Posudek oponenta bakalářské práce	
Název:	Analýza modelů SIR
Autor:	Barbora Kociánová

Shrnutí obsahu práce

Práce pojednává o asymptotické stabilitě obyčejných diferenciálních rovnic se zpožděním popisujících dynamiku nákazy v populaci rozdělené do několika tříd. V první kapitole autorka definuje pojem řešení, odkáže na abstraktní existenční větu a dokáže abstraktní věty o ljapunovské stabilitě. Kapitola druhá se zabývá modelem SIR s konstantní populací a ukazuje globální asymptotickou stabilitu beznákazového ekvilibria a lokální stabilitu endemického ekvilibria. V kapitolách 3 a 4 je dosaženo stejného výsledku pro SIR model bez konstantní populace a složitější SEIR model.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Zadání práce, tj. analýza více-dimenzionálních epidemiologických modelů, bylo splněno. Téma práce je přiměřeně náročné.

Vlastní příspěvek. Práce obsahuje vlastní příspěvek autorky. Jedná se o rozpracování důkazů abstraktních vět o stabilitě a samotné vyšetření stability složitějších rovnic.

Matematická úroveň. Matematickou úroveň práce sráží několik netriviálních nepřesností v úvodní teoretické části, které jsou však odstranitelné. Díky nim považuji matematickou úroveň práce za průměrnou.

Práce se zdroji. Zdroje jsou citovány správně a podrobně včetně stran či čísla vět. Jediným nedostatkem je absence odkazu na důkaz Arzelà-Ascoliho věty.

Formální úprava. Formálně je práce naprosto vyhovující. Práce je psaná přehledně o obsahuje jen málo přepisů.

Připomínky a otázky

Práce obsahuje několik podstatných nepřesností:

I. str. 3, Definice 1: Díky regularitě počáteční podmínky nelze vyžadovat splnění rovnice v čase $t = 0$. Tento nedostatek lze jednoduše odstranit.

II. str. 3, Věta 1: Zformulovaná věta dává pouze lokální existenci řešení, tj. ne ve smyslu předchozí definice.

III. str. 3. Věta 2: Tvrzení o stejnoměrné konvergenci neplatí, jelikož řešení x^k nemusí nutně na celém intervalu $[-r, b]$ existovat, tedy je nutné být opatrnější.

IV. str. 5, Věta 4: V důkazu se objevuje výraz „zderivujeme podle času“ v souvislosti se spojitou, nikoli hladkou funkcí.

V rámci obhajoby by se autorka měla stručně vyjádřit k bodu III. a podrobněji k bodu IV.

Méně závažné připomínky uvádím níže.

1. str. 4, Definice 2: Pojem *konstantního* řešení je poněkud zavádějící. Lze nalézt nalézt takovou funkci $f : C \to \mathbb{R}$ a $x \in C$ tak, že x není konstantní funkce na $[-r, 0]$ a přesto $f(x) = 0$.

2. str. 4, Definice 4: V limitách snad spíše $n \to \infty$.

3. str. 4, Lemma 3: V důkazu je využít ekvivalentní tvar ω-limitní množiny. I když je toto standardní a jednoduchý výsledek, bylo by vhodné uvést odkaz na důkaz. Dále je nepřesně formulováno, že „pro $\varphi \in \omega(\phi)$ existuje posloupnost $(t_n)_{n=1}^{\infty}$ taková, že $x(t_n) \to \varphi$ když $t_n \to \infty$.“

4. str. 5, Definice 7: Chybí $=$.

5. str. 12, ř. 13: Chybí znaménko $-$ u funkce $h_1(|u|_2)$.

6. str. 12, ř. -8: Značení $\Theta(|u_2(t-s)|)$ je nepřesné, snad spíše $\Theta(|u_2(t-\cdot)|)$ nebo jen $\Theta(|u_2|)$. Dále chybí $|$.

7. str. 15. ř. 11: Má být $\geq$ místo $=$.

8. str. 18, ř. -5: Mělo spíše být $Q(X_t) = (S - S^0)^2/2S^0 + \dots$, tj. bez koeficientu β, jinak se v další části vyskytne člen s β^2 a naznačený důkaz neprojde.

9. str. 19, ř. 7: Domnívám se, že naznačený odhad vedoucí na výraz $\beta(S^0 - S)(1 - 1)\Phi(I)$ nefunguje. Lze však jednoduše opravit.

10. str. 21, ř. 14: Chybí závorky u (4.4).

11. str. 23, Definice 9: Definovaná stejná spojitost je ve skutečnosti definicí *bodově* stejné spojitosti. Na výsledek toto vliv nemá díky uvažované kompaktnosti.

Závěr

Práci považuji i přes náročnost výpočtů v poslední kapitole spíše za průměrnou díky množství nepřesností v abstraktní části. Doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci. Návrh hodnocení sdělím předsedovi zkušební subkomise.

Jakub Slavík
KMA MFF UK
6. června 2017