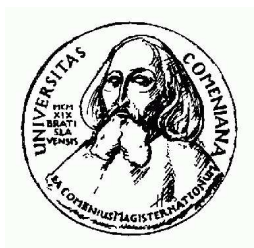


Astronomický ústav
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Bratislava

Diplomová Práca

Stanislav Gunár

2004



Astronomický ústav
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Bratislava

Modelovanie dvojrozmerného prenosu žiarenia v kľudných protuberanciách

Apríl 2004

Diplomant:

Vedúci diplomovej práce:

Stanislav Gunár
RNDr. Petr Heinzl, DrSc.

Čestne prehlasujem, že som diplomovú prácu
vypracoval samostatne a použil len uvedenú
literatúru.

Stanislav Gunár

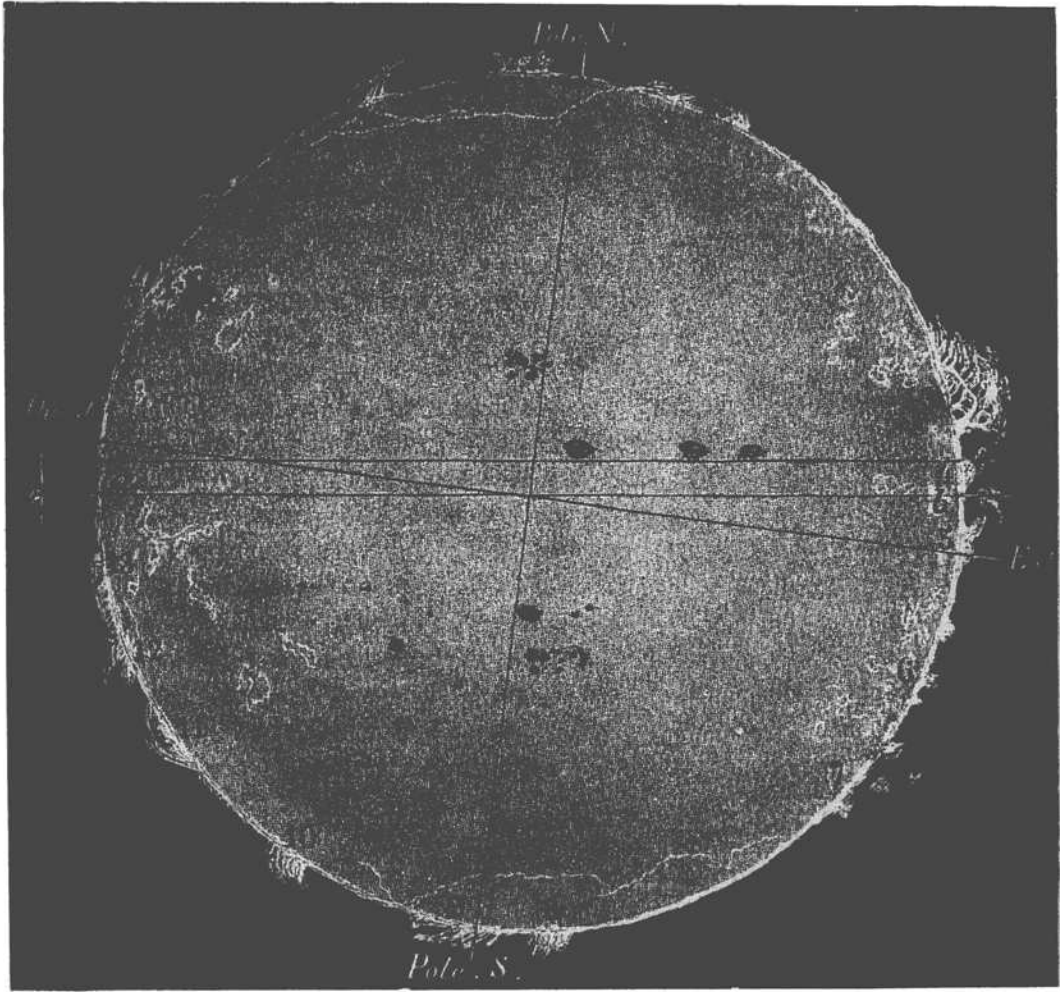
Pod'akovanie

Týmto by som sa chcel pod'akovať môjmu školiteľovi, doktorovi Petrovi Heinzlovi, za možnosť pracovať pod jeho odborným vedením na Astronomickom ústave Akadémie vied Českej republiky a za jeho cenné rady a pripomienky.

Moje pod'akovanie patrí aj ľuďom, ktorí ma previedli mojím životom, a bez ktorých by som nemal možnosť pracovať na diplomovej práci, mojej mame a otcovi.

