

Posudek vedoucího diplomové práce

Autor: Bc. Jakub Pekárek

Název práce: 3-Coloring Graphs on Torus

Vedoucí: doc. Mgr. Zdeněk Dvořák, Ph.D.

Ve studiu barevnosti grafů na plochách hrají významnou roli kritické grafy, tj. minimální obstrukce pro danou barevnost. Popis kritických grafů v dané třídě lze využít např. k návrhu barvicích algoritmů.

Práce se zabývá 4-kritickými grafy bez trojúhelníků nakreslenými na pevně zadané ploše. V rovině žádné takové grafy neexistují, jelikož rovinné grafy bez trojúhelníků jsou 3-obarvitelné dle Grötzschovy věty. V projektivní rovině jsou 4-kritické právě nebipartitní kvadrangulace bez separujících 4-cyklů dle výsledku Gimbel a Thomassena. Práce studuje tento problém pro torus.

Jako výchozí bod je v práci ukázáno, že ve 4-kritickém grafu bez trojúhelníků nakresleném na toru je každý vrchol incidentní se 4-stěnou. 4-stěny mají přirozenou redukci: identifikaci protilehlých vrcholů. Tato redukce nemůže snížit barevnost, redukce 4-kritického grafu tedy obsahuje 4-kritický podgraf. To umožňuje dokazovat vlastnosti 4-kritických grafů bez trojúhelníků induktivně, známe-li základní grafy této indukce: 4-kritické grafy bez trojúhelníků nakreslené na toru takové, že každá identifikace vytváří trojúhelník. Hlavním výsledkem práce je enumerace těchto základních grafů s použitím počítače, což dokazuje, že existují právě 4 takové grafy.

Jako aplikace je pak induktivně dokázáno, že každý 4-kritický graf bez trojúhelníků na toru má nejvýše 4 stěny délky větší než 4 (a je přesně určeno, jak dlouhé tyto stěny mohou být). Dále plánujeme obdobným způsobem získat přesný popis všech takových grafů.

Textová část práce začíná přehledem souvisejících výsledků a nástínem cíle práce. Pokračuje zavedením nutných pojmů a technik a důkazem výsledku o 4-stěnách v kritických grafech na toru. Dále následuje popis algoritmu pro enumeraci základních grafů a optimalizací potřebných k tomu, aby došel v prakticky použitelném čase. V závěru práce jsou popsány aplikace základních grafů v induktivních důkazech a nástíněny budoucí cíle.

Výsledky práce byly přijaty k prezentaci na konferenci Eurocomb'17 a připravujeme je k časopisecké publikaci. Dosažené výsledky i jejich zpracování považuji za velmi kvalitní a navrhuji práci ohodnotit známkou **v ý b o r n ě**.

8.8.2017, Zdeněk Dvořák

