (2.12)$$

Ten charakterizuje průměrnou změnu energie, ke které dojde při dané náletové rychlosti. Výsledky rovnou uvádíme v jednotkách normovaného účinného průřezu daného rovnicí

$$\sigma_E^* = \frac{\sigma_E}{(M_0/M_1)^{3/4} F \pi a_0}. \quad (2.13)$$

Jeho závislost na normované rychlosti v nekonečnu $\alpha_2 v_{inf}/v_{orb}$ můžeme vidět v obrázku 2.11. Zde

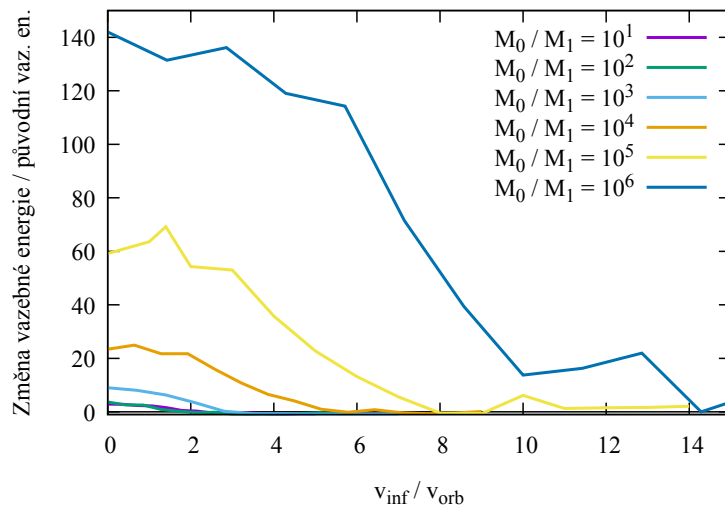
$$\alpha_2 = \left(\frac{M_0}{100M_1} \right)^{-1/4}. \quad (2.14)$$

Účinný průřez pro všechny hmotnosti M_0 klesá přibližně stejně rychle a má hodnotu 0 v okolí hodnoty $\alpha_2 v_{inf}/v_{orb} = 2,4$. Nad touto hodnotou tedy bude energie pro všechny hmotnosti M_0 spíše klesat, zatímco pro menší rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu bude s větší pravděpodobností stoupat.

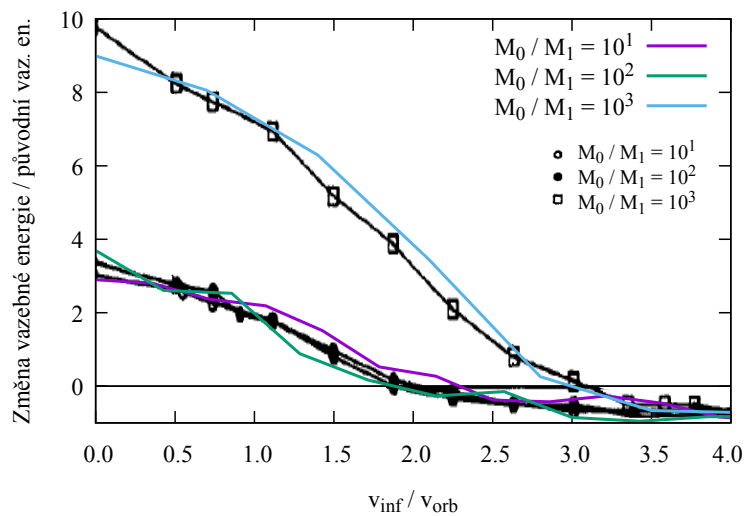
V článku Hills (1988) opět udává výsledky pro konkrétní hodnoty a_0 a M_0 , stejně jako v kapitole 2.2. V obrázku 2.12 je vykreslena změna vazebné energie v jednotkách

$$\frac{\Delta E^*}{E_0} = \left(\frac{\Delta E}{E_0} \right) \left(\frac{2M_0}{10^6(M_1 + M_2)} \right)^{-1/3} \quad (2.15)$$

v závislosti na srážkovém parametru v jednotkách D_{min} .

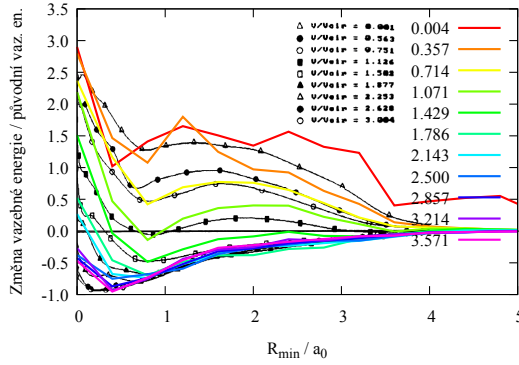


(a) Všechny námi zkoumané hmotnosti M_0/M_1

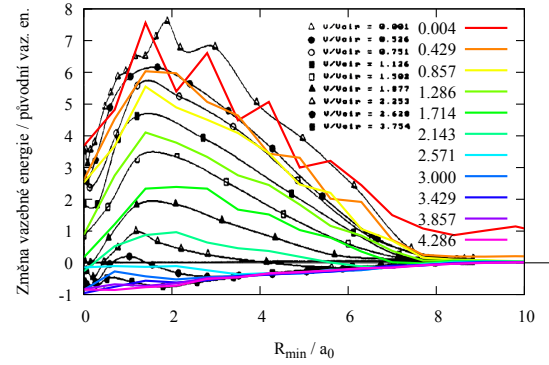


(b) Přiblížení pro tři nejmenší hmotnosti $M_0/M_1 = 10, 100$ a 10^3

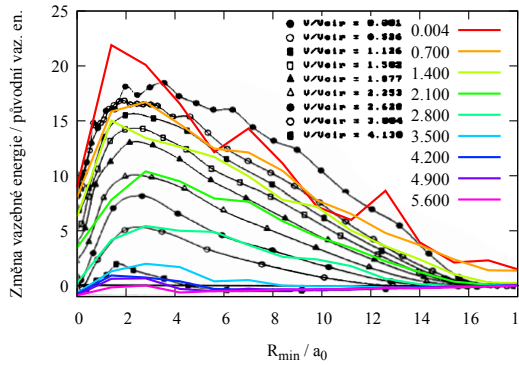
Obrázek 2.9: Změna vazebné energie páru $\Delta E/E_0$ při nulovém srážkovém parametru jako funkce rychlosti v nekonečnu v jednotkách orbitální rychlosti v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



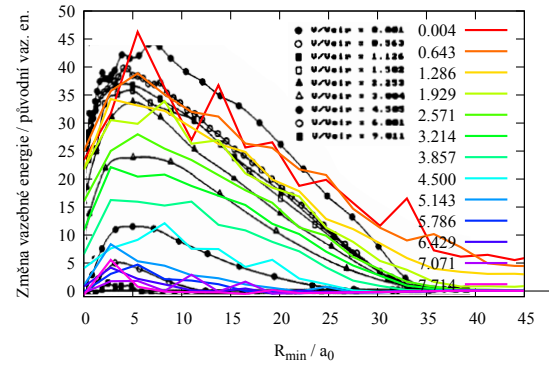
(a) $M_0/M_1 = 10$



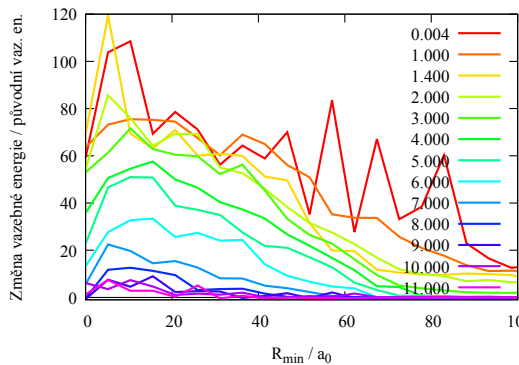
(b) $M_0/M_1 = 100$



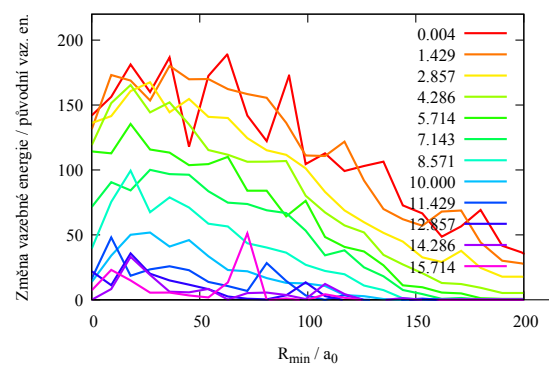
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$

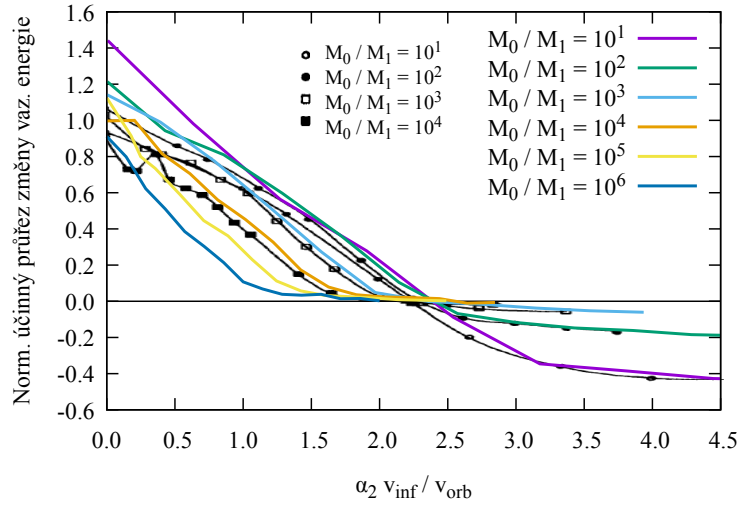


(e) $M_0/M_1 = 10^5$

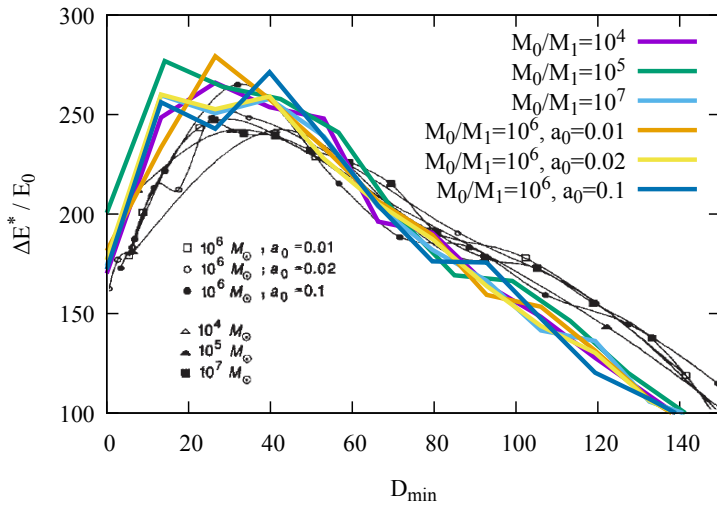


(f) $M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.10: Závislost změny vazebné energie $\Delta E/E_0$ na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k nejhmotnějšímu tělesu R_{min} . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



Obrázek 2.11: Normovaný účinný průřez změny vazebné energie σ_E^* daný rovnicí 2.13 jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha_2 v_{inf} / v_{orb}$ a hmotnosti M_0 . Černé křivky jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



Obrázek 2.12: Změna vazebné energie v jednotkách $\Delta E^* / E_0$ jako funkce srážkového parametru v jednotkách D_{min} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1988).