Chcem pod'akovať aj svojím spolužiakom, najmä študentom teoretickej a matematickej fyziky (Šaškovi, Johnnimu a Bimbovi) za ich odbornú a technickú podporu pri tvorbe tejto práce. Rovnaká vďaka patrí aj doktorovi Mišovi.

V neposlednom rade ďakujem všetkým mojím priateľom (Y), pretože bez nich by bol môj svet smutný.



Les protubérances se présentent sous des aspects si bizarres et si capricieux qu'il est absolument impossible de les décrire avec quelque exactitude.

SECCHI, *Le Soleil*, 1877.

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Základné vlastnosti kľudných protuberancií	1
2	Globálna magnetohydrodynamika	3
2.1	Kippenhahn-Schlüterov model	3
3	Prenos žiarenia v kľudných protuberanciách	9
3.1	Rovnica prenosu žiarenia	9
3.2	Dvojhladinový atóm	11
3.3	Formálne riešenie rovnice prenosu žiarenia pre jednorozmernú vrstvu	14
3.4	Čiastočná frekvenčná redistribúcia - PRD	15
3.5	Rovnice štatistickej rovnováhy	19
3.6	Numerické metódy na riešenie rovnice prenosu žiarenia	19
3.6.1	Lambda operátor	20
3.6.2	Feautrierova metóda	20
3.6.3	Urýchlené Lambda iterácie	22
4	Jemná štruktúra QP	24
4.1	Dvojrozmerný model Kippenhahn-Schlüterovho typu	25
4.2	Rovnica prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch	27
4.2.1	Formálne riešenie rovnice prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch, metóda krátkych charakteristík	27
5	Vlastné modelovanie	29
5.1	Technické detaily	29
5.2	Dvojrozmerný model priehlbné magnetického poľa	30
5.3	Dvojrozmerný viac-hladinový prenos žiarenia	33
5.3.1	Nové dopadajúce žiarenie	33
5.3.2	Nové zrážkové koeficienty.	34
6	Výsledná sieť modelov	37
6.1	Päťhladinové modely	39
6.1.1	Porovnanie nových a pôvodných zrážkových koeficientov	40
6.2	Dvanásťhladinové modely	42
6.2.1	Porovnanie nového a pôvodného dopadajúceho žiarenia	42
6.2.2	Porovnanie päť a dvanásťhladinového modelu	42

6.3	Kontribučná funkcia	49
6.4	Závislosť profilov na orientácii magnetického poľa	50
6.5	Vplyv parametrov γ_1 a γ_2 na tvar profilov	50
6.5.1	Vplyv parametra γ_1	51
6.5.2	Vplyv parametra γ_2	52
6.6	Vplyv zmeny intenzity magnetického poľa na tvar profilov	53
6.7	Možnosti ďalšieho rozvoja	53
7	Záver	54
A	Grafická príloha 1	i
B	Grafická príloha 2	xiii
C	CD-príloha	xxxii

Kapitola 1

Úvod

1.1 Základné vlastnosti kľudných protuberancií

Protuberancie sa najčastejšie definujú ako objekty, nachádzajúce sa v koróne, ktoré sú výrazne hustejšie a chladnejšie ako okolité prostredie. Slovo protuberancia sa používa na označenie veľkého množstva rôznorodých objektov, od relatívne stabilných štruktúr s dobou života niekoľko mesiacov, po objekty existujúce len pár hodín.

Jednou z možností ako rozdeliť protuberancie je na krátko žijúce aktívne protuberancie a na dlhožijúce kľudné protuberancie. Kľudné protuberancie sú pomaly sa meniace štruktúry s dobou života rádovo niekoľko dní až mesiacov, nachádzajúce sa väčšinou mimo aktívnych oblastí. Na disku ich môžeme pozorovať v absorpcii ako filamenty, v emisii sú pozorovateľné na okraji disku. Majú doskovitý tvar s dĺžkou 60 000 – 600 000 km, výškou 15 000 – 100 000 km a hrúbkou 5 000 – 15 000 km (Tandberg-Hanssen 1995). Nie sú to však jednoliate objekty, ale všetky majú viac-menej dobre definovanú jemnú štruktúru pozostávajúcu prevažne z vertikálnych vlákien a uzlov s typickou rozmerovou škálou 5000 km na dĺžku a 300 – 1000 km na šírku.

V centrálnych, chladných častiach kľudných protuberancií teplota dosahuje 6 000 až 8 500 K, niektorí autori uvádzajú ešte nižšie hodnoty (4 300 K). Na okraji protuberancie teplota prudko narastá do teplôt dosahujúcich koronálne hodnoty. Tento región sa nazýva *prechodová oblasť medzi protuberanciou a korónou* (PCTR - Prominence-Corona Transition Region).

