

Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce Bc. Stanislav Kučera

Název práce Hereditary classes of binary matrices

Rok odevzdání 2017

Studijní program Informatika **Studijní obor** Diskrétní modely a algoritmy

Autor posudku Doc. RNDr. Martin Klazar, Dr. **Role** oponent

Pracoviště Katedra aplikované matematiky

Text posudku:

Práce pana Kučery je v anglickém jazyce a zabývá se extrémními problémy pro binární matice (čtvercové či obdélníkové matice s položkami 0 a 1) se zakázanými intervalovými minory. Ty zavedl J. Fox v r. 2013 při studiu tzv. Stanleyho–Wilfových limit v enumeraci permutací (je o nich ale zmínka již v nepublikované oponentově habilitační práci z r. 2001). Binární $k \times l$ matice M je i -minorem binární $m \times n$ matice N , když lze mřížkou s $k - 1$ vodorovnými a $l - 1$ svislými čarami rozdělit N na kl obdélníkových podmatic $N(i, j)$, $1 \leq i \leq k$ a $1 \leq j \leq l$, tak, že $M_{i,j} = 1 \Rightarrow$ podmatice $N(i, j)$ obsahuje položku 1.

Kapitola 2 práce se zabývá strukturou binárních matic s malými zakázanými i -minory. V oddílu 2.2 jsou v tvrzeních 2.14 a 2.15 probrány zakázané vzory se dvěma položkami 1 a jejich jednoduchá zobecnění. Oddíl 2.3 se zabývá zakázanými vzory se třemi položkami 1. Takové vzory jsou, až na symetrie (a již probrané případy), čtyři, a binární matice, které daný vzor neobsahují jako i -minor, jsou popsány v tvrzeních 2.16–2.19. Jak dobře známo z příbuzných úloh, pro čtyři položky 1 složitost problému výrazně narůstá. Přesto pan Kučera dokázal v oddílu 2.4 nalézt charakterizaci pro tři takové zakázané vzory. Například N neobsahující 2×2 matici se samými jedničkami jako i -minor jsou posány v tvrzení 2.21.

Kapitola 3 práce je věnována třídám binárních matic, jež jsou uzavřené na i -minory (říkejme jim krátce *třídy*), a jejich bázím. Ve větě 3.21 pan Kučera dokazuje, že třída vzniklá z jakékoli pevné binární matice uzávěrem na operaci i -minoru a operaci tzv. šikmé (skew) sumy, má konečnou bázi. Naopak ve větě 3.27 a jejím důsledku 3.28 dokazuje, že existuje třída binárních matic s konečnou bází, z nichž dvěma předchozími operacemi vznikne třída s nekonečnou bází.

V kapitole 4 se zkoumá složitost matice podle počtu střídaní úseků jedniček a nul v řádcích a sloupcích. Množina vzorů \mathcal{P} se nazývá omezující, když má třída binárních matic neobsahujících žádnou $P \in \mathcal{P}$ jako i -minor tento počet střídaní omezený. Je dokázán hlavní výsledek, věta 4.5: zakázaný vzor P je omezující, právě když P neobsahuje jako i -minor žádnou ze čtyř rotací vzoru

P_1 (který má řádky po řadě 010, 100 a 001).

Formálním nedostatkem práce je, že v úvodu i v závěru se o hlavních výsledcích mluví jen obecně a nejsou uvedeny odkazy na konkrétní tvrzení a věty (jak jsem to třeba udělal výše). Větším nedostatkem je nepřesné a nelehko srozumitelné vyjadřování na některých místech. Například základní Definici 1.6 není snadné rozumět, nevíme-li už předem, o čem jde. Obrat „maps each row of P to an interval of rows of M “ evokuje (nesprávně) zobrazení z řádku jako množiny, mělo by být spíš něco jako „assigns to each row ...“. Zmíněné intervaly se pochopitelně předpokládají uspořádané a disjunktní, není to ale nikde uvedeno (takže striktně vzato to není správná definice pojmu, který chceme). Podobně je spletené používání značení například $M[r, c]$ — podle Notation 1.2 jde o 1×1 podmatici, tedy zobrazení typu $\{r\} \times \{c\} \rightarrow \{0, 1\}$ (co přesně ta podmatice je tam ani není uvedeno), ale hned v Definici 1.4 se píše $P[r, c] = 1$ a symbol se tak používá jiným způsobem pro vyhodnocení takové funkce. Podobných příkladů se dá najít více. Autorova nejistota tohoto druhu v práci se základním matematickým vyjadřováním a značením pro mne snížila hodnotu jinak hezké práce.

Práce pana Kučery má slušnou jazykovou úroveň a dobrou odbornou úroveň — dosažené výsledky asi stačí k časopisecké publikaci. Neobjevil jsem v ní žádné závažnější nedostatky, ale pro případnou publikaci by bylo nutné výrazně zpřesnit a zjednodušit vyjadřování, jak jsem výše ilustroval. Doporučuji práci uznat jako diplomovou a hodnotit ji známkou **velmi dobře**.

Práci doporučuji k obhajobě.

Práci nenavrhuji na zvláštní ocenění.

V Praze dne 1. 6. 2017

Podpis: