Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy v Praze

❑ posudek vedoucího ☑ posudek oponenta
☑ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor: Jakub Kvorka
Název práce: Teplotně-deformační vývoj ledové kůry na Enceladu
Studijní program a obor: Fyzika, Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2017

Jméno a tituly oponenta: Ondřej Souček, RNDr., Ph.D.
Pracoviště: Matematický ústav Univerzity Karlovy, 186 75 Praha 8, Sokolovská 83
Kontaktní e-mail: soucek@karel.troja.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
❑ téměř žádné ☑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ❑ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
☑ originální ❑ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
☑ veliký ❑ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
☑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

Celková úroveň práce:
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Předložená práce se zabývá problémem deformace planetární kůry ledových měsíců v důsledku procesů tání či mrznutí na rozhraní slupky a podpovrchového oceánu a tím vznikající hydstostaticky nekompenzované topografie. Problém je popsán ve formalismu mechaniky a termodynamiky kontinua s vnitřními rozhraními a zahrnuje bilance hmoty, hybnosti a energie, spolu s jejich protějšky na rozhraní, které představují odpovídající skokové podmínky. Úloha je formulována v přiblížení malé perturbace od hydstostatické rovnováhy pro slupku s konstantní tloušťkou a kondukčním teplotním profilem, což umožňuje rovnice linearizovat v poruchových proměnných. Výhodou tohoto přístupu je možnost výsledný systém parciálních diferenciálnch rovnic vyjádřit v bazi sférických harmonických funkcí, a vzniklý systém obyčejných diferenciálních rovnic efektivně řešit numericky. Součástí práce je odladěný numerický kód implementovaný autorem v jazyce Fortran 90. Práce obsahuje dále numerické simulace pro tři ledové měsice – Enceladus, Europu a Titan.

Celkové zpracování práce je výrazně nadstandardní z pohledu rozsahu, použitého matematického aparátu, jasnosti a přehlednosti výkladu i kvality grafického zpracování. Dokladem toho je mimo jiné i vložený manuskript článku do renomovaného geofyzikálního časopisu připravený autorem a školitelem ve spolupráci se spoluautory z planetologického institutu ve francouzském Nantes. Práce jednoznačně splňuje a ve většině ohledů překračuje nároky kladené na bakalářskou práci.

Poznámky a připomínky:

Jediné vážnější připomínky mám k formulaci linearizačních předpokladů, kde se autor dle mého názoru dopustil několika nepřesností zejména ve škálovací analýze. Žádná z nich ale neovlivní tvar linearizovaných rovnic, které byly použity pro řešení konkrétních problémů pro tři vybraná tělesa. Revize linearizačních předpokladů může pouze změnit oblast validity linearizovaného modelu. Připomínky přikládám na zvláštním listu níže. Většina z nich je míněna především jako pobídka pro kolegu Kvorku k dalším úvahám a práci.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

V práci se uvažuje zjednodušení napěťové závislosti viskozity nahrazením střední hodnotou ivariantu napětí na daném poloměru, což znemožňuje zachytit jevy spjaté s případnou koncentrací napětí např. pod výraznou topografickou anomálií. Je možné odhadnout efekt tohoto zjednodušení a případně navrhnout, jak postup modifikovat a vylepšit?

Práci
☑ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
☑ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta:

V Praze, 14.8. 2017 RNDr. Ondřej Souček, Ph.D.

Příloha k posudku bakalářské práce - Poznámky a připomínky oponenta

Jakub Kvorka, Teplotně-deformační vývoj ledové kůry na Enceladu, Fyzika, Obecná fyzika, 2017.

1. Podmínka (3.6) mi není jasná. Autor pouze píše, že je nutná kvůli dalším výpočtům, avšak zdůvodnění chybí a na rozdíl od podmínky (3.7) jsem motivaci pro tento předpoklad nenašel ani dále v textu.

2. Podmínky (3.12)–(3.14) se opírají o škálovací analýzu v sekci A2.2, která je dle mého názoru zčásti chybně, viz. bod 4.

3. Jenom drobné varováni k podmínce (3.20). Zatímco (3.19) pro perturbace teploty je zcela přirozená, podmínka (3.20) je výrazně problematičtější a může být snadno porušena pro krátkovlnější perturbace teplotního pole.

4. Škálovací analýza: Vztah (A.16) platí pokud škály $\hat{u}_d$ a $\hat{u}_u$ chápeme jako kladné veličiny. Potom však jeden ze vztahů (A.18) či (A.19) musí obsahovat minus, např. "kladná" hmota na horním rozhraní musí být kompenzována "zápornou" hmotou na rozhraní spodním. Vztah (A.17) navíc platí pouze uprostřed tělesa - tam je skutečně vzdálenost budících povrchových hmot R_d a R_u. Odvození vztahu pro škálu budícího potenciálu uvnitř slupky (A.20) je tedy zatíženo těmito dvěma chybami a nevěřím, že platí. Toto se pak odrazí v odhadech škál pro tlak (A.22) a (A.23) a na několika dalších místech.

5. Vztah (3.31) není myslím správně. Za předpokladu hydrostatické rovnováhy $\nabla p_0 \sim \rho \vec{g}$ plyne z (3.30) vztah
$$\vec{e}_r \cdot [\tilde{\boldsymbol{\tau}}(\vec{R}, t) - \rho \vec{u} \cdot \vec{g}\, \boldsymbol{I}]_W^I \ ,$$
který obecně není ekvivalentní vztahu (3.31). Ekvivalence platí pouze pokud $\vec{u}$ i $\vec{g}$ budou radiální pole.