Magnetické pole udržuje štruktúru kľudnej protuberancie v kvazistatickom stave nad povrchom Slnka. Intenzity tohoto poľa nedosahujú vysoké hodnoty, pohybujú sa v rozmedzí od niekoľkých po desiatky Gaussov.

Charakteristické hodnoty fyzikálnych parametrov v protuberancii a v PCTR sú obsiahnuté v tabuľke (1.1) HVAR-skej referenčnej atmosféry kľudných protuberancií (Engvold et al. 1990).

Slnčné protuberancie sú dobre známe už od konca devetnásteho storočia (úvodná kresba Secchi 1877) a sú intenzívne skúmané počas posledných dekád dvadsiateho storočia. Stále však predstavujú široký objekt záujmu slnečnej fyziky, najmä v dôsledku možnosti získať nové pozorovania s vysokým stupňom rozlíšenia (SOHO - Solar and Heliospheric Observatory, slnečné teleskopy na Kanárskych ostrovoch, atď). K akejkolvek kvantitatívnej analýze týchto pozorovaní je potrebné mať adekvátne numerické modely

zahŕňajúce teóriu plazmy v magnetickom poli a jej interakciu so žiarením.

Počiatkové modely opisovali protuberanciu ako jednorozmernú štruktúru v magneto-hydrostatickej rovnováhe. Aby však bolo možné určiť závislosť profilov spektrálnych čiar na smere pozorovania a orientácii magnetického poľa, boli vyvinuté dvojrozmerné modely kľudných protuberancií.

Cieľom tejto práce je ďalej rozvíjať existujúci dvojrozmerný model protuberancie (Heinzel a Anzer 2001) zahŕňajúci PCTR a riešenie dvojrozmerného prenosu žiarenia. Aby bolo možné zaoberať sa vyššími spektrálnymi čiarami Lymanovej série vodíka, bolo potrebné rozšíriť povodne päťhladinový model atómu (zahŕňajúci prechody medzi spodnými piatimi energetickými hladinami a prechody do kontinua) na dvanásť hladín. S tým bola spojená séria krokov určených na doplnenie a spresnenie pôvodného modelu (zahŕnutie dát nového dopadajúceho žiarenia, nového podprogramu na výpočet zrážkových koeficientov, atď.). Práca obsahuje sieť dvojrozmerných modelov a diskusiu ich vlastností a spektrálnych charakteristík.

	Protuberancia		PCTR
	Centrum	Okraje	
$T_e(\text{K})$	4 300 - 8 500	8 000 - 12 000	$10^4 - 10^6$
$v_{\text{turb}}(\text{km s}^{-1})$	3 - 8	10 - 20	30
$n_e(\text{cm}^{-3})$	$10^{10} - 10^{11}$	$10^{9,6}$	$10^8 - 3 \cdot 10^{10}$
$p_g(\text{dyn cm}^{-2})$	0,1 - 1	$\sim 0,02$	$\sim 0,2$
$B(\text{gauss})$	4 - 20		

Tabuľka 1.1: HVAR-ská referenčná atmosféra kľudných protuberancií (Engvold et al. 1990).

Kapitola 2

Globálna magnetohydrodynamika

Na opis stavby a dynamických vlastností protuberancií je potrebný ucelený súbor rovníc pozostávajúci z dvoch častí: z rovníc popisujúcich magnetohydrodynamiku (MHD - Magneto-HydroDynamics) a rovníc prenosu žiarenia a štatistickej rovnováhy, ktorými sa budeme podrobne zaoberať v kapitole 3.

Súbor základných MHD rovníc tvoria *rovnica kontinuity* a *pohybová rovnica*.

Rovnica kontinuity má tvar

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \quad (2.1)$$

kde ρ je hustota plazmy a \mathbf{v} rýchlosť toku.

Pohybovú rovnicu môžeme napísať v tvare

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} , \quad (2.2)$$

kde \mathbf{g} je gravitačné zrýchlenie na povrchu Slnka, \mathbf{B} intenzita magnetického poľa ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$), p celkový tlak plazmy a \mathbf{j} je elektrický prúd,