2.4 Rychlost vystřelení hvězdy při výměnné interakci

Jak celková energie systému s rostoucí rychlostí dvojhvězdy roste, má systém i více energie k vystřelení hvězdy pryč. Na druhou stranu s rostoucí rychlostí v nekonečnu klesá pravděpodobnost výměnné interakce, takže nakonec nastává jen málo případů, kdy je hvězda vystřelena a spíše dochází k rozpadu systému. Díky zákonu zachování energie je celková energie původního systému

$$E_{celk,p\u016fv} = E_0 + \frac{(M_1 + M_2)M_0}{2(M_1 + M_2 + M_0)}v_{inf}^2 \quad (2.16)$$

rovna energii systému po výměnné interakci

$$E_{celk,fin} = E_n + \frac{(M_0 + M_N)M_V}{2(M_1 + M_2 + M_0)}v_{vys}^2, \quad (2.17)$$

kde M_V je hmotnost hvězdy, která byla vystřelena ze systému pryč a M_N je hmotnost hvězdy, která zůstala navázaná na těžší těleso. První členy v každé rovnici odpovídá energii samotné dvojhvězdy, zatímco druhý člen je energie dvojhvězdy obíhající třetí těleso. Pokud si nyní vytkneme v_{vys}^2 , po několika úpravách se dostaneme k předpisu

$$v_{vys}^2 = \left(\frac{(M_1 + M_2)M_0}{(M_0 + M_N)M_V} \right) v_{inf}^2 + 2 \left(\frac{M_0 + M_1 + M_2}{(M_0 + M_N)M_V} \right) (E_0 - E_n). \quad (2.18)$$

Pro dvojhvězdy obecně platí, že jejich energie je rovna

$$E = -\frac{M_1 M_2}{2a_0}. \quad (2.19)$$

Dosažením z této rovnice a rovnice 2.1 tak dostaneme, že rychlost vystřelení hvězdy v_{vys} je rovna

$$\left(\frac{v_{vys}}{v_{orb}} \right)^2 = \left(\frac{(M_V + M_N)M_0}{(M_N + M_0)M_V} \right) \left(\frac{v_{inf}}{v_{orb}} \right)^2 + \left(\frac{(M_V + M_N + M_0)M_N}{(M_V + M_N)(M_N + M_0)} \right) \frac{\Delta E}{E_0}. \quad (2.20)$$

Pokud ovšem máme hmotnosti obou hvězd stejné (což je případ celé této práce), jsou M_V a M_N rovné.

Střední hodnotu rychlosti vystřelení definujeme vztahem

$$\langle v_{vys} \rangle = \frac{\int_0^\infty 2\pi(PV)(v_{vys})p dp}{\int_0^\infty 2\pi(PV)p dp}. \quad (2.21)$$

V obrázku 2.13 je $\langle v_{vys} \rangle$ vykreslena normovaná faktorem $(M_0/(100M_1))^{-1/5}$, který používá Hills (1991), v závislosti na normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu faktorem α (rovnice 2.8). Díky normalizacím se opět všech šest křivek překryje, a jsme tak schopni závislost odvodit i pro vyšší hmotnosti M_0 . Se stoupající rychlostí střetnutí dvojhvězdy a třetího tělesa stoupá i střední hodnota rychlosti odletu vystřelené hvězdy. Ta stejně tak stoupá i se zvyšující se hmotností M_0 ,

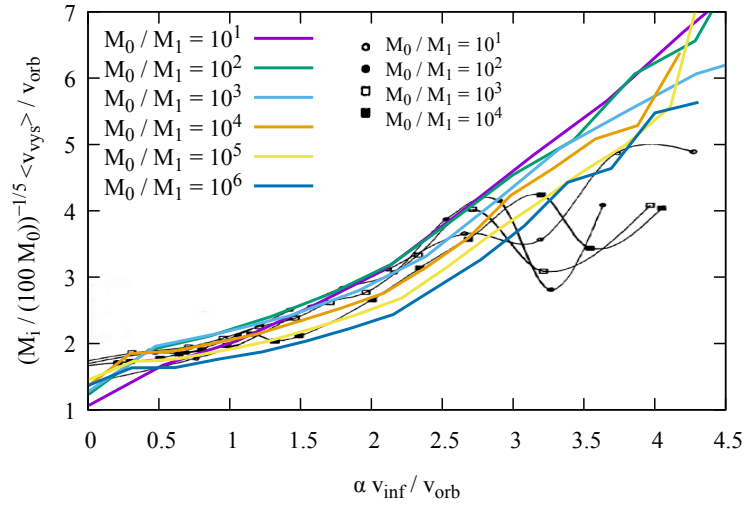
jelikož čím těžší třetí těleso je, tím vázanější páry po výměně tvoří. Proto zůstane více energie pro odlétající hvězdu (viz obr. 2.10). Zde se náš graf trochu liší od Hillsova, protože pro počáteční rychlosti $\alpha v_{inf}/v_{orb} > 2,5$ nemáme stejně jako on pokles. U Hillsa, jak se domnívá, je náhlý propad způsoben nedostatkem výměnných interakcí.

Kdybychom průměrnou rychlost vystřelení hvězdy počítali pro $M_0/M_1 = 10^6$, je faktor $(M_0/(100M_1))^{-1/5} \approx 0,16$. Při námi zvolené velké poloose $a_0 = 4$ a hmotnosti složek dvojhvězdy $M_1 = M_2 = 1$ je orbitální rychlost $v_{orb} = \sqrt{2}/2$. Potom pro normovanou rychlost vystřelení hvězdy $(M_0/(100M_1))^{-1/5} \langle v_{vys} \rangle / v_{orb} = 5$ je její nenormovaná hodnota rovna $\langle v_{vys} \rangle \approx 22$. Pokud si dále zvolíme například jako jednotky hmotnost Slunce a astronomickou jednotku, bude tato rychlost odpovídat $\langle v_{vys} \rangle \approx 670$ km/s, což je více než úniková rychlost z Mléčné dráhy v místech Slunce, která je 550 km/s (Kafle a kol., 2014). V centru naší galaxie se ale nachází černá díra ještě asi čtyřikrát těžší (Ghez a kol., 2008), takže vystřelené hvězdy budou dosahovat ještě vyšších rychlostí. Tím jsme ověřili možnost, že velmi rychlé unikající hvězdy, které v poslední době pozorujeme v galaktickém halu, mohou být urychleny právě Hillsovým mechanismem.

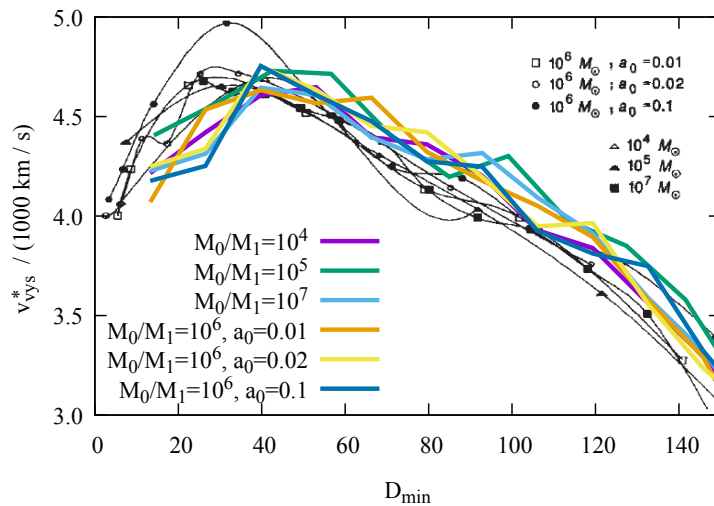
Pro porovnání výsledku z článku Hills (1988) uvádíme rychlost vystřelení hvězdy při výměnné interakci v jednotkách

$$v_{vys}^* = v_{vys} \left(\frac{2M_0}{10^6(M_1 + M_2)} \right)^{-1/6} \left(\frac{0,01AU}{a_0} \right)^{-1/2} \quad (2.22)$$

v závislosti na D_{min} v obrázku 2.14.



Obrázek 2.13: Normovaná střední hodnota rychlosti vystřelení jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha v_{inf} / v_{orb}$. Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).



Obrázek 2.14: Závislost rychlosti vystřelení hvězdy při výměnné interakci v jednotkách v_{vys}^* na srážkovém parametru v jednotkách D_{min} . Černé křivky jsou původní Hillsovy výsledky (Hills, 1988).

2.5 Velká poloosa nové dvojhvězdy

Z již vypočtených hodnot změny vazebné energie můžeme vypočítat velkou poloosu vytvořené dvojhvězdy pro výměnné interakce. Obecně pro velkou poloosu dvojhvězdy platí rovnice 2.19. Poměr velkých poloos nové a staré dvojhvězdy tedy můžeme vypočítat vztahem, který jsme odvodili ze zmíněné rovnice:

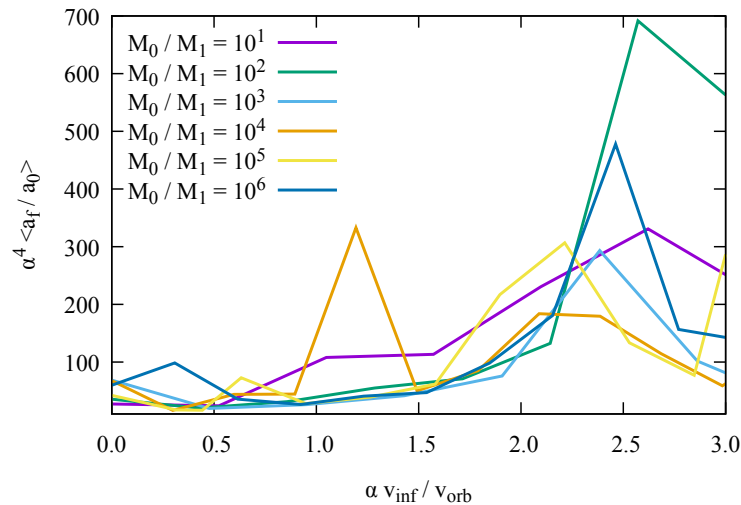
$$\frac{a_n}{a_0} = \frac{M_0 E_0}{M_V E_n} = \frac{M_0/M_V}{1 + (\Delta E/E_0)}, \quad (2.23)$$

kde M_V je hmotnost hvězdy, která byla ze systému vystřelena. V naší práci ale mají obě složky dvojhvězdy stejnou hmotnost, takže můžeme psát rovnou $M_V = M_1 = M_2$.

Protože relativní hmotnost nejtěžšího tělesa M_0/M_1 je vždy větší než průměrná změna vazebné energie $\Delta E/E_0$ (viz obr. 2.10), bude i střední hodnota velké poloosy výsledné dvojhvězdy při výměnné interakci o hodně větší než poloosa původního páru. Střední hodnotu výsledné poloosy vypočteme podle rovnice

$$\left\langle \frac{a_n}{a_0} \right\rangle = \frac{\int_0^\infty 2\pi(PV)(a_n/a_0)p dp}{\int_0^\infty 2\pi(PV)p dp}, \quad (2.24)$$

kde a_n/a_0 bereme jako funkci srážkového parametru p . Pokud střední hodnotu poloosy zkoumáme normovanou jako $\alpha^4 a_n/a_0$ v závislosti na normované rychlosti v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$, křivky se nám opět (jako v obrázcích 2.7 nebo 2.13) dobře překryjí, takže můžeme výsledky předpovědět i pro vyšší poměry hmotností M_0/M_1 (viz obr. 2.15).



Obrázek 2.15: Prům. velká poloosa výsledného páru normovaná faktorem α^4/a_0 v závislosti na normované rychlosti původní dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$.

Lokální maximum velké poloosy pro všechny hmotnosti M_0 nastává v okolí $\alpha v_{inf}/v_{orb} \approx 2,5$. Pro hodnoty nad tímto limitem je ale už jen málo výměnných interakcí (viz obr. 2.7), takže nemáme dostatek dat pro výpočet průměrné hodnoty a graf je zde velmi chaotický. Vzhledem k tomu, že veličina $\langle a_n/a_0 \rangle$ je závislá na a_0 , jak jsme si sami několika pokusy vyzkoušeli, v obrázku 2.15 nezobrazujeme Hillsovy výsledky, protože nám vyšly jiné hodnoty. Hills (1991) ve svém článku nikde nezmiňuje konkrétní hodnotu velké poloosy a_0 , takže jsme výsledek ověřit nemohli. Tvarově ale závislost odpovídá.

