# Posudek práce

**předložené na Matematicko-fyzikální fakultě**
**Univerzity Karlovy**

❑ posudek vedoucího ☑ posudek oponenta
❑ bakalářské práce ☑ diplomové práce

Autor: **Marek Pšenka**
Název práce: **Elektrická impedanční tomografie měkkých tkání: Řešení přímé a obrácené úlohy**
Studijní program a obor: Fyzika, Matematické a počítačové modelování ve fyzice
Rok odevzdání: 2017

Jméno a tituly oponenta: Ondřej Souček, RNDr., Ph.D.
Pracoviště: Matematický ústav UK
Kontaktní e-mail: soucek@karel.troja.mff.cuni.cz

**Odborná úroveň práce:**
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

**Věcné chyby:**
☑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ❑ méně podstatné četné ❑ závažné

**Výsledky:**
☑ originální ❑ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

**Rozsah práce:**
☑ veliký ❑ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

**Grafická, jazyková a formální úroveň:**
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

**Tiskové chyby:**
☑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

**Celková úroveň práce:**
☑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

**Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:**

Předložená diplomová práce se zabývá úlohou elektroimpedanční tomografie (EIT) měkkých tkání, konkrétně možností aplikace EIT techniky pro neinvazivní detekci karcinomu ženského prsu. Zadání vznikalo v kontextu spolupráce s průmyslovou firmou, jež vyvíjela prototyp měřícího EIT zařízení. Cílem diplomanta pak byla teoretická formulace přímé a inverzní úlohy elektroimpedanční odezvy, jejich softwarová implementace a konečně identifikace rozlišovacích mezí EIT techniky.

Předložená práce obsahuje rigorózně zformulovanou přímou úlohu EIT – tedy úlohu určení elektrického pole při známém rozložení vodivosti, resp. admitivity ve tkáni a při daném buzení v podobě aplikovaného proudového budícího vzoru na přiložených elektrodách. Vzhledem k frekvenčním charakteristikám budícího signálu je použita aproximace elektrického pole gradientem skalárního elektrického potenciálu. Jistým specifikem úlohy oproti standardní eliptické úloze Laplaceova typu je komplexní formulace (díky komplexnímu charakteru admitivit) a dále hraniční podmínky kombinující požadavek konstantního potenciálu na přiložených elektrodách se znalostí proudů jimi protékajících. Existence a jednoznačnost řešení úlohy na určení skalárního potenciálu uvnitř oblasti a diskrétních elektrodových potenciálů je převzata z literatury.

Těžistě práce spočívá ve formulaci tzv. obrácené úlohy, tedy úlohy na identifikaci rozložení admitivity v oblasti z měření elektroimpedanční odezvy pro sekvenci měřících vzorů (různých kombinací měřících a snímacích elektrod) a různé frekvence budícího proudu. Právě ve využití spektrální informace, resp. informace o spektrálních charakteristikách admitivit různých tkáňových struktur, tkví jeden z klíčových přínosů práce. Obrácená úloha je formulována coby klasická least squares minimalizace misfit funkcnionálu penalizujícího neshodu v měřených a modelovaných datech – snímaných napětích. Gradient misfit funkcionálu v modelovém prostoru velice vysoké dimenze je vyčíslován pomocí metody adjungovaných stavů. Nejednoznačnost obrácené úlohy vyžaduje použít její vhodnou regularizaci, autor volí penalizaci pomocí negativní entropie vzhledem ke zvolenému apriornímu modelu admitivit.

Součástí práce je úspěšná softwarová implementace navrzené metodiky. Přímá úloha byla autorem samostatně implementována v jazyce Python v podobě modulu nad knihovnou FEniCS, avšak specifika úlohy neumožnila tento modul použít i pro obrácenou úlohu. Proto byl autorem rozpracován EIT kód školitele (implementovaný v jazyce Fortran), který byl zásadně restrukturován a rozšířen o komplexní charakter admitivit a o jejich frekvenční závislost. Výsledkem je modulární nástroj, který slibuje budoucí využití ať už v kontextu dané medicínské aplikace EIT technik, či v jiných příbuzných např. geofyzikálních aplikacích. Kód byl otestován na syntetické úloze identifikace sférické nehomogenity s řádovým kontrastem admitivity oproti okolí.

Přestože závěry práce jsou zčásti skeptické ve smyslu omezené rozlišovací schopnosti zkoumané techniky pro klinickou praxi, práce samotná je dle mého názoru ukázkovou diplomovou prací na oborou Matematické a počítačové modelování ve fyzice a technice. Kolega Pšenka vstřebal pozoruhodné množství informací napříč několika obory a byl schopen je integrovat do velice srozumitelného a jasného textu, rigorózně zformulovat matematickou podstatu zkoumané úlohy a současně dovést celou svoji práci k šířeji použitelnému výstupu v podobě komentovaného modulárního numerického kódu. **Práce jednoznačně splňuje všechny nároky kladené na diplomovou práci.**

**Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:**

**Připomínky k práci:**

1. Citovaný důkaz existence a jednoznačnosti řešení přímé úlohy (Somersalo et al, 1992) je proveden za silnějších předpokladů na regularitu oblasti, než jakou používá autor – jmenovitě je uveden pro oblasti s hladkou hranicí s komentářem o možném rozšíření pro po částech $C^{1,1}$ oblasti, zatímco autor používá předpoklad lipschitzovské oblasti. Pro takové

oblasti zřejmě výsledek také platí, ale bylo by potřeba argumentovat podrobněji, případně zesílit předpoklady na hladkost.

2. Tvrzení 2.2 na str. 16 o jednoznačnosti řešení by zasloužilo buď referenci na Somersalo et al (1992) nebo alespoň minimální komentář, že se jedná o přímý důsledek Věty 2.1.
3. Abstraktní operátor přímé úlohy je formulován jako zobrazení $F\colon M \times D \rightarrow D$, tedy do datového prostoru. To zřejmě není nutné. Obecnější formulace by byla např. $F\colon M \times D \rightarrow X$, kde $X$ je nějaký Banachův prostor. To by mělo vliv na definici adjungovaného stavu na této abstraktní úrovni, ale pro konkrétní adjungovaný EIT problém formulovaný v sekci 3.2.2. je tato poznámka zřejmě irelevantní.
4. Formule 4.17 a 4.18 na str. 32 pro reálnou a imaginární část komplexní permitivity 4.15. postrádají člen $2\cos(\pi/2(1-\alpha))(\omega_\kappa \tau)^{(1-\alpha)}$ ve jmenovateli. Také mi není jasný požadavek $\varepsilon^0_\infty >$ 0 na str. 32 neboť hodnota $\varepsilon_\infty$ obecně zdá se neovlivní reálnou část admitivity (viz. 1.12) a tedy nemá vliv na její přípustnost dle (3.4).
5. Kam se ve vzorci (4.26) poděl normalizační faktor $<\mathrm{Re}\{\gamma\}>$, viz. (4.24), který bych očekával ve smyslu vz. (4.22)? Je schován v regularizačním parametru $\lambda$ ve (4.27) a dále?

**Náměty do diskuze:**

V závěru práce je zmíněn potenciální přínos vhodné volby stimulačních proudovo-napěťových vzorů, jejichž studium však nebylo předmětem práce. Mohl by přesto autor tuto myšlenku alespoň v náznaku rozvést?

**Práci**
☑ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako diplomovou.

**Navrhuji hodnocení stupněm:**
☑ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta:

Praha, 11. června 2017

Ondřej Souček