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B} . \quad (2.3)$$

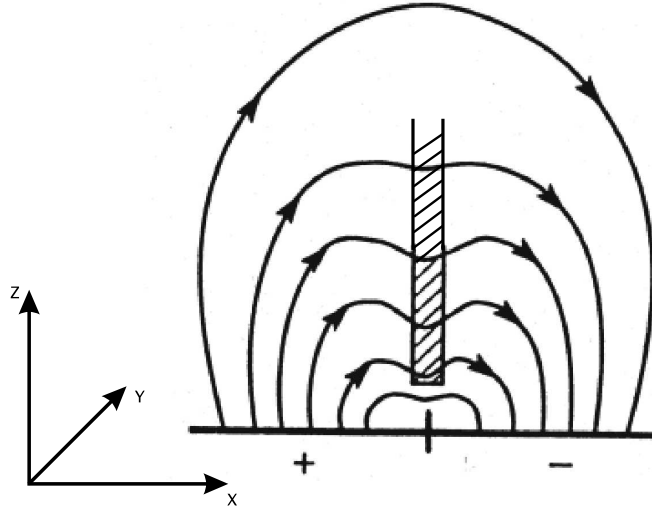
Celkový tlak plazmy p je daný ako

$$p = p_g + p_t , \quad (2.4)$$

kde $p_g(\rho, T)$ je tlak plynu pri teplote T , $p_t = \frac{1}{2}\rho v_t^2$ turbulentný tlak a v_t je stredná turbulentná rýchlosť.

2.1 Kippenhahn-Schlüterov model

Jednou z možností na opis kľudných protuberancií je Kippenhahn-Schlüterov model protuberancie (Kippenhahn a Schlüter 1957) (obrázok 2.1) ako jednorozmernej dosky, t.j. jeden horizontálny rozmer má konečnú veľkosť, zvyšné dva rozmery sú nekonečné. Na opis použijeme karteziánsku súradnicovú sústavu orientovanú tak, že x bude predstavovať rozmer s konečnou veľkosťou, y bude druhý horizontálny rozmer a z vertikálny,



Obrázok 2.1: Kippenhahn-Schlüterov model kludnej protuberancie.

oba nekonečné. Táto štruktúra je zavesená nad povrchom Slnka v magnetickom poli, a je v magnetohydrostatickej (MHS - Magneto-HydroStatic) rovnováhe, čiže $\mathbf{v} = 0$. Potom môžeme rovnicu (2.2) napísať v tvare

$$-\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} = 0 \quad (2.5)$$

Magnetické pole \mathbf{B} má tvar $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z(x))$, kde $B_z(x)$ je závislé len od x , B_x je konštantné a pre väčšiu názornosť $B_y = 0$. S využitím rovnice (2.3) môžeme rovnicu (2.5) rozdeliť na x -ovú

$$-\frac{dp}{dx} - \frac{1}{4\pi} B_z \frac{dB_z}{dx} = 0 \quad (2.6)$$

a z -tovú zložku

$$\frac{1}{4\pi} B_x \frac{dB_z}{dx} - \rho g = 0. \quad (2.7)$$

$dp/dz = 0$, pretože predpokladáme, že sa tlak nemení s výškou.

Kombináciou predchádzajúcich dvoch rovníc dostaneme

$$\frac{dp}{dx} = -\rho g \frac{B_z}{B_x} \quad (2.8)$$

a pre zjednodušenie vezmeme $p = p_g$ a použijeme *stavovú rovnicu*

$$p = nkT = \frac{\rho}{\bar{m}} kT, \quad (2.9)$$

kde stredná molekulová hmotnosť \bar{m} je daná ako

$$\bar{m} = \frac{1 + 4\alpha}{1 + \alpha + i} m_H. \quad (2.10)$$

α predstavuje relatívnu abundanciu hélia, m_H je hmotnosť a i stupeň ionizácie vodíka. i nadobúda hodnoty od 0 pre neutrálny plyn, až po 1 pre plne ionizovanú vodíkovú

plazmu a s jeho podrobnejším opisom sa budeme zaoberať neskôr. Riešením sústavy rovníc (2.6) a (2.7) je

$$B_z = B_{z1} \tanh \left(\frac{B_{z1}}{B_x} \frac{x}{2H} \right) \quad (2.11)$$

a

$$\rho = \frac{B_{z1}^2}{8\pi} \frac{g}{H} \left[\cosh^2 \left(\frac{B_{z1}}{B_x} \frac{x}{2H} \right) \right]^{-1}, \quad (2.12)$$

kde B_{z1} je vertikálna komponenta magnetického poľa na povrchu protuberancie a $H = kT/g\bar{m}$ je hydrostatická tlaková škála výšok. Toto riešenie platí za predpokladu, že T a \bar{m} sú konštantné. Poland a Anzer (1971) ukázali riešenie pre zovšeobecnený prípad, kde T a \bar{m} sú závislé na x .