Normovací faktor u poměru poloos je například pro $M_0/M_1 = 10^6$ roven $1/\alpha^4 \doteq 464$. To znamená, že i pro nízké rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu dosahují velké poloosy vzniklého páru při výměnné interakci hodnot $a_n > 10^4 a_0$. Pro vyšší rychlosti je tato hodnota ještě několikanásobně vyšší.

2.6 Excentricita výsledné dvojhvězdy

Obecně můžeme excentricitu dvojhvězdy e vypočítat podle její energie E a velikosti momentu hybnosti L rovnicí

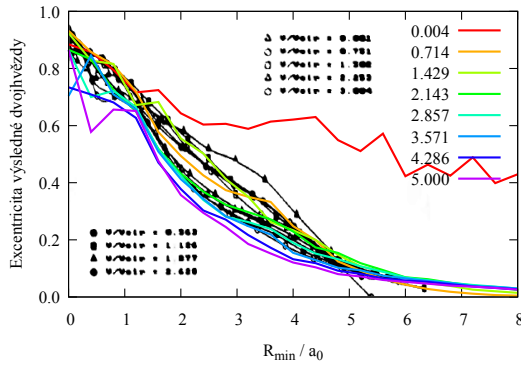
$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2\mu^3m^2}}, \quad (2.25)$$

kde $\mu = \frac{M_1M_2}{M_1+M_2}$ je redukovaná hmotnost a $m = M_1 + M_2$ je celková hmotnost dvojhvězdy. G je gravitační konstanta (připomínáme, že v našich jednotkách je $G = 1$).

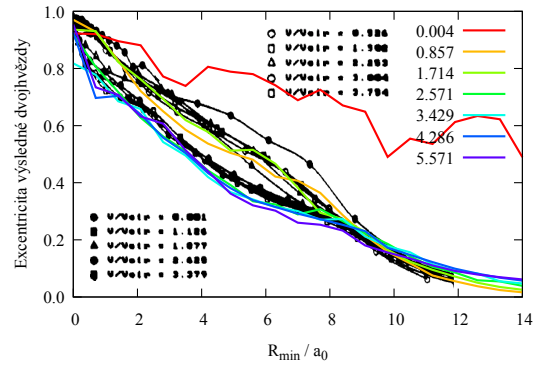
V obrázku 2.16 vidíme průběh excentricity dvojhvězdy po střetu s hmotnějším tělesem jako funkci nejbližšího přiblížení v jednotkách velké poloosy původní dvojhvězdy R_{min}/a_0 . Výsledná dvojhvězda v tomto případě může být jak původní dvojhvězda, která střet přežila, tak nový pár, kde jedna hvězda byla nahrazena těžším tělesem. Zde zatím pracujeme s konfigurací **A**, při které je $e_0 = 0,0001$.

S rostoucím R_{min}/a_0 excentricita klesá z hodnot $e_n \approx 0,9$ až k $e_n = 0,0001$, což je excentricita původní dvojhvězdy. Graf se pro nižší R_{min} dělí na dvě skupiny rychlostí v_{inf} , přičemž pro vyšší rychlosti jsou excentricity nižší než pro rychlosti menší. Rozmezí mezi těmito dvěma skupinami vzniká pro hodnoty v_{inf}/v_{orb} , kdy normovaný účinný průřez výměnné interakce dosahuje nuly (viz obr. 2.6a). Pro vyšší rychlosti totiž nenastávají žádné výměnné interakce a excentricita je tak počítána pouze pro dvojhvězdy, které přežily. Přesto se jejich dráha interakcí s třetím tělesem změnila, protože mají několikanásobně větší excentricity. V tomto speciálním případě, kdy původní dvojhvězdy přežívají, je tedy výsledná excentricita o něco nižší. Pro vyšší R_{min}/a_0 , kdy už pravděpodobnost výměny klesá k nule (viz obr. 2.5), rozvětvení nenastává (tentokrát už nedochází ani k rozpadu systému, pouze k přežití dvojhvězdy) a výsledná excentricita je nezávislá na rychlosti v nekonečnu v_{inf} .

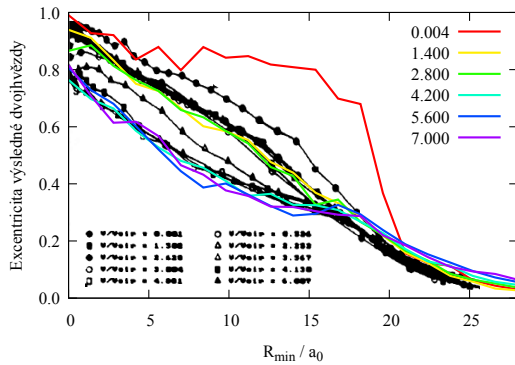
Někteří autoři (např. Perets a kol., 2009; Madigan a kol., 2011) automaticky předpokládají, že výsledkem Hillsova mechanismu je pár s velkou excentricitou. Je možné, že kromě Hillsova mechanismu předpokládají další podmínky, které ale nejsou v jejich textu přímo popsány. Popřípadě mohli z Hillsových výsledků ke svému dojít několika dalšími kroky, které ale z jejich článků nejsou jasné. Vysoká excentricita ale přímo z Hillsových výsledků neplyne. Rozhodli jsme se tedy prozkoumat závěry nejen pro téměř kruhovou dráhu původní dvojhvězdy, jako má Hills, ale i pro excentricity vyšší.



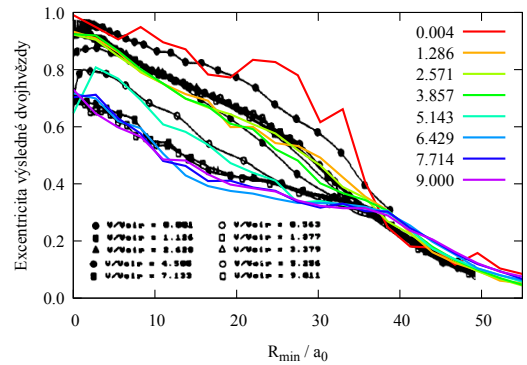
(a) $M_0/M_1 = 10$



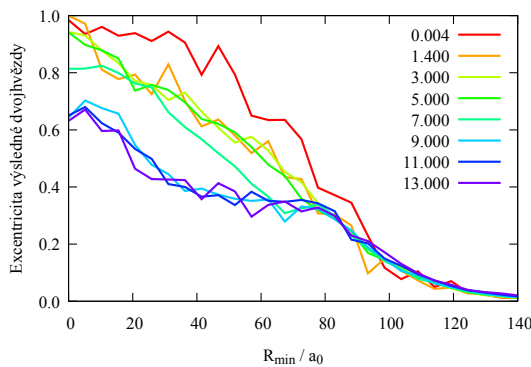
(b) $M_0/M_1 = 100$



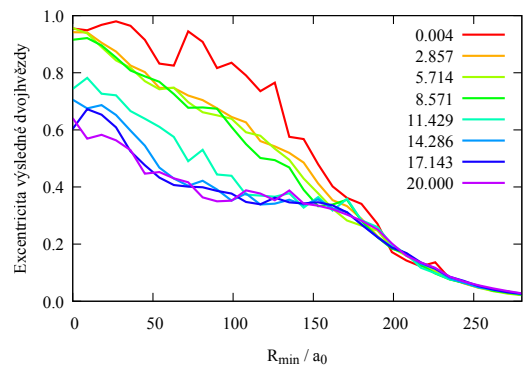
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$



(e) $M_0/M_1 = 10^5$



(f) $M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.16: Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy e_n (pro výměnné interakce i pro přežití dvojhvězdy) jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricitu původní dvojhvězdy $e_0 = 0,0001$. Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky odpovídají Hillsovým výsledkům (Hills, 1991).

Pokud excentricitu výsledného páru zkoumáme při větší počáteční excentricitě, konkrétně $e_0 = 0,1$ a $0,6$ (tj. konfigurace **B1** a **B6**, viz tabulku 1.1), pro nejnižší srážkové parametry jsou výsledky přibližně stejné. S tím rozdílem, že pokles hodnoty e_n se zastaví na hodnotě e_0 (viz obrázky 2.17a až 2.17d).

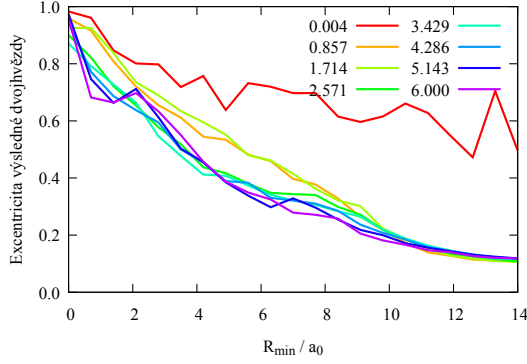
Pro excentricitu ještě vyšší, $e_0 = 0,9$ s konfigurací **B9**, před dosažením hodnoty excentricity původní dvojhvězdy nejdříve výsledná excentricita poklesne pod tuto hranici a až následně k hodnotě $e_n = e_0$ vzroste. Excentricita dvojhvězdy má tedy v tomto případě tendenci klesat (viz obrázky 2.17e a 2.17f).

Stejně jako pro nejnižší počáteční excentricitu, $e_0 = 0,0001$, dochází i pro vyšší excentricity k rozvětvení, které závislosti dělí na dvě skupiny počátečních rychlostí v_{inf} . A stejně jako v minulém případě i zde se tyto dvě větve spojí v hodnotě R_{min}/a_0 , pro kterou je pravděpodobnost výměny nulová.

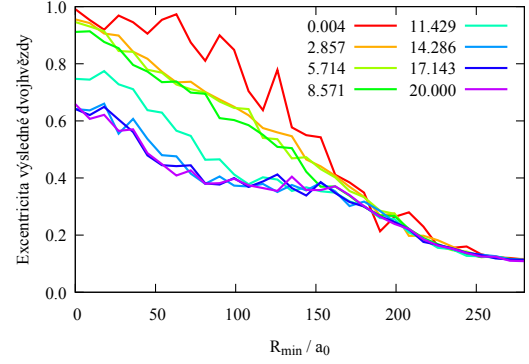
Z předchozích odstavců tedy plyne, že excentricita výsledné dvojhvězdy je v průměru vyšší nebo srovnatelná s excentricitou původní dvojhvězdy – nikdy moc neklesá. Velkou roli hraje ovšem to, zda došlo k výměnné interakci, nebo jestli dvojhvězda přežila. Pár po výměnné interakci mívá zpravidla velké excentricity, zatímco pokud dvojhvězda přežije, mívá excentricitu srovnatelnou s původní. Na obrázku 2.18 je vykreslena závislost excentricity e_n pouze pro výměnné interakce při $e_0 = 0,0001$. Ve všech částech obrázku 2.18 je průběh výsledné excentricity pro vyšší rychlosti v_{inf} hodně chaotický, což je způsobeno nedostatkem výměnných interakcí. Ze stejného důvodu jsou křivky pro vyšší rychlosti kratší, protože pro určité srážkové parametry už nebyly výměnné interakce žádné. Pár, jehož jedna složka byla nahrazena, mívá tedy velké excentricity, zejména pro vyšší hmotnosti M_0 .

V obrázku 2.19 je vykreslena stejná závislost, jako je popsána v předchozím odstavci, tentokrát ale pro konfigurace **B1**, **B6** a **B9** (viz tab. 1.1).

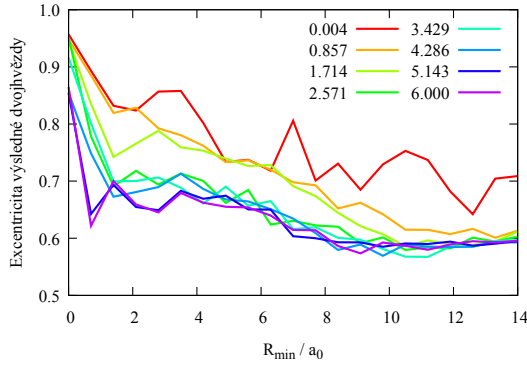
Předpokládat velkou excentricitu po výměnné interakci, jako to dělají již zmínění autoři (Perets a kol., 2009; Madigan a kol., 2011), je tedy správné jak pro kruhové, tak pro velmi excentrické původní dráhy.



