

POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Problém najbližší korelační matice

Autor: Martina Sotáková

SHRnutí OBSAHU PRÁCE

Bakalárska práca študentky Martiny Sotákovovej sa venuje problému hľadania/odhadovania neznámej korelačnej matice, ktorá je v zmysle Frobéniovej normy najbližšie k predom zadanej matici (ktorá ale nemusí byť symetrická a pozitívne definitná). Jedná sa o problém konvexnej optimalizácie, ktorý sa rieši pomocou duálneho problému. Za platnosti určitých predpokladov je nájdené riešenie zároveň optimálne.

Autorka v práci stručne motivuje problém hľadania korelačnej matice a následne popisuje základný algoritmus používaný k získaniu optimálneho riešenia. Teoretická časť práce čerpá z článku Qi and Sun (2006) a zhrňuje najdôležitejšie výsledky. Práca uvádza aj modifikovanú verziu algoritmu, ktorá ma riešiť problém nesprávne určenej diagonály v odhadnutej korelačnej matici. V záverečnej časti práce sú oba algoritmy názorne porovnané pomocou simulačnej štúdie.

Práca je vypracovaná na priemernej úrovni a za najväčší nedostatok považujem štrukturovanie matematického textu. Niektoré symboly nie sú vôbec zavedené, niektoré symboly majú nekonzistentné označenie v jednotlivých častiach práce a iné symboly sú uvedené, alebo definované nezmyselne.

Problém vidím aj v rozpore medzi tvrdením v teoretickej časti práce a výsledkami simulácie (v práci sa všeobecne objavuje niekoľko tvrdení, ktoré nie sú pravdivé).

Prácu napriek tomu doporučujem uznať ako bakalársku prácu.

OTÁZKY & PŘIPOMÍNKY

1. V časti 2.3.1 sa píše, že algoritmus 1 "nedá maticu s jednotkovou diagonálou, pretože podmienka $\text{Diag}(X) = e$ nie je explicitne vynútená." V praktickej časti je ale uvedený príklad a riešenie algoritmu 1 na str. 17 je korelačná matica, ktorá obsahuje na hlavnej diagonále presne hodnoty jedna. Text nižšie pritom tvrdí, že "možeme vidieť", že hodnoty "na diagonále nie sú prvky presne rovné jednej...".

Ak je pravda, že algoritmus 1 dáva na rozdiel od algoritmu 2 riešenie, ktoré nemá na diagonále hodnoty jedna (ako autorka uvádza aj v závere práce), potom sú nutne riešenia algoritmu 1 a algoritmu 2 rôzne. Ako je potom možné, že v simuláciach vychádza **vždy** hodnota normy medzi počiatočnou maticou (ktorá je rovnaká pre oba algoritmy) a výsledným riešením rovnaká pre algoritmus 1 aj algoritmus 2?

Na str. 18 sa navyše píše, že "táto matica", teda riešenie, "je symetrická". V skutočnosti ale nie je (viď prvky X_{45} a X_{54}). To isté platí aj pre maticu na predchádzajúcej strane.

2. V simulačnej štúdií chýba informácia o tom, koľko rôznych matíc bolo vygenerovaných pre jednu konkrétnu kombináciu hodnôt β a n . Uvedené tabuľky pôsobia dojmom, že išlo iba o jedinú náhodnú realizáciu a porovnanie algoritmov je založené na jednej konkrétnej (hoci náhodnej) matici. V takom prípade sú ale simulácie bez výpovednej hodnoty a porovnanie je nedostačujúce/nerealistické.
3. Niekoľko menších, ale aj vážnejších gramatických chýb a formulačných nedostatkov (napr. správne sú "algoritmy" nie "algoritmi").

4. Formulácia matematického textu je všeobecne na slabej úrovni. Uvádzam niekoľko konkrétnych pripomienok:

- Je vhodné rozlíšiť vektor $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ a číslo $x \in \mathbb{R}$. Vektory sú pritom v práci niekedy definované ako stĺpce (napr. Definícia 1), inokedy ako riadky (napr. Tvrdenie 1). Nie je tak možné dostatočne dobre sledovať správnosť dimenzii pri násobení, nakoľko nie je jasné, ako je ktorý vektor definovaný.
- V úvode časti 2.1.1. sú definované množiny \mathcal{S}^n a \mathcal{S}_+^n . Neskôr sa ale v texte objavujú množiny \mathcal{S}^n a \mathcal{S}_+^n . Značenie sa nekonzistentne strieda aj v ďalšom priebehu práce. Font nie je konzistentný ani pri značení matíc (A, B vs. A, B).
- V minimalizačných problémoch (2.1), (2.8) a (2.11) nie je zrejmé vzhľadom k čomu sa výraz minimalizuje.
- Čo je m v bode (a) v Definícii 5?
- V úvode časti 2.1.3. sa píše, že " y je riešením rovnice $F(y) = e$." Aké y ? Rovnica $F(y) = e$ je definovaná pre všetky $y \in \mathbb{R}^n$. Ktoré z nich je tým riešením?
- Na str. 8 sa píše, že vlastné čísla sú usporiadané "od najmenšieho po najväčšie...". Následne sú ale uvedené v postupnosti od najväčšieho po najmenšie ($\lambda_1(X) \geq \dots \geq \lambda_n(X)$).
- Definícia 7 nemá zmysel: funkcia f na začiatku definície je definovaná ako zobrazenie z \mathcal{S}^n do \mathcal{S}^n , kde $\mathcal{S}^n \subset \mathbb{R}^{n \times n}$. Následne je ale tá istá funkcia f použitá ako zobrazenie (asi) z \mathbb{R}_+ do \mathbb{R} (v zápise $f(\lambda_1(X))$ a ďalších). Navyše, čo si autorka predstavuje pod výrazom $f'(\mu_i)$, keď $f : \mathcal{S}^n \rightarrow \mathcal{S}^n$. Ako vyzerá argument tejto derivácie, hodnota μ_i ?
- Čo je G a tol v Lemma 7?

Edmonton, AB, 10.08.2017

Matúš Maciak
maciak@karlin.mff.cuni.cz