Hrúbka protuberancie je daná približným vzťahom

$$D \simeq 4 \frac{B_x}{B_{z1}} H. \quad (2.13)$$

V mnohých prípadoch je veľmi užitočné zavedenie tzv. *stĺpcovej hmoty* (Heasley a Mihalas 1976), čiže namiesto rozmerovej škály dx použijeme škálu dm ,

$$dm = -\rho dx. \quad (2.14)$$

Potom (2.8) môžeme napísať v tvare

$$\frac{dp}{dm} = g \frac{B_z}{B_x}. \quad (2.15)$$

Intenzitu magnetického poľa v smere z dostaneme zo vzťahu

$$dB_z = -4\pi g \frac{1}{B_x} dm. \quad (2.16)$$

Po integrovaní

$$B_z(m) = -4\pi g m \frac{1}{B_x} + const. \quad (2.17)$$

Hodnotu konštanty získame z okrajovej podmienky v strede štruktúry, $m = M/2$,

$$B_z(M/2) = 0 \quad \Rightarrow \quad const = 4\pi g \frac{1}{B_x} \frac{M}{2}. \quad (2.18)$$

Pre B_z potom môžeme napísať

$$B_z(m) = 4\pi g \frac{1}{B_x} \left(\frac{M}{2} - m \right). \quad (2.19)$$

Skombinovaním (2.19) s (2.15) dostaneme

$$\frac{dp}{dm} = 4\pi g^2 \frac{1}{B_x^2} \left(\frac{M}{2} - m \right) \quad (2.20)$$

a po integrovaní pre tlak $p(m)$

$$p(m) = 4\pi g^2 \frac{1}{B_x^2} \left(\frac{M}{2} m - \frac{m^2}{2} \right) + p_0 . \quad (2.21)$$

p_0 je tlak na povrchu jednorozmernej dosky ($m = 0$ respektíve $m = M$). Pre intenzitu magnetického poľa B_z na povrchu platí $B_z \equiv B_{z1}$ a pre celkovú stĺpcovú hmotu M môžeme napísať

$$M = \frac{B_x B_{z1}}{2\pi g} . \quad (2.22)$$

Celková geometrická hrúbka dosky D je daná vzťahom

$$D = \int_0^M \frac{dm}{\rho} . \quad (2.23)$$

Na získanie hustoty ρ využijeme stavovú rovnicu (2.9).

V centre ($m = M/2$) je tlak p_{cen} daný ako

$$p_{\text{cen}} = p_c + p_0 , \quad (2.24)$$

kde p_c predstavuje magnetický tlak

$$p_c = \frac{\pi g^2 M^2}{B_x^2} , \quad (2.25)$$

respektíve s použitím (2.22)

$$p_c = \frac{B_{z1}^2}{8\pi} . \quad (2.26)$$

Pomocou (2.25) môžeme rovnicu (2.21) napísať v tvare

$$p(m) = 4p_c \frac{m}{M} \left(1 - \frac{m}{M} \right) + p_0 , \quad (2.27)$$

ktorý je určený len parametrami B_x , M a p_0 a je platný pre ľubovoľnú teplotnú štruktúru, na rozdiel od (2.12). Vzťah (2.27) odvodili Heasley a Mihalas (1976).

Plazmový parameter β , pomer tlaku plynu $p(x)$ a magnetického tlaku $(B_x^2 + B_z^2(x)) / 8\pi$, je daný vzťahom

$$\beta(x) = \frac{8\pi p(x)}{B_x^2 + B_z^2(x)} . \quad (2.28)$$

Z podmienky pre rovnováhu v x -ovom smere vyplýva

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[p(x) + \frac{B_x^2 + B_z^2(x)}{8\pi} \right] = 0 . \quad (2.29)$$

Pre tlak plynu potom môžeme napísať

$$p(x) = p_0 + \frac{B_{z1}^2 - B_z^2(x)}{8\pi} , \quad (2.30)$$

kde p_0 je opäť tlak na povrchu jednorozmernej dosky. Plazmový parameter β na povrchu je daný ako

$$\beta_0 = \frac{8\pi p_0}{B_x^2 + B_z^2(x)} . \quad (2.31)$$

Kombináciou predchádzajúcich rovníc získame vzťah medzi parametrom β a uhlom ψ udávajúcim sklon siločiar magnetického poľa (uhol medzi vertikálnou osou z a vektorom magnetického poľa) (obrázok 2.2)

$$\beta(x) = (\beta_0 + \cos^2\psi_1) \frac{B^2(x_1)}{B^2(x)} - \cos^2\psi(x) , \quad (2.32)$$

kde ψ_1 je sklon magnetických siločiar na povrchu. Celková intenzita magnetického poľa $B(x)$ je daná vzťahom