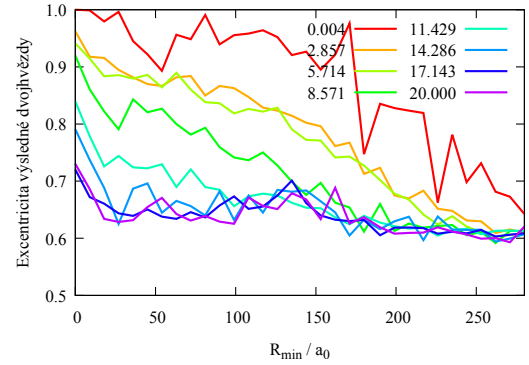
(a) $e_0 = 0,1$, $M_0/M_1 = 100$



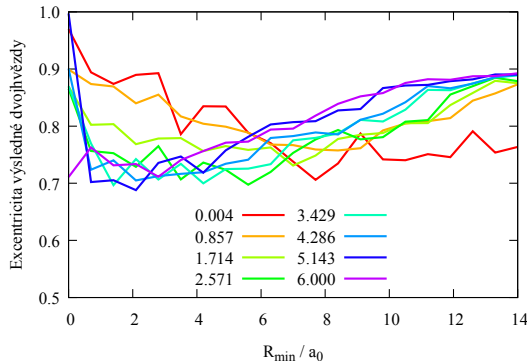
(b) $e_0 = 0,1$, $M_0/M_1 = 10^6$



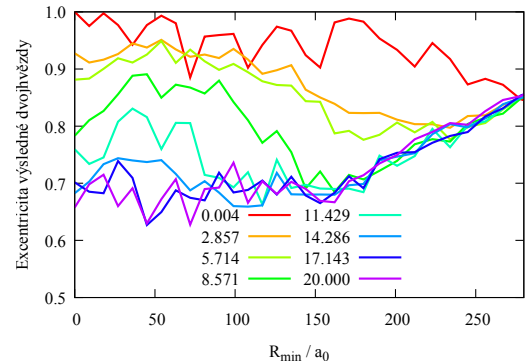
(c) $e_0 = 0,6$, $M_0/M_1 = 100$



(d) $e_0 = 0,6$, $M_0/M_1 = 10^6$

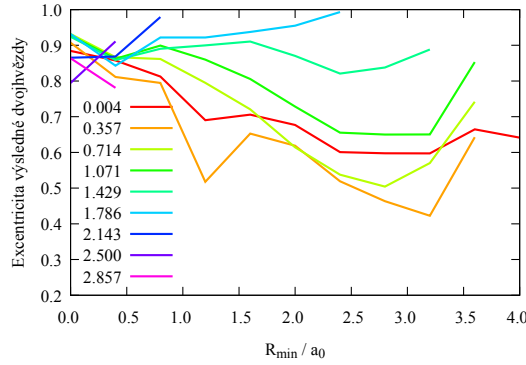


(e) $e_0 = 0,9$, $M_0/M_1 = 100$

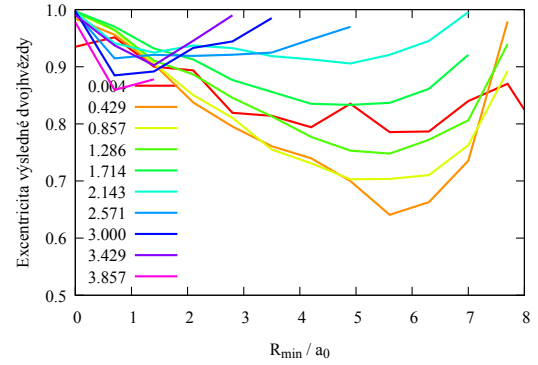


(f) $e_0 = 0,9$, $M_0/M_1 = 10^6$

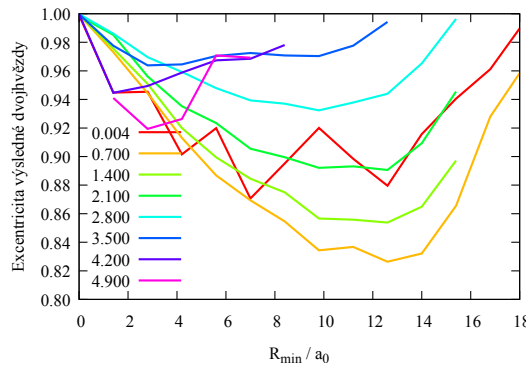
Obrázek 2.17: Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy e_n (pro výměnné interakce i pro přežití dvojhvězdy) jako funkce R_{min}/a_0 pro tři excentricity původní dvojhvězdy $e_0 = 0,1$ (a, b), $e_0 = 0,6$ (c, d) a $e_0 = 0,9$ (e, f). Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .



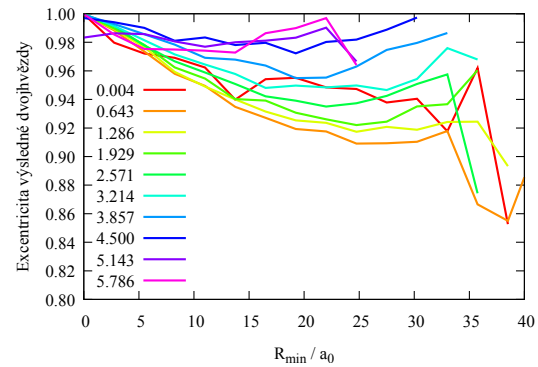
(a) $M_0/M_1 = 10$



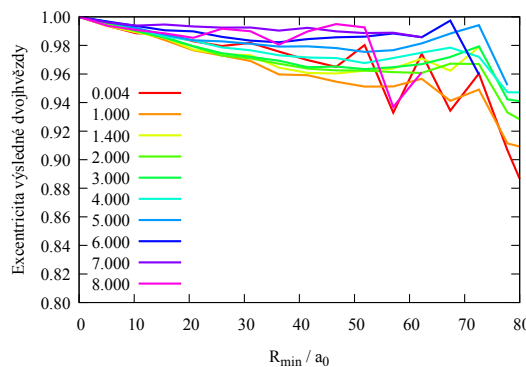
(b) $M_0/M_1 = 100$



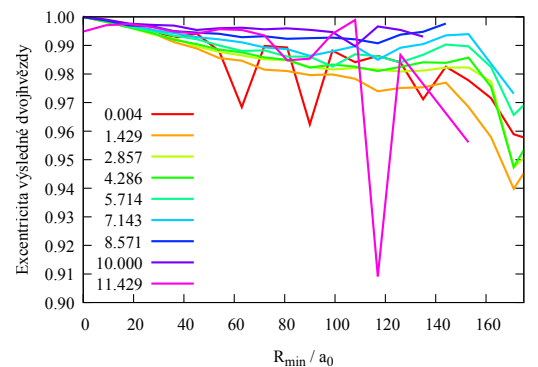
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$

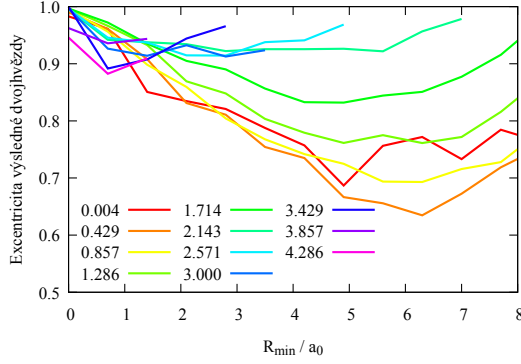


(e) $M_0/M_1 = 10^5$

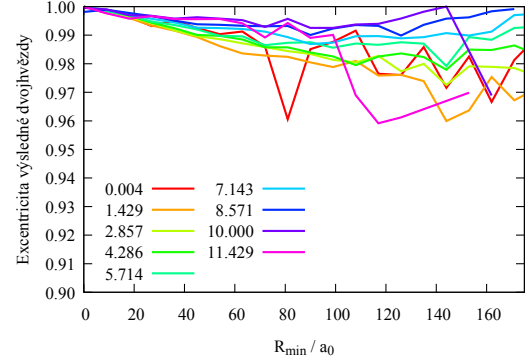


(f) $M_0/M_1 = 10^6$

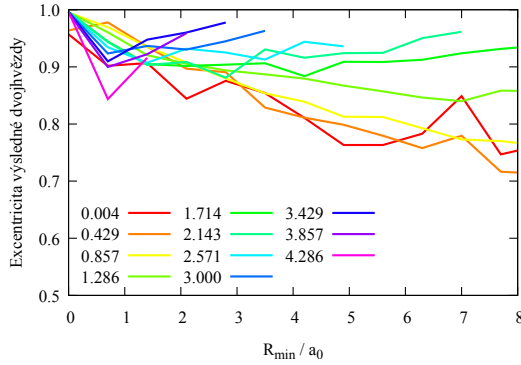
Obrázek 2.18: Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy, jejíž jedna složka byla nahrazena těžším tělesem, jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricitu původní dvojhvězdy $e_0 = 0,0001$. Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .



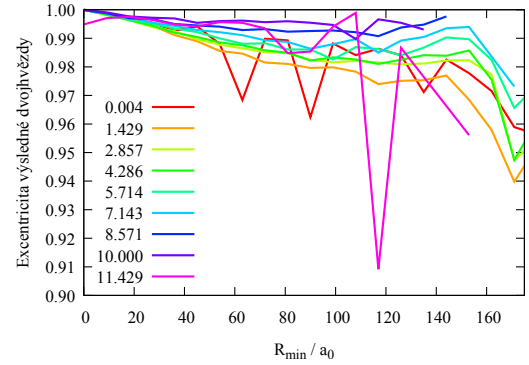
(a) $e_0 = 0,1, M_0/M_1 = 100$



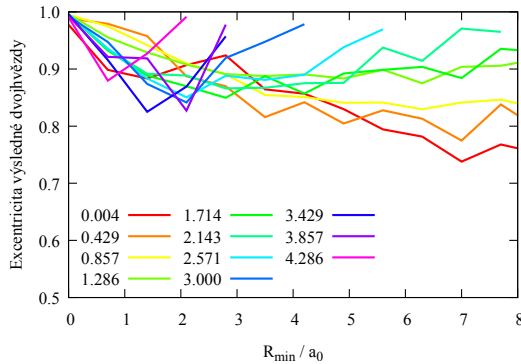
(b) $e_0 = 0,1, M_0/M_1 = 10^6$



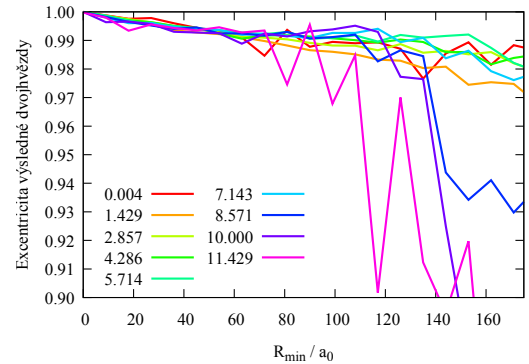
(c) $e_0 = 0,6, M_0/M_1 = 100$



(d) $e_0 = 0,6, M_0/M_1 = 10^6$



(e) $e_0 = 0,9, M_0/M_1 = 100$



(f) $e_0 = 0,9, M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.19: Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy, jejíž jedna složka byla nahrazena těžším tělesem, jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricity původní dvojhvězdy $e_0 = 0,1$ (a, b), $e_0 = 0,6$ (c, d) a $e_0 = 0,9$ (e, f). Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .

