

Posudek vedoucího diplomové práce

Autor: Bc. Zdeněk Mihula

Akademický rok: 2016-2017

Název práce: Optimality of function spaces for classical integral operators

Posudek:

Diplomová práce pana Zdeňka Mihuly se zabývá výzkumem optimality zdrojových a cílových prostorů funkcí pro Rieszův potenciál a Hilbertovu transformaci. Oba zmíněné operátory patří k nejvýznamnějším operátorům klasické harmonické analýzy se širokou škálou aplikací v mnoha oblastech matematiky, a tedy snaha o co nejlepší popis jejich omezenosti na prostorech funkcí je velice důležitá. Autor dosáhl několika pozoruhodných výsledků právě v tomto směru.

Zatímco výzkum optimality prostorů funkcí například pro Sobolevova vnoření probíhá v posledních asi dvaceti letech intenzivně, obdobné výsledky pro klasické operátory téměř neexistují (snad s čestnou výjimkou Laplaceovy transformace). Důvod spočívá zejména v tom, že operátory zkoumané v diplomové práci nejsou (na rozdíl od uvedených výsledků o Sobolevových prostorech) definovány na prostoru konečné míry. Tento fakt vnáší do výzkumu poměrně netriviální technickou komplikaci, se kterou je potřeba počítat na každém kroku.

Autor popsal nerostoucí přerovnání zmíněných operátorů pomocí vhodných operátorů definovaných na funkcích na intervalu, a potom s pomocí této charakterisace a kombinace nejrůznějších technik z oblasti Banachových prostorů funkcí (jako je například popis asociovaného prostoru nebo Hardyův-Littlewoodův-Pólyův princip a podobně) dokázal redukční věty. Ty potom využil k charakterisaci optimálního zdrojového a optimálního cílového partnera v případech, kdy prostor na opačném konci je fixován. Velice zajímavou součástí výsledku je i přesná formulace podmínky, která zaručuje, že výsledný funkcionál splňuje vlastnosti Banachovy normy, ale která se ukazuje i jako nezbytná. Autor investoval velice netriviální práci a čas také do ilustrace svých výsledků na příkladech pomocí takzvaných zobecněných Lorentzových-Zygmundových prostorů. Práce na příkladech v některých případech vedla na nerovnosti, jejichž popis dosud není znám (například notoricky obávaná reverzní nerovnost pro Copsonův operátor). Autor některé z těchto obtíží brilantně překonal, některé případy však stále odolávají a zdá se, že na ně bude třeba vybudovat nový a asi dost komplikovaný aparát, nejspíše založený na antidiskretisačních technikách. To je ovšem záležitost na několik budoucích let.

Celkově jde o velice pěknou práci s výsledky, které jsou rozhodně publikovatelné ve slušném mezinárodním časopise. Autor je bezpochyby solidní mladý matematik s výrazným nadáním k výzkumné práci. Má dobré matematické základy, velice slušně ovládá „řemeslo“, obratně se orientuje v literatuře a efektivně pracuje se zdroji. Jeho výsledky navíc slibují i další zajímavý vývoj výzkumu této dynamicky se rozvíjející disciplíny funkcionální analýzy.

V soutěži SVOČ 2017 získal autor za výsledky obsažené ve své diplomové práci první místo v kategorii M1 – matematická analýza.

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako práci diplomovou.

V Praze, 4.6.2017

Luboš Pick