$$B^2(x) = B_x^2 + B_z^2(x) , \quad (2.33)$$

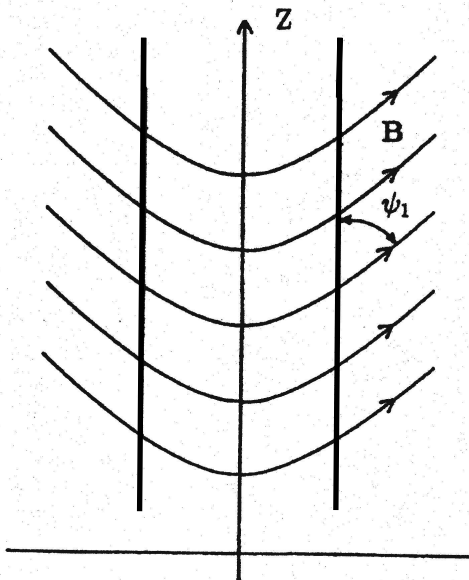
analogicky pre celkovú intenzitu na povrchu $B(x_1)$.

V centre štruktúry môžeme pre plazmový parameter β napísať

$$\beta_c = \frac{\beta_0}{\sin^2\psi_1} + \cotg^2\psi_1 . \quad (2.34)$$

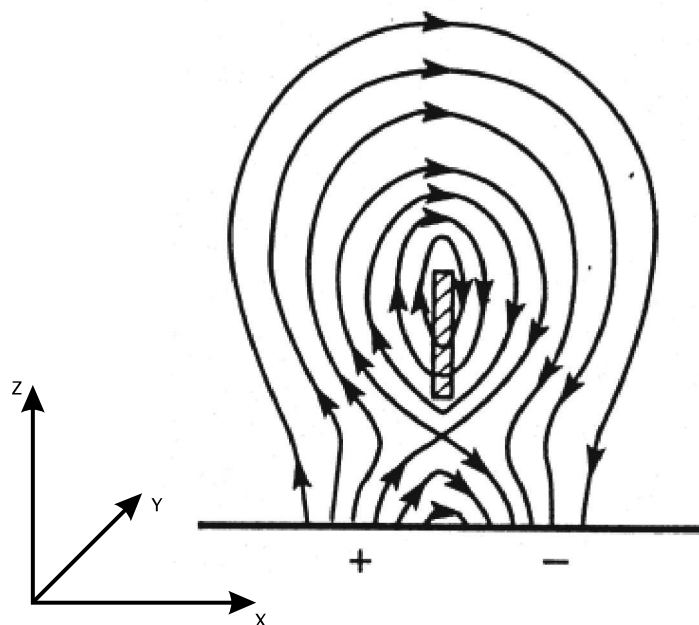
Často je $\beta_0 \ll 1$, čo vedie k zjednodušeniu rovnice (2.34) na tvar

$$\beta_c \approx \cotg^2\psi_1 . \quad (2.35)$$



Obrázok 2.2: Jednorozmerná vrstva protuberancie s vyznačeným uhlom ψ_1

Heinzel a Anzer (1999) ukázali, že vo všeobecnosti v protuberancii nemôžeme zanedbať parameter β .



Obrázok 2.3: Model kľudnej protuberancie typu Kuperus-Raadu.

Kippenhahn-Schlüterov model je vhodný na jednoduchý opis protuberancie ako jednorozmernej štruktúry zavesenej v priehlbni magnetického poľa. Na jeho základe boli vyvinuté komplexnejšie modely realistickejšie popisujúce fyzikálne podmienky v protuberanciách, napr. model zahŕňajúci prenos žiarenia (Heasley a Mihalas 1976) alebo model obsahujúci prechodovú oblasť medzi protuberanciou a korónou (PCTR) (Anzer a Heinzel 1999). Modely Kippenhahn-Schlüterovho typu majú magnetické pole s tzv. *normálnou polaritou* (siločiary prechádzajúce protuberanciou majú rovnaký smer ako globálne magnetické pole). Konfiguráciou magnetického poľa s *inverznou polaritou* (siločiary v protuberancii majú opačný smer ako globálne magnetické pole) sa zaoberajú modely typu Kuperus-Raadu (Kuperus a Raadu 1974) (obrázok 2.3). Lokálne však aj pre tieto modely platia popísané MHS rovnice.

Všetky spomínané modely sú však iba jednorozmerné. Na presnejší opis, najmä *jemnej štruktúry* je potrebné rozšírenie na dva rozmery (len vertikálny rozmer zostáva nekonečný). Podrobnejšie sa ním budeme zaoberať v časti 4.1.