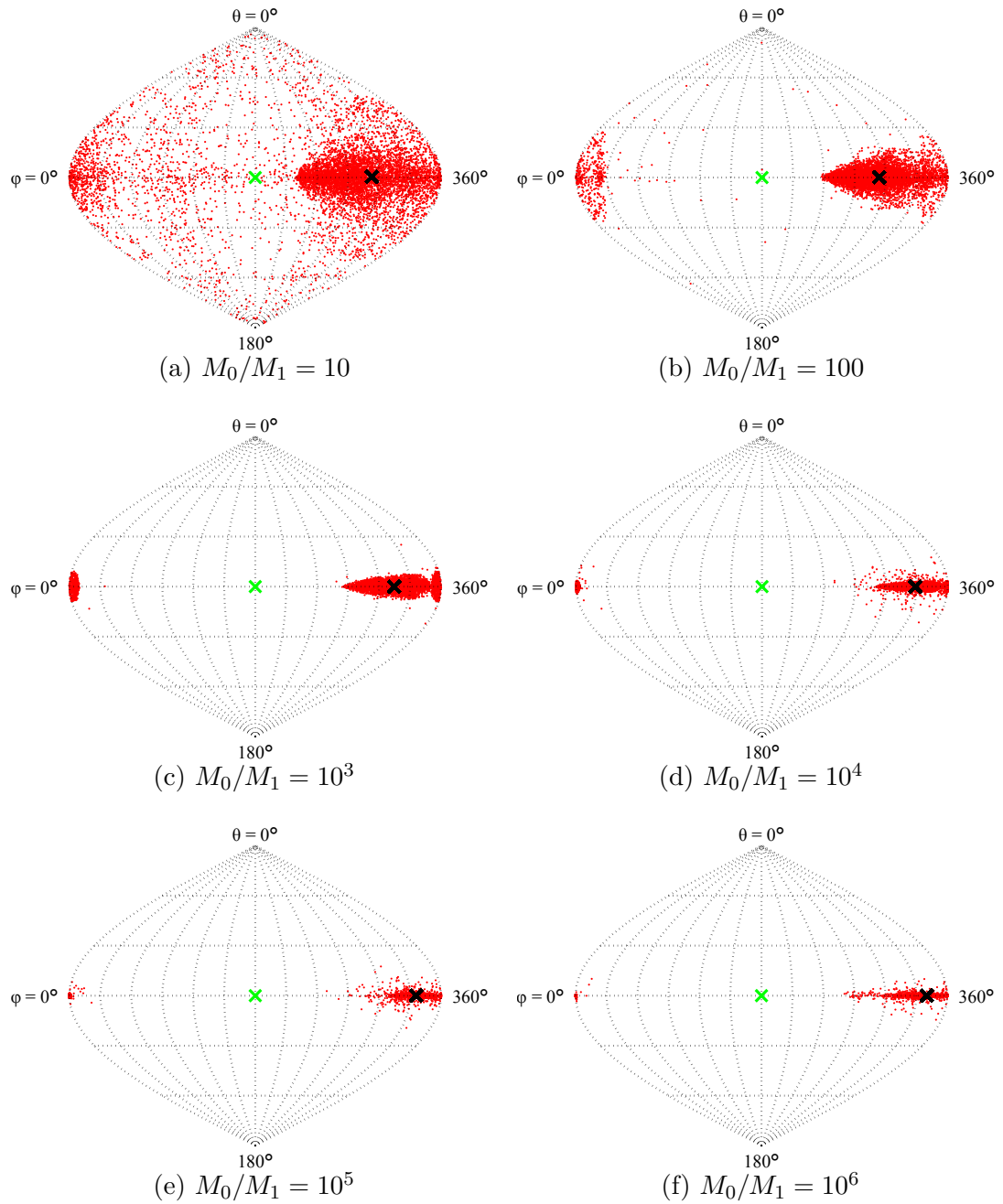
2.7 Směr odletu hvězdy při výměnné interakci

Pokud dojde k výměnné interakci, je jedna ze složek dvojhvězdy vystřelena poměrně velkou rychlostí ze systému (jak bylo ukázáno v kapitole 2.4). Na obrázku 2.20 vidíme vykreslené jednotlivé směry odletu odlétající hvězdy ve standardních sférických souřadnicích, kde θ je polární úhel a φ je azimutální úhel. Hodnotě $\theta = 90^\circ$ odpovídá rovina vzájemného pohybu těžiště dvojhvězdy a tělesa M_0 . $\theta = 90^\circ, \varphi = 180^\circ$ je směr původního letu těžiště dvojhvězdy, než začala interagovat s třetím tělesem, v obrázcích je vyznačen zeleným křížkem. Natočení dráhy dvojhvězdy na začátku integrace je v tomto případě ještě vybráno náhodně, používáme tedy konfiguraci **A**.

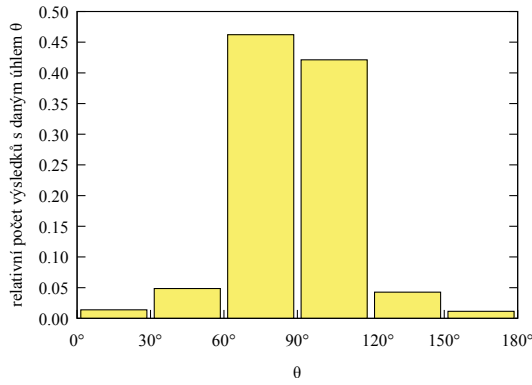
Pokud výsledky z předchozího odstavce překreslíme do histogramů, je relativní počet odlétajících hvězd daným směrem o něco zřetelnější. Většina odlétajících hvězd opouští systém ve směru blízkém rovině vzájemného pohybu těžiště dvojhvězdy a třetího tělesa na začátku integrace (viz obr. 2.21). To se dá předpokládat už kvůli zákonu zachování celkové hybnosti soustavy. Výjimku tvoří pouze nejnižší rychlosti v_{inf} , se kterými je orbitální rychlost dvojhvězdy v_{orb} ještě srovnatelná, a tedy při sčítání vektorů těchto dvou rychlostí má v_{orb} velký vliv.

Odlétající hvězdy mají spíše tendenci vracet se směrem, ze kterého přilétly, než pokračovat v původním směru dál. Tomu odpovídají hodnoty $360^\circ > \varphi > 270^\circ$ a $90^\circ > \varphi > 0^\circ$. Čím je navíc hmotnost třetího tělesa větší, tím užší je oblast, ve které hvězdy odlétají (viz obr. 2.20 a 2.22). Převažující směr odletu do čtvrtého kvadrantu v proměnné φ je dán tím, že při nenulovém srážkovém parametru posouváme dvojhvězdu ve směru $\varphi = 90^\circ$ (viz obr. 1.2 na str. 5).

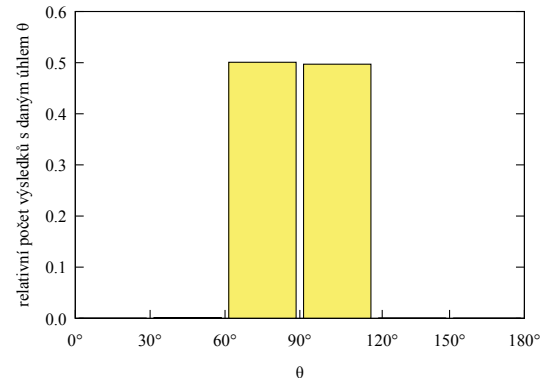
Pro nejnižší hmotnosti M_0 odlétají hvězdy všemi směry (viz obr. 2.20, 2.21a a 2.22a), protože v takovém případě není dvojhvězda tolik gravitačně urychlována a při součtu vektorů v_{orb} a její rychlosti přibližování se k třetímu tělesu hraje orbitální rychlost větší roli. U větších hmotností M_0 už hvězdy opouští systém v užších oblastech.



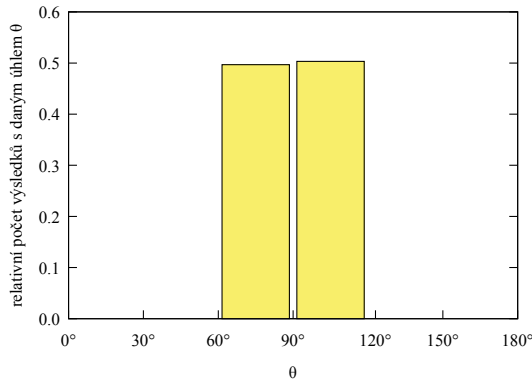
Obrázek 2.20: Směry, ve kterých odlétaly hvězdy při jednotlivých výměnných interakcích. Černý křížek značí střední hodnotu všech směrů, zelený směr letu dvojhvězdy na začátku modelování.



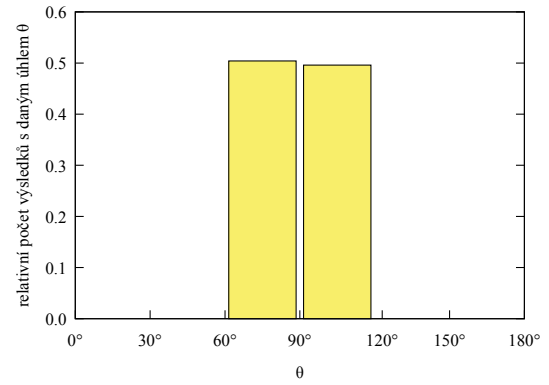
(a) $M_0/M_1 = 10$



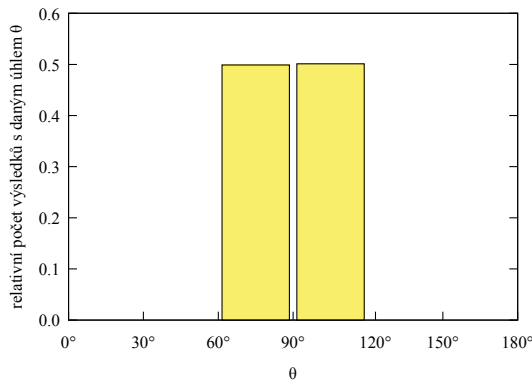
(b) $M_0/M_1 = 100$



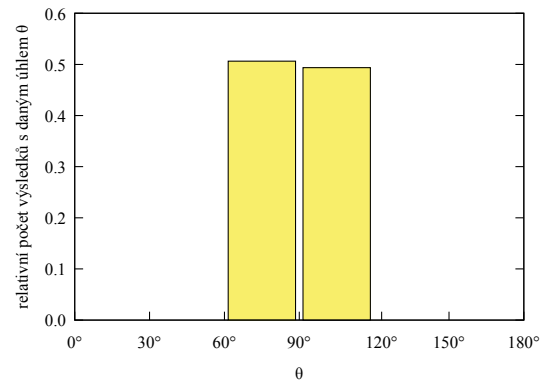
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$

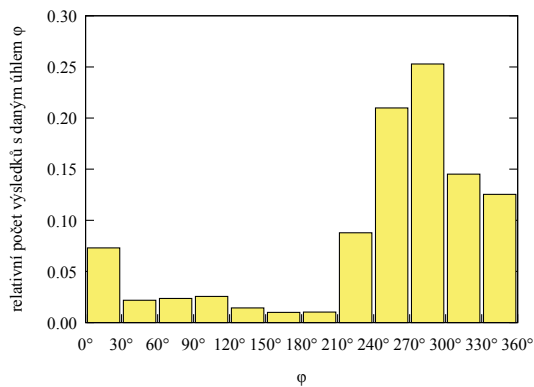


(e) $M_0/M_1 = 10^5$

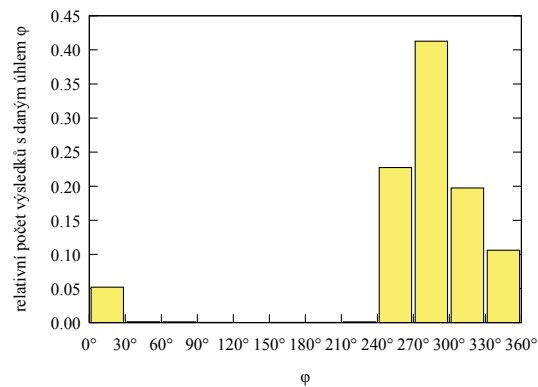


(f) $M_0/M_1 = 10^6$

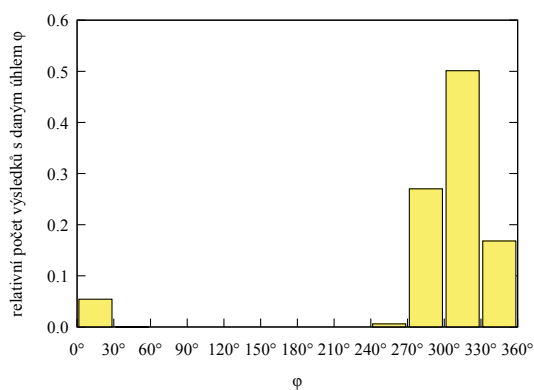
Obrázek 2.21: Histogram směru odletu hvězdy při výměnné interakci pro úhlovou souřadnici θ , která odpovídá tomu, jak moc se směr odlétající hvězdy změnil oproti směru přiletu ($\theta = 90^\circ$).



