

Název: Integrovaná a supremální operátory na váhových prostorech funkcí

Autor: Martin Křepela

Katedra: Katedra matematické analýzy

Školitel: prof. RNDr. Luboš Pick, CSc., DSc., Katedra matematické analýzy

Abstrakt: Ústředním tématem této práce je omezenost integrovaných a supremálních operátorů na prostorech funkcí s vahou. Získané výsledky mají podobu charakterizací váhových nerovností pro vhodné množiny funkcí a lze je rozdělit do tří skupin podle povahy studovaných operátorů a prostorů funkcí.

První část se zabývá operátorem konvoluce na Lorentzových prostorech typů Λ , Γ a S s obecnou vahou. Výstupem je charakterizace omezenosti konvolučního operátoru s daným jádrem mezi různými prostory uvedeného typu. Výsledky mají podobu zobecněných Youngových nerovností a zahrnují důkaz optimality prostorů, jež v těchto nerovnostech vystupují. Dalšími získanými poznatky je srovnání s klasickými Youngovými nerovnostmi a souvisejícími výsledky a rovněž přehled základních vlastností jistých nových prostorů funkcí figurujících v dokázaných tvrzeních.

Předmětem druhé části jsou bilineární, případně multilineární operátory definované jakožto součin více lineárních operátorů Hardyho typu nebo podobným způsobem. Je dokázána charakterizace váhové bilineární Hardyho nerovnosti na množině nezáporných nebo nezáporných a nerostoucích funkcí definovaných na poloose kladných reálných čísel. Technika důkazů je zde založena na převedení studovaného problému na problém omezenosti jednodušších lineárních operátorů na váhových prostorech funkcí a následném využití kombinací známých výsledků. Je rovněž ukázáno, jak stejnou myšlenku využít k získání odpovědí na další rozličné otázky týkající se obecných multilineárních operátorů.

Třetí část je zaměřena na základní i iterované supremální a integrovaná operátory Hardyho typu s jádrem a jejich použití k řešení složitějších problémů souvisejících s váhovými nerovnostmi a vnořeními zobecněných Lorentzových prostorů. Je vyřešeno několik otevřených problémů v podobě chybějících charakterizací omezenosti základních operátorů. Získané podmínky jsou vždy explicitně vyjádřeny, svou formou odpovídají podmínkám ve dříve známých případech, a je je tudíž možné přímo použít v dalších složitějších situacích, zejména tehdy, kdy jsou využívány takzvané redukční metody pro práci s váhovými nerovnostmi.

Klíčová slova: integrovaná operátory, supremální operátory, váhové prostory funkcí, Hardyho nerovnost