Kapitola 3

Prenos žiarenia v kludných protuberanciách

Žiarenie je jediným zdrojom informácií o vzdialených astronomických objektoch, ktorý máme, vynímajúc priamu detekciu častíc slnečného vetra, slnečných neutrín a pod. Tieto zdroje však majú len okrajový podiel na celkovom objeme diagnostikovaných informácií. Okrem toho hrá dôležitú úlohu pri prenose energie a má veľký vplyv na stupeň ionizácie plazmy. Preto je nevyhnutnosť vývoja metód na meranie a analyzovanie dopadajúceho žiarenia, dekódovanie informácií z neho a potreba detailného poznania mechanizmu prenosu žiarenia viac ako zjavná.

3.1 Rovnica prenosu žiarenia

Začnime s fenomenologickými definíciami (Hubeny 1997). *Špecifická intenzita žiarenia* $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)$ v mieste \mathbf{r} , šíriacim sa v smere \mathbf{n} , s frekvenciou ν , v čase t je definovaná ako energia prenesená žiarením s frekvenčným rozsahom $(\nu, \nu + d\nu)$, prechádzajúcim elementárnou plochou dS pod uhlom θ , priestorovým uhlom $d\omega$ v časovom intervale dt

$$dE = I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) dS \cos \theta d\omega d\nu dt , \quad (3.1)$$

kde θ je uhol medzi \mathbf{n} a normálou na plochu dS (t.j. $dS \cos \theta = \mathbf{n} \cdot d\mathbf{S}$). Špecifická intenzita $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)$ sa udáva v $\text{erg cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ a dáva úplný popis poľa nepolarizovaného žiarenia z makroskopického uhla pohľadu.

Z definície *špecifickej intenzity* už jednoducho vyplýva vzťah pre *hustotu energie žiarenia*

$$E = \frac{1}{c} \oint I d\omega , \quad (3.2)$$

podobne pre *tok energie žiarenia*

$$\mathbf{F} = \oint \mathbf{n} I d\omega , \quad (3.3)$$

kde $c\mathbf{n}$ je vektor rýchlosti svetla. *Tensor tlaku žiarenia* je definovaný ako

$$P = \frac{1}{c} \oint \mathbf{nn} I d\omega . \quad (3.4)$$

Rovnica prenosu žiarenia popisuje zmenu intenzity žiarenia pozdĺž lúča zapríčinenú interakciou s látkou. Pre opis tejto interakcie potrebujeme mať zadané ešte dve veličiny.

Absorbčný koeficient $\chi(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)$ udáva stratu energie z poľa žiarenia v dôsledku prechodu hmotou. Je definovaný tak, že element hmoty s prierezom dS a dĺžkou ds odoberie z lúča špecifickej intenzity $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)$, šíriacom sa v smere normály k dS do priestorového uhla $d\omega$, množstvo energie rovnajúce sa

$$dE = \chi(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) dS ds d\omega d\nu dt . \quad (3.5)$$

χ má rozmer cm^{-1} , čiže $1/\chi$ má rozmer dĺžky a predstavuje charakteristickú dĺžku, ktorú fotón prejde pred tým, ako je absorbovaný, tzv. *strednú voľnú dráhu* fotónu.

Emisný koeficient $\eta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)$ udáva množstvo energie uvoľnené hmotou vo forme žiarenia. Analogicky je definovaný tak, že elementárny objem hmoty s prierezom dS a dĺžkou ds uvoľní do priestorového uhla $d\omega$, v smere \mathbf{n} a s frekvenciou $d\nu$ energiu

$$dE = \eta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) dS ds d\omega d\nu dt . \quad (3.6)$$

η má rozmer $\text{erg cm}^{-3} \text{sec}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$.

Absorbčný a emisný koeficient sú definované na jednotku dĺžky. Niekedy sa definujú aj na jednotku hmoty. V tom prípade ich dostaneme vydelením rovníc (3.5) a (3.6) hustotou ρ .

Aby sme dokázali koeficienty absorpcie a emisie, doteraz zadané len fenomenologicky, detailne spočítať, potrebujeme hlbšie nahliadnuť do mikroskopickej fyziky a bližšie popísať mikroskopické procesy prispievajúce k absorpcii, respektíve emisii.

Absorpciu môžeme rozdeliť na dva typy, *pravú absorpciu* a *rozptyl*. V procese pravej (termálnej) absorpcie je fotón z lúča dopadajúceho žiarenia odobratý a jeho energia za termalizuje, zatiaľ čo pri rozptyle je fotón najskôr odobratý, ale vzápätí na to reemitovaný v inom smere so zmenenou frekvenciou. Pre absorbčný koeficient môžeme teda napísať rovnicu

$$\chi(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) = \kappa(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) + \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) , \quad (3.7)$$

kde κ označuje pravú absorpciu a σ rozptyl.

