

## POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Název:** Optimality of function spaces for classical integral operators

**Autor:** Zdeněk Mihula

### **Shrnutí obsahu práce**

Předložená práce se zabývá omezeností klasických operátorů harmonické analýzy. Studuje zejména optimalitu těchto výsledků - tedy konstrukci optimálního cílového prostoru při předepsaném zdrojovém prostoru a naopak, optimálního zdrojového prostoru při zafixovaném cílovém prostoru. Hlavním cílem práce je pak studium Hilbertovy transformace a Rieszova potenciálu.

Optimalita prostorů je studována ve třídě Banachových prostorů funkcí, které jsou invariantní vůči přerovnání. Tato třída prostorů je na jednu stranu dostatečně široká a zahrnuje řadu klasických prostorů funkcí. Na druhou stranu je obecná teorie těchto prostorů dostatečně bohatá a disponuje nástroji nutnými pro odvození vytyčených výsledků.

V první kapitole autor shrnuje obecné výsledky z teorie Banachových prostorů funkcí a nerostoucího přerovnání. Výsledky v této části jsou přebrány z klasických zdrojů, vesměs bez důkazu. Druhá kapitola je věnována studiu Hilbertovy transformace, třetí kapitola pak Rieszovu potenciálu.

### **Celkové hodnocení práce**

**Téma práce:** Práce svým tématem navazuje na přednášky magisterského studia, zejména na kurzy funkcionální analýzy a teorie interpolace.

**Vlastní příspěvek:** Druhá a třetí kapitola obsahují původní a v této formě dosud nepublikované výsledky. Tyto výsledky v podstatě kompletně charakterizují omezenost Hilbertovy transformace a Rieszova potenciálu v rámci zvolené třídy prostorů. Získané poznatky by bylo pravděpodobně možné publikovat v uznávaném mezinárodním časopise.

**Matematická úroveň, práce se zdroji, formální úprava:** I po formální stránce je předložená práce velmi kvalitní. Matematické argumenty a důkazy jsou podány korektně a přehledně, literatura je citována korektně. Úprava práce odpovídá obvyklým standardům matematické literatury.

### **Připomínky a otázky**

1. Bylo by možné aplikovat příslušnou metodu i na jiné operátory - např. na frakční maximální operátor, konvoluční operátory a další integrální transformace?
2. Bylo by možné použít danou metodu i pro studium optimality v jiných škálách prostorů, např. ve škále Orliczových prostorů?
3. Definice 2.1 zavádí Hilbertovu transformaci za předpokladu, že hlavní hodnota příslušného singulárního integrálu existuje skoro všude. To však není jediná možná definice. Často je možné například definovat  $H$  pouze na hustém podprostoru a uvažovat jednoznačné rozšíření. Ovlivnil by nějak tento přístup získané výsledky?

### **Závěr**

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

Jméno oponenta, podpis: Jan Vybíral

Pracoviště: Katedra matematické analýzy

Datum: 30. 5. 2017