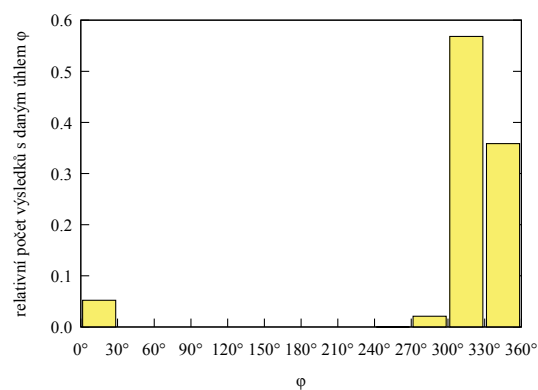
(a) $M_0/M_1 = 10$



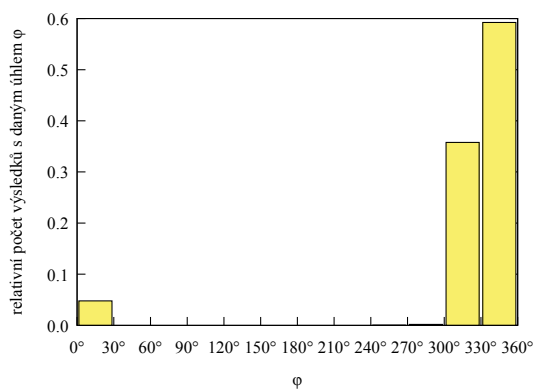
(b) $M_0/M_1 = 100$



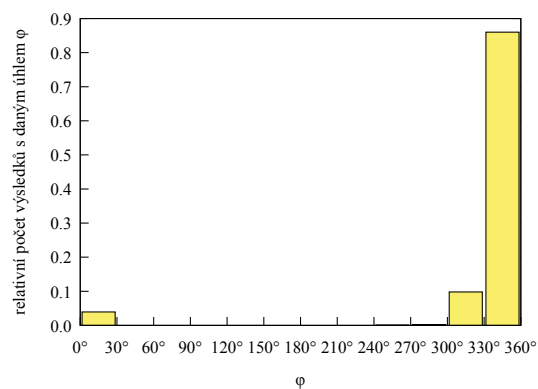
(c) $M_0/M_1 = 10^3$



(d) $M_0/M_1 = 10^4$



(e) $M_0/M_1 = 10^5$



(f) $M_0/M_1 = 10^6$

Obrázek 2.22: Histogram směru odletu hvězdy při výměnné interakci pro úhlovou souřadnici φ . $\varphi = 180^\circ$ odpovídá směru letu dvojhvězdy v nekonečnu na počátku.

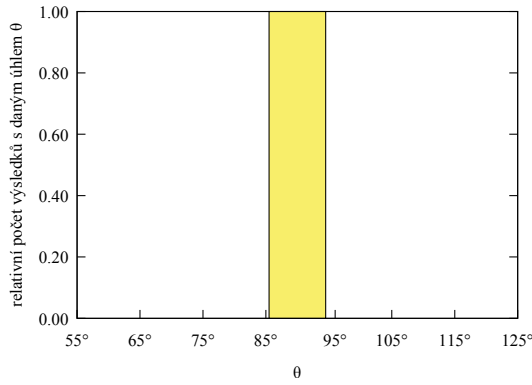
2.8 Závislost směru vystřelení hvězdy na natočení původní dvojhvězdy

Směr, ve kterém hvězda opouští systém, může záležet především na natočení dvojhvězdy na začátku integrace. Opět ale platí, že čím větší je rozdíl mezi hmotnostmi nejtěžšího tělesa a složky dvojhvězdy, tím užší je oblast, do které hvězda odlétá. Na obrázcích 2.23 a 2.24 jsou vykresleny histogramy směru odletu pro nejlehčí ($M_0/M_1 = 10$) a nejtěžší ($M_0/M_1 = 10^6$) třetí těleso. V jednotlivých obrázcích jsou případy pro různé natočení původní dvojhvězdy:

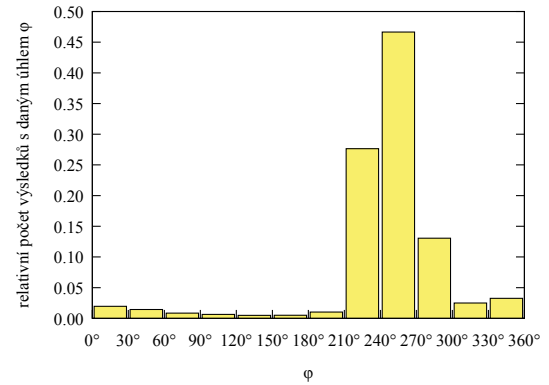
- (a, b) Konfigurace **C1**: inklinace i i délka vzestupného uzlu Ω jsou rovny nule. Moment hybnosti dvojhvězdy \mathbf{L}_0 má tedy stejný směr jako moment hybnosti páru tvořeného třetím tělesem a dvojhvězdou \mathbf{L}_c . V tomto případě kvůli celkové symetrii problému musí všechny hvězdy odlétat také v rovině vzájemného pohybu těžiště dvojhvězdy a třetího tělesa (viz obr. 2.24a).
- (c, d) Konfigurace **C2**: $i = -\pi/2$, $\Omega = 0$. \mathbf{L}_0 je kolmý jak k \mathbf{L}_c , tak ke směru rychlosti původní dvojhvězdy v nekonečnu \mathbf{v}_0 .
- (e, f) Konfigurace **C3**: $i = \pi/2$, $\Omega = -\pi/2$. \mathbf{L}_0 má stejný směr jako rychlost původní dvojhvězdy v nekonečnu \mathbf{v}_0 .

Jak již bylo zmíněno, pokud se všechna tři tělesa pohybují v jedné rovině, kvůli symetrii problému nemá odlétající hvězda na výběr a musí odlétat opět v dané rovině. V ostatních případech ale dochází k určitému rozptylu, který je o něco větší, pokud je moment hybnosti dvojhvězdy kolmý k její rychlosti (viz především obr. 2.23c a 2.23e). Rozptyl je také větší, pokud je třetí těleso lehčí (pro srovnání například obr. 2.23c a 2.24c). Při hmotnostech srovnatelných s $M_0/M_1 = 10^6$ odlétají hvězdy vždy téměř stejným směrem a rozdíly mezi různými natočeními původní dvojhvězdy jsou minimální, což znovu souvisí se sčítáním vektorů rychlostí.

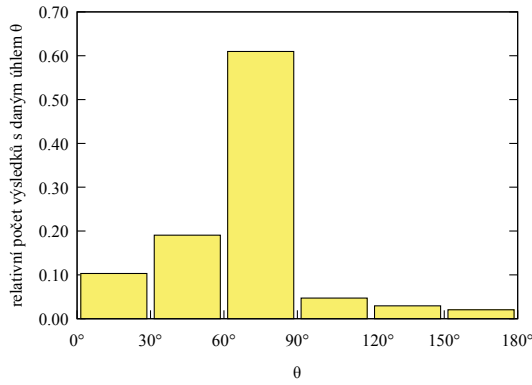
Pokud bychom v prvním případě ($\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{L}_c$) uvažovali dvojhvězdu na počátku tak, aby momenty hybnosti měly stejnou velikost, ale opačný směr (inklinace by tedy místo 0 byla rovna π), výsledky by se změnily. Při posunutí pro zvýšení srážkového parametru totiž posouváme dvojhvězdu vždy ve směru $\varphi = 90^\circ$ (viz obr. 1.2), a tak výsledky mohou záviset na směru otáčení páru. V obrázku 2.25 je porovnání výsledků kladně a záporně orientovaného \mathbf{L}_0 vůči \mathbf{L}_c pro tři hmotnosti $M_0/M_1 = 100$, 10^4 a 10^6 . Zkoumáme zde pouze souřadnici φ , neboť, jak již bylo zmíněno, θ je vždy 90° . Pokud bychom porovnávali výsledky pro opačné natočení při dvou dalších případech, kdy je \mathbf{L}_0 kolmý k \mathbf{L}_c , vyšly by výsledky v úhlové souřadnici φ naprosto stejně a v θ pouze zrcadlově převrácené.



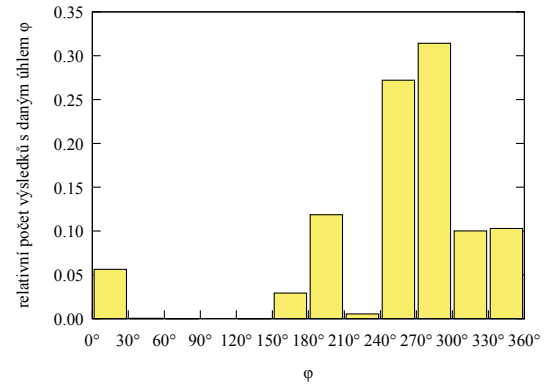
(a) Konfigurace **C1**, souřadnice θ



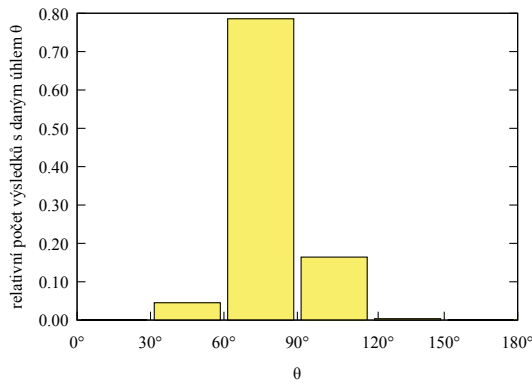
(b) Konfigurace **C1**, souřadnice φ



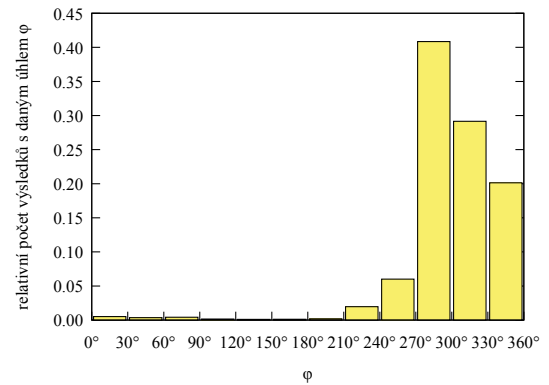
(c) Konfigurace **C2**, souřadnice θ



(d) Konfigurace **C2**, souřadnice φ

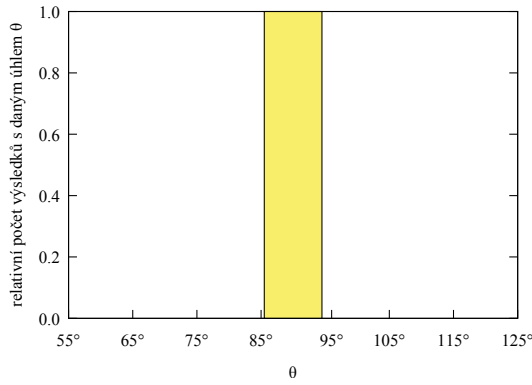


(e) Konfigurace **C3**, souřadnice θ

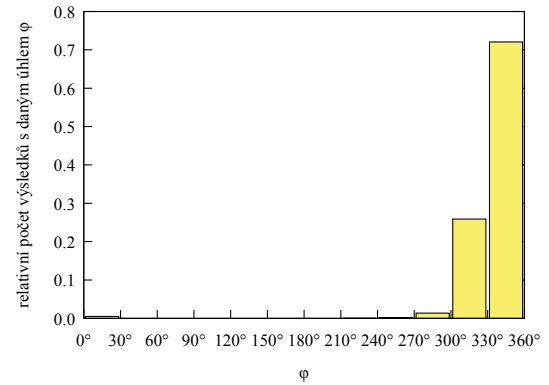


(f) Konfigurace **C3**, souřadnice φ

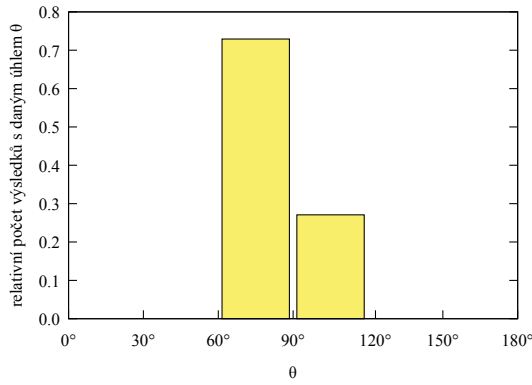
Obrázek 2.23: Histogramy pro dvě úhlové souřadnice, θ a φ , pro různé konfigurace našeho systému (viz tab. 1.1 na str. 7). Relativní hmotnost třetího tělesa je ve všech případech $M_0/M_1 = 10$.