6. V rovnici (3.34) by bylo možné uvažovat i tzv. "adiabatic heating" člen, který odpovídá změně vnitřní energie v důsledku objemových změn (stlačitelnosti). V článku Leng& Zhong (2008)[1] je ukázáno, že tento člen se škáluje (z pohledu integrální bilance přes celé těleso) stejně, jako disipační člen, a tedy, že má smysl v závislosti na konrétním problému a jeho škálování buď oba členy uvažovat nebo oba zanedbat. V autorově práci se nakonec disipační člen zanedbá, tedy výsledný tvar evoluční rovnice pro teplotu je z tohoto pohledu v pořádku.

7. Z pohledu odvození skokových podmínek pro energii by bylo vhodné uvážit kromě plošné bilance celkové energie (1.13) i redukovanou bilanci pouze pro vnitřní energii, vzniklou odečtením bilance kinetické energie od (1.13). Ta vypadá například následovně (Slattery et al., 2007):
$$\rho^\sigma D_t \epsilon^\sigma + \nabla_\sigma \cdot \vec{q}^\sigma - \boldsymbol{T}^\sigma : \nabla_\sigma \vec{w} = \left[-\rho \left(\epsilon - \epsilon^\sigma + \frac{1}{2} |\vec{v} - \vec{w}|^2 \right) (\vec{v} - \vec{w}) + (\vec{v} - \vec{w}) \cdot \boldsymbol{\tau} - \vec{q} \right]_W^I \cdot \vec{n} \ ,$$
Autor píše, že ji v dalším nepotřebuje, ale z této rovnice se lze nejsnadněji dostat k hraničním podmínkám pro energii ze sekce 3.9.2. Zde chybí v práci zdůraznit, že je potřeba

[1] Leng, W. and Zhong, Z. (2008). Viscous heating, adiabatic heating and energetic consistency in compressible mantle convection, *Geophys. J. Int.*, **173**, 693–702.

neuvažovat povrchové procesy, tedy položit $\rho^\sigma{=}0$, $\epsilon^\sigma{=}0$, $\vec{q}^\sigma{=}\vec{0}$, $\boldsymbol{T}^\sigma{=}\mathbf{0}$. Při zanedbání kinetického členu $\frac{1}{2}|\vec{v}{-}\vec{w}|^2$ a obdobně zanedbání kvadratického členu $(\vec{v}{-}\vec{w}) \otimes (\vec{v}{-}\vec{w})$ v bilanci hybnosti (1.11), jež se tímto zredukuje na spojitost trakční síly $\vec{0} = [\boldsymbol{\tau}]_W^I \cdot \vec{n}$, se nakonec povrchová bilance energie zredukuje na vztah

$$0 = [-\rho\,(\epsilon{-}\epsilon^\sigma)\,(\vec{v}{-}\vec{w}) + \vec{v}\cdot\boldsymbol{\tau} - \vec{q}]_W^I \cdot \vec{n}\ .$$

Pro spodní rozhraní odtud (po linearizaci a rozšíření jako v práci) vyplyne podmínka (3.37). Pro horní rozhraní se v práci uvažuje jeho materiálový charakter (to je předpoklad), což implikuje $\vec{w} = \vec{v}$, odkud plyne

$$[\vec{q}] \cdot \vec{n} = 0\ ,$$

tedy spojitost normálové složky tepelného toku. Zde je podle mě logika argumentu v práci obrácená -předpokláda se spojitost tepelného toku, a dedukuje se materiálový charakter rozhraní (3.43).

8. V sekci 3.10 se linearizuje teplotní podmínka na spodním rozhraní a autor dospívá ke vztahu (3.49). Při odvození se neuvažuje hloubková (tlaková) závislost teploty tání, viz. (3.47), kde T_b je uvažované jako konstanta. Bylo by zajímavé ověřit velikost příslušného příspěvku, pokud by člověk startoval úvahy z přesnějšího předpokladu

$$T(r,t) = T_m(p(r,t)) \doteq T_m(p_0(r,t))\ ,$$

kde T_m je tlakově závislá teplota tání.

9. Nechybí ve vztahu (4.28) pod odmocninou člen $|\tau^{j0}_{jm}(r,t)|^2$?

10. Vztah (5.5) není vhodné nazývat Eulerovým dopředným schématem neb se jedná pouze o diferenční aproximaci derivace. Eulerovo schéma by muselo zahrnovat i (časovou) aproximaci ostatních členů v dané rovnici (pravou stranu).

11. V sekci 6.2. na straně 30 v komentáři k obr. 6.1. se píše, že limitní stav izostáze dosáhnou pouze harmonické stupně $j{\leq}11$, z obrázku se však zdá, že konvergují pro zobrazený časový interval i vyšší stupně, takřka až do $j{=}20$.

12. První plošný integrál v rovnici (1.3) na pravé straně má být přes $\partial\Omega^+ \cup \partial\Omega^-$. Tak jak je to napsáno by se integrovalo i přes diskontinuitu σ, což není správně.

13. V rovnici (1.5) na str. 5 by bylo vhodnější psát na pravé straně $\vec{n}\cdot[(\vec{v}-\vec{w})\otimes\psi]$, což takto napsáno platí pro obecnou skalární, vektorovou či tenzorovou veličinu ψ.

14. Definice plošné hustoty vztahem (3.24) je vhodná pouze pro plochy nespojitosti na kterých nedochází k žádné koncentraci (např. v důsledku adsorbce). Za těchto předpokladů má podmínka (3.24) smysl a odtud vyplývá malá, či nulová hodnota plošné hustoty.

15. Přechod od rovnice (3.29) k (3.30): rce (3.6) není dle mého názoru pořeba, zato je nutné použít (3.4).

V Praze, dne 14.8. 2017 RNDr. Ondřej Souček, Ph.D.