

Posudek oponenta bakalářské práce studenta Anh Dung Le

Tomáš Vávra

Bakalářská práce *Bernoulli numbers and regular primes* se zabývá vztahem mezi Bernoulliho čísly a regulárními prvočísly. Regulární prvočísla se objevují od Liouvilleovy snahy o důkaz velké Fermatovy věty, která selhala kvůli nejednoznačnosti prvočíselné faktorizace v obecných číselných tělesech. Ernst Kummer nedlouho poté dokázal případy velké Fermatovy věty, kdy exponent p je regulární prvočíslo, tj. (racionální) prvočíslo p , které nedělí třídové číslo cyklotomického tělesa $\mathbb{Q}(\zeta_p)$. Kummerovo kritérium potom říká, že prvočíslo p je regulární, právě když p nedělí čitatele Bernoulliho čísel B_k pro $k = 2, 3, \dots, p - 3$.

Práce je rozdělena do tří kapitol. První kapitola obsahuje definice ze standardní algebraické teorie čísel. Dále jsou zde vysvětleny vlastnosti Dirichletových charakterů. Druhá práce se věnuje metodám analytické teorie čísel, zejména Dirichletovým L -funkcím. Tato kapitola vrcholí odvozením vyjádření relativního třídového tělesa (pro CM tělesa) pomocí zobecněných Bernoulliho čísel. Ve třetí kapitole do hry vstupuje p -adická teorie. Student se prvně věnuje základům p -adické analýzy, zejména řadám, poté p -adickým L -funkcím. Hlavním výsledkem této kapitoly je pak Důsledek 3.28., který je jednou implikací Kummerova kritéria.

Většina výsledků je brána z knihy L. C. Washington: *Introduction to cyclotomic fields*. Jelikož se jedná o rešerši, představoval bych si podrobnější vysvětlení jak základních pojmů, tak důkazů. Na druhou stranu je třeba mít na paměti, že studovaná látka je velmi náročná a dalece přesahuje náplň klasického bakalářského studia. Možná by bývalo lépe, kdyby byl rozsah výsledků menší, ale detailněji vysvětlený a s větším důkazem na konzistenci. Není mi například úplně jasné, podle jakého kritéria bylo určeno, zda věta bude dokazována nebo ne. Uvítal bych také, kdyby některá tvrzení z úvodu zazněla i v textu na relevantních místech, např. vztah dělitelnosti třídového a relativního třídového čísla prvočíslem.

Práce vykazuje známky toho, že byla psána ve spěchu, viz například vysázené $\mathit{mathbb{R}^+}$ na str. 19, zobrazený symbol pro přetečení textu na konci str. 32, či úsměvná česká poznámka v Důsledku 3.24. Úroveň angličtiny, byť není dokonalá, je na slušné úrovni, a nijak nebrání srozumitelnosti. Velmi se mi nelíbí zápis použitelné literatury na str. 33, navíc v případě pramenu [7] chybí jakékoliv přesnější určení, kde text hledat.

Přes veškeré nedostatky, a s přihlédnutím na rozsah a náročnost tématu, navrhuji práci uznat jako bakalářskou a ohodnotit známkou *výborně*.

V Praze dne 28. 8. 2017

Ing. Tomáš Vávra, PhD.