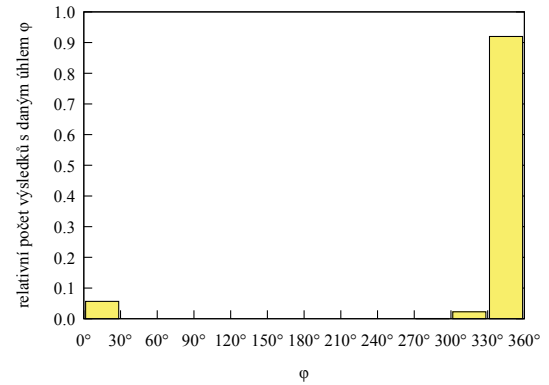
(a) Konfigurace **C1**, souřadnice θ



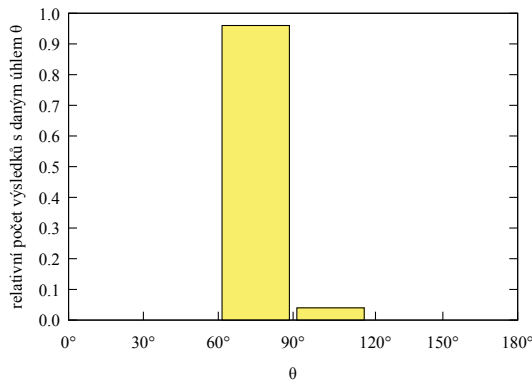
(b) Konfigurace **C1**, souřadnice φ



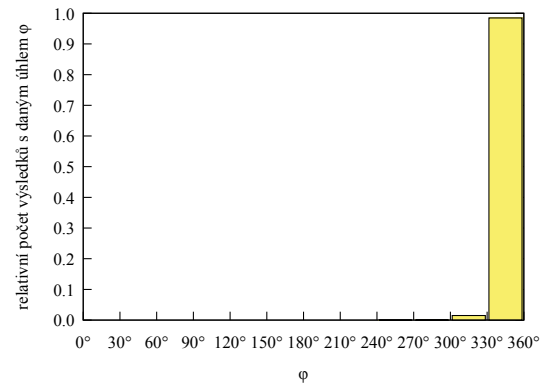
(c) Konfigurace **C2**, souřadnice θ



(d) Konfigurace **C2**, souřadnice φ

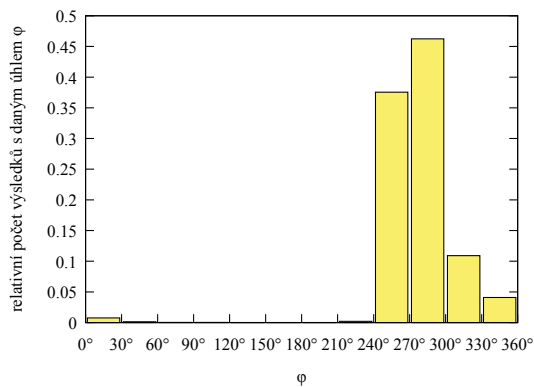


(e) Konfigurace **C3**, souřadnice θ

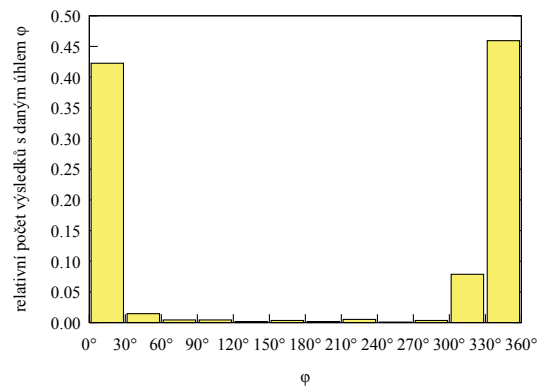


(f) Konfigurace **C3**, souřadnice φ

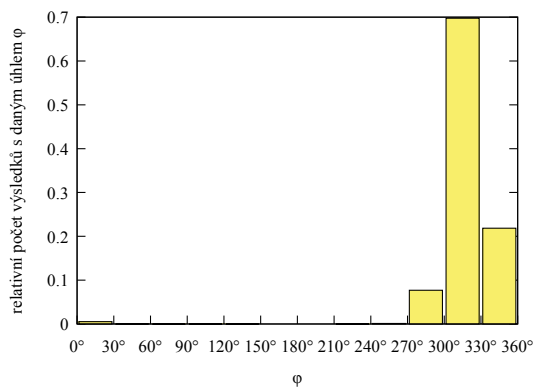
Obrázek 2.24: Histogramy pro dvě úhlové souřadnice, θ a φ , pro různé konfigurace našeho systému (viz tab. 1.1 na str. 7). Relativní hmotnost třetího tělesa je ve všech případech $M_0/M_1 = 10^6$.



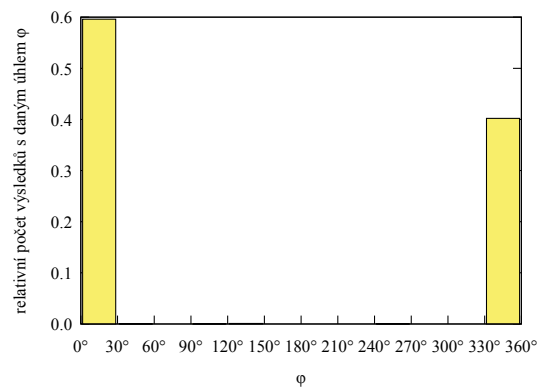
(a) Konfigurace **C1**, $M_0/M_1 = 100$.



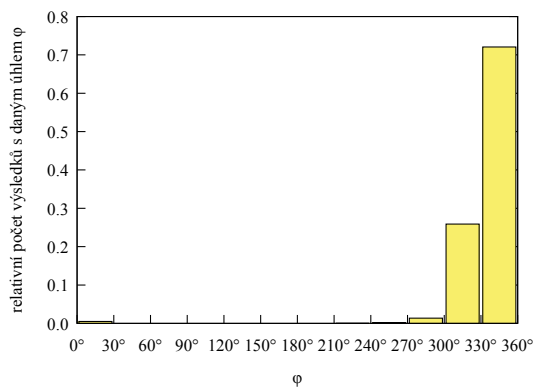
(b) Konfigurace **C4**, $M_0/M_1 = 100$.



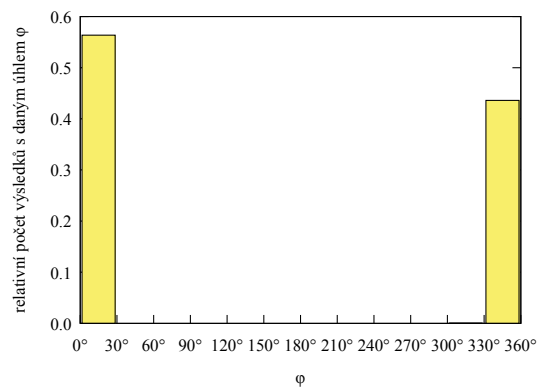
(c) Konfigurace **C1**, $M_0/M_1 = 10^4$.



(d) Konfigurace **C4**, $M_0/M_1 = 10^4$.



(e) Konfigurace **C1**, $M_0/M_1 = 10^6$.



(f) Konfigurace **C4**, $M_0/M_1 = 10^6$.

Obrázek 2.25: Porovnání histogramů pro úhlovou souřadnici φ pro počáteční konfigurace systému **C1** a **C4** (viz tab. 1.1 na str. 7).

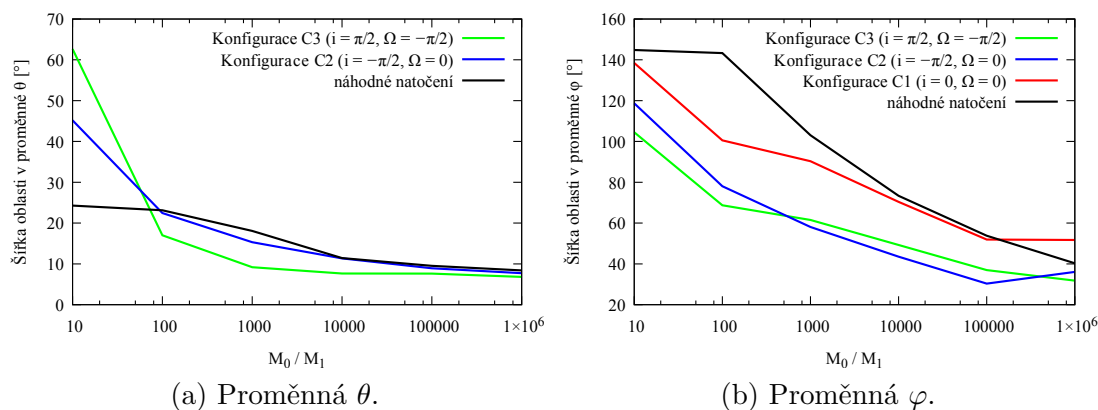
2.9 Velikost oblasti odletu hvězdy

I když, jak ukazují dvě předchozí kapitoly, převažuje jeden úzký směr odletu hvězd, pro nižší hmotnosti nejtěžšího tělesa odlétají hvězdy prakticky všemi směry, přestože v menší míře (viz obr. 2.20). Pro smysluplné definování velikosti oblasti, ve které hvězdy nejvíce opouští systém, jsme některé body pro další zpracování odebrali. Po mnoha pokusech nám jako nejlepší¹ varianta vyšlo vyškrtnout ty body, v jejichž okolí o poloměru 4° není alespoň $1/150$ z celkového počtu všech výměnných interakcí pro danou hmotnost M_0 . Tak jsme dostali soubor bodů, který již byl lokalizován v jedné konkrétní oblasti, jejíž změnu s rostoucí hmotností nejtěžšího tělesa zkoumáme v obrázku 2.26. Šířku oblasti v obou proměnných definujeme jako rozdíl maxima a minima dané souřadnice přes všechny body.²

V obrázku 2.26 je závislost jak pro konfiguraci **A** s náhodným natočením oběžné dráhy dvojhvězdy, tak pro konfigurace **C1** ($i = 0, \Omega = 0$), **C2** ($i = -\pi/2, \Omega = 0$) a **C3** ($i = \pi/2, \Omega = -\pi/2$) s konkrétními hodnotami inklinace a délky vzestupného uzlu. V části obrázku 2.26a není znázorněna konfigurace **C1**, protože, jak bylo zmíněno v kapitole 2.8, hvězdy v tomto případě odlétají v rovině vzájemného pohybu těžiště dvojhvězdy a třetího tělesa, takže šířka oblasti v proměnné θ je pro všechny hmotnosti M_0 nulová. Pro nejnižší hmotnost $M_0/M_1 = 10$ je oblast velmi široká, s rostoucí hmotností M_0 se ale vždy zmenšuje, až pro $M_0/M_1 = 10^6$ dosáhne její šířka v obou proměnných asi třetinové hodnoty. Těžší tělesa tedy při Hillsově mechanismu produkují přesněji vystřelované hvězdy. Vzhledem k hmotnosti černé díry v jádru naší galaxie (přibližně $4 \cdot 10^6$ hmotností Slunce, Ghez a kol., 2008), budou vystřelené hvězdy takto přesně odlétat i od ní, pokud budou produkovány Hillsovým mechanismem. Z jejich směru pak můžeme určit oblast, ve které se původní dvojhvězda nacházela.

¹Nejlepší nám varianta přišla od oka, kdy se nejhustší oblasti odletu hvězd výrazně zmenšily, ale přesto jsme odebrali všechny body, které byly osamocené nebo v málo hustých oblastech.

²Pokud se oblast prostírá přes $\varphi = 0^\circ$ bereme samozřejmě v proměnné φ rozdíl minima a maxima a k výsledku musíme přičíst 360° .



Obrázek 2.26: Změna šířky oblasti, ve které odletuje většina hvězd, v proměnných θ a φ v závislosti na hmotnosti nejtěžšího tělesa.

Závěr

Při blízkém střetu dvojhvězdy a těžšího tělesa dochází k výměně jedné složky dvojhvězdy, pokud je příletová rychlost menší, a k rozpadu systému při větších rychlostech dvojhvězdy. Po výměnné interakci má dvojhvězda zpravidla větší velkou poloosu i excentricitu a tím se nám podařilo potvrdit předpoklady některých článků, které tyto velké excentricity automaticky předpokládaly. Pokud má navíc původní pár excentrickou dráhu, je průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy ještě zvýšená. Pokud dojde k výměně, mívá dvojhvězda také větší vazebnou energii, což má za následek především vystřelení zbylé hvězdy velkou rychlostí ze systému. Vzniklá dvojhvězda je tak odolnější proti dalšímu rozpadu nebo výměně. Tím se podařilo ověřit předpoklad, že S-hvězdy, které jsou velmi silně navázány na jádro galaxie, mohou být výsledkem právě Hillsova mechanismu. Stejně tak v Hillsově mechanismu mohou mít původ i velmi rychlé hvězdy v galaktickém halu, jejichž rychlost je větší než úniková rychlost z Mléčné dráhy. Při odletu má vyměněná hvězda tendenci odlétat pro nižší hmotnosti nejtěžšího tělesa všemi směry. S rostoucí hmotností třetího tělesa se ale oblast, do které hvězdy odlétají, zužuje. Pro nejvyšší hmotnosti pak odlétají téměř jedním směrem. Ten je navíc vždy orientován tak, že se hvězda spíše vrací do směru, ze kterého přilétla, než že by pokračovala ve směru původním. Díky tomu jsme zejména u těžších těles schopni podle směru odlétající hvězdy určit oblast jejího původu.

Seznam použité literatury

- BROWN, W. R., GELLER, M. J. a KENYON, S. J. (2014). MMT hypervelocity star survey. III. the complete survey. *ApJ*, **787**, 1–13.
- GHEZ, A. M., SALIM, S., WEINBERG, N. N., LU, J. R., DO, T., DUNN, J. K., MATTHEWS, K., MORRIS, M. R., YELDA, S., BECKLIN, E. E., KREMENEK, T., MILOSAVLJEVIC, M. a NAIMAN, J. (2008). Measuring distance and properties of the Milky Way’s central supermassive black hole with stellar orbits. *ApJ*, **689**, 1044–1062.
- HILLS, J. G. (1988). Hyper-velocity and tidal stars from binaries disrupted by a massive galactic black hole. *Nature*, **331**, 687–689.
- HILLS, J. G. (1991). Computer simulations of encounters between massive black holes and binaries. *AJ*, **102**, 704–715.
- KAFLE, P. R., SHARMA, S., LEWIS, G. F. a BLAND-HAWTHORN, J. (2014). On the shoulders of giants: Properties of the stellar halo and the Milky Way mass distribution. *ApJ*, **794**, 1–17.
- MADIGAN, A., HOPMAN, C. a LEVIN, Y. (2011). Secular stellar dynamics near a massive black hole. *ApJ*, **738**, 1–22.
- PERERA, B. B. P., STAPPERS, B., LYNE, A. G., BASSA, C. G., COGNARD, I., GUILLEMOT, L., KRAMER, M., THEUEAU, G. a DESVIGNES, G. (2017). Evidence for an intermediate-mass black hole in the globular cluster NGC 6624. *MNRAS*, **469**, 4665–4674.
- PERETS, H. B., GUALANDRIS, A., KUPI, G., MERRITT, D. a ALEXANDER, T. (2009). Dynamical evolution of the young stars in the galactic center: N-body simulations of the S-star. *ApJ*, **702**, 884–889.
- SUNDMAN, K. F. (1912). Mémoire sur le problème de trois corps. *Acta Mathematica*, **36**, 105–179.
- ŠUBR, L. osobní komunikace.
- ŠUBR, L. a HAAS, J. (2016). The properties of hypervelocity stars and S-stars originating from an eccentric disk around a supermassive black hole. *ApJ*, **828**, 1–11.
- VICKERS, J. J., SMITH, M. C. a GREBEL, E. K. (2015). Red runaways: Hypervelocity stars, Hills ejecta, and other outliers in the F-to-M star regime. *AJ*, **150**, 1–16.

Seznam obrázků

1.1	Elementy dráhy. Zdroj: cs.wikipedia.org, článek Elementy dráhy	4
1.2	Počáteční konfigurace při zkoumání Hillsova mechanismu. Referenční rovina je zde rovina papíru. Sférické souřadnice, z nichž jedna je znázorněna v obrázku vlevo nahoře, budou zavedeny v kapitole 2.7. Znázornění dvojhvězdy je pouze schematické – dvojhvězda může mít různě natočenou rovinu oběhu vůči třetímu tělesu a může obíhat oběma směry.	5
1.3	Konfigurace systému, při které mají všechny páry kladnou energii, ale přesto se, podle numerického modelu, k sobě tělesa vrátí.	9
2.1	Závislost pravděpodobnosti rozpadu systému PR na rychlosti v nekonečnu v_{inf} v jednotkách orbitální rychlosti v_{orb} při nulovém srážkovém parametru. Černé čáry jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	10
2.2	Závislost pravděpodobnosti rozpadu systému PR na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k třetímu tělesu R_{min} . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé čáry označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	12
2.3	Účinný průřez pro rozpad v závislosti na rychlosti v nekonečnu. Černé čáry označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	14
2.4	Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce PV na rychlosti v nekonečnu v jednotkách původní orbitální rychlosti dvojhvězdy v_{inf}/v_{orb} s nulovým srážkovým parametrem. Červné čáry jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	15
2.5	Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce PV na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k nejtěžšímu tělesu v jednotkách velké poloosy dvojhvězdy R_{min}/a_0 . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	16
2.6	Účinný průřez pro výměnu v závislosti na rychlosti v nekonečnu. Černé křivky jsou Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	18
2.7	Poměr účinných průřezů výměnné a rozpadové interakce σ_{PV}/σ_{PR} jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy $\alpha v_{inf}/v_{orb}$. Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	19
2.8	Závislost pravděpodobnosti výměnné interakce na srážkovém parametru v jednotkách D_{min} pro různé hmotnosti nejtěžšího tělesa M_0 a velké poloosy původní dvojhvězdy a_0 . Černé křivky jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1988).	19

2.9	Změna vazebné energie páru $\Delta E/E_0$ při nulovém srážkovém parametru jako funkce rychlosti v nekonečnu v jednotkách orbitální rychlosti v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	21
2.10	Závislost změny vazebné energie $\Delta E/E_0$ na nejbližším přiblížení dvojhvězdy k nejhmotnějšímu tělesu R_{min} . Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	22
2.11	Normovaný účinný průřez změny vazebné energie σ_E^* daný rovnicí 2.13 jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha_2 v_{inf}/v_{orb}$ a hmotnosti M_0 . Černé křivky jsou pro Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	23
2.12	Změna vazebné energie v jednotkách $\Delta E^*/E_0$ jako funkce srážkového parametru v jednotkách D_{min} . Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1988).	23
2.13	Normovaná střední hodnota rychlosti vystřelení jako funkce normované rychlosti dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$. Černé křivky označují Hillsovy výsledky (Hills, 1991).	26
2.14	Závislost rychlosti vystřelení hvězdy při výměnné interakci v jednotkách v_{vs}^* na srážkovém parametru v jednotkách D_{min} . Černé křivky jsou původní Hillsovy výsledky (Hills, 1988).	26
2.15	Prům. velká poloosa výsledného páru normovaná faktorem α^4/a_0 v závislosti na normované rychlosti původní dvojhvězdy v nekonečnu $\alpha v_{inf}/v_{orb}$.	27
2.16	Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy e_n (pro výměnné interakce i pro přežití dvojhvězdy) jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricitu původní dvojhvězdy $e_0 = 0,0001$. Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} . Černé křivky odpovídají Hillsovým výsledkům (Hills, 1991).	30
2.17	Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy e_n (pro výměnné interakce i pro přežití dvojhvězdy) jako funkce R_{min}/a_0 pro tři excentricity původní dvojhvězdy $e_0 = 0,1$ (a, b), $e_0 = 0,6$ (c, d) a $e_0 = 0,9$ (e, f). Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .	32
2.18	Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy, jejíž jedna složka byla nahrazena těžším tělesem, jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricitu původní dvojhvězdy $e_0 = 0,0001$. Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .	33
2.19	Průměrná excentricita výsledné dvojhvězdy, jejíž jedna složka byla nahrazena těžším tělesem, jako funkce srážkového parametru v jednotkách R_{min}/a_0 pro excentricity původní dvojhvězdy $e_0 = 0,1$ (a, b), $e_0 = 0,6$ (c, d) a $e_0 = 0,9$ (e, f). Jednotlivé čáry značí různé rychlosti v nekonečnu v_{inf}/v_{orb} .	34

2.20	Směry, ve kterých odlétaly hvězdy při jednotlivých výměnných interakcích. Černý křížek značí střední hodnotu všech směrů, zelený směr letu dvojhvězdy na začátku modelování.	36
2.21	Histogram směru odletu hvězdy při výměnné interakci pro úhlovou souřadnici θ , která odpovídá tomu, jak moc se směr odlétající hvězdy změnil oproti směru příletu ($\theta = 90^\circ$).	37
2.22	Histogram směru odletu hvězdy při výměnné interakci pro úhlovou souřadnici φ . $\varphi = 180^\circ$ odpovídá směru letu dvojhvězdy v nekonečnu na počátku.	38
2.23	Histogramy pro dvě úhlové souřadnice, θ a φ , pro různé konfigurace našeho systému (viz tab. 1.1 na str. 7). Relativní hmotnost třetího tělesa je ve všech případech $M_0/M_1 = 10$	40
2.24	Histogramy pro dvě úhlové souřadnice, θ a φ , pro různé konfigurace našeho systému (viz tab. 1.1 na str. 7). Relativní hmotnost třetího tělesa je ve všech případech $M_0/M_1 = 10^6$	41
2.25	Porovnání histogramů pro úhlovou souřadnici φ pro počáteční konfigurace systému C1 a C4 (viz tab. 1.1 na str. 7).	42
2.26	Změna šířky oblasti, ve které odletuje většina hvězd, v proměnných θ a φ v závislosti na hmotnosti nejtěžšího tělesa.	43