Absorbčný koeficient χ síce opisuje pohltenie fotónov z lúča, ale žiadnym spôsobom neukazuje, čo sa stane potom. Na detailnejší opis ich neskoršieho osudu využijeme tri elementárne procesy týkajúce sa absorpcie a emisie, známe z kvantovej teórie žiarenia. *Absorpciu* - pohltenie fotónu nasledované prechodom atómu, respektíve iónu na vyššiu energetickú hladinu. *Spontánnu emisiu* - emisiu fotónu spôsobenú spontánnym prechodom atómu, respektíve iónu, na nižšiu energetickú hladinu. *Stimulovanú emisiu* - interakciu atómu, respektíve iónu, s fotónom nasledovanú emisiou ďalšieho fotónu s rovnakými vlastnosťami ako budiaci fotón. Často sa spontánnu emisiu uvažuje ako zápornú absorpciu.

Keďže už máme zadané základné veličiny a popísali sme interakciu žiarenia a

hmoty, môžeme priamo odvodiť rovnicu prenosu žiarenia. S využitím definície špecifickej intenzity (3.1) a koeficientov absorpcie (3.5) a emisie (3.6), môžeme napísať

$$\begin{aligned} & [I(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t + \Delta t) - I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)] dS d\omega d\nu dt = \\ & [\eta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t) - \chi(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu, t)] dS ds d\omega d\nu dt . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Rozdiel špecifických intenzít vieme vyjadriť ako

$$\Delta I = \frac{\partial I}{\partial s} ds + \frac{\partial I}{\partial t} dt = \left(\frac{\partial I}{\partial s} + \frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} \right) ds , \quad (3.9)$$

kde $\partial/\partial s$ môžeme napísať ako $\mathbf{n} \cdot \nabla$.

Pre planparalelnú vrstvu (napríklad jednorozmerný model protuberancie) sa $n_x = (dx/ds) = \cos\theta \equiv \mu$, a pre časovonezávislú situáciu, $\partial/\partial t = 0$, dostávame

$$\mu \frac{dI(\nu, \mu, x)}{dx} = \eta(\nu, \mu, x) - I(\nu, \mu, x)\chi(\nu, \mu, x) . \quad (3.10)$$

θ je uhol medzi smerom šírenia sa žiarenia \mathbf{n} a normálou na povrch vrstvy.

Rovnicu prenosu žiarenia pre jednorozmerný prípad, t.j. prípad, ak dva rozmery sú rádovo väčšie ako tretí (planparalelná vrstva), môžeme napísať v ešte jednoduchšej forme. Na to si však musíme dodefinovať *optickú hĺbku* τ_ν ako

$$d\tau_\nu \equiv -\chi_\nu dx \quad (3.11)$$

a *zdrojovú funkciu* S_ν ako

$$S_\nu \equiv \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} . \quad (3.12)$$

S využitím definícií (3.11) a (3.12) a formalizmu používanom v astrofyzikálnej literatúre, keď explicitne nepíšeme závislosť na geometrickej škále x a uhle μ a závislosť na frekvencii vyjadrujeme indexom ν , môžeme napísať rovnicu prenosu žiarenia v tvare

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu . \quad (3.13)$$

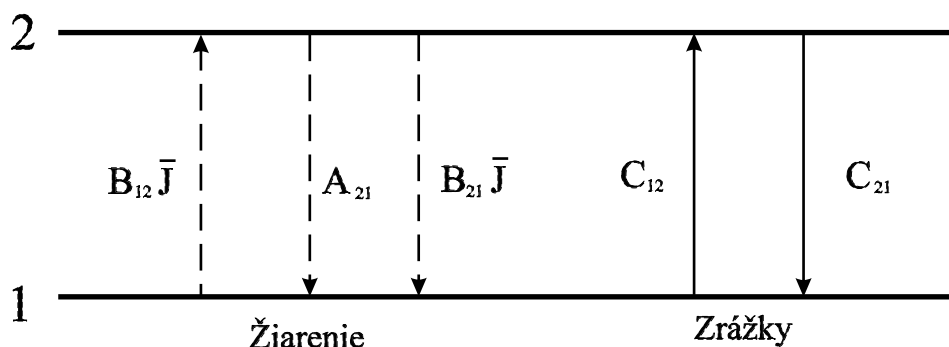
3.2 Dvojhľadínový atóm

Najjednoduchšou situáciou, na ktorej môžeme vysvetliť väčšinu procesov potrebných pre pochopenie formovania spektrálnych čiar v *non-LTE*, je idealizovaný prípad *dvojhľadínového atómu*.

Na obrázku 3.1 sú názorne ukázané všetky elementárne procesy vedúce k populácii, respektíve depopulácii hladín 1 a 2 dvojhľadínového atómu. B_{12} , B_{21} a A_{21} sú Einsteinove koeficienty pre *absorbciu*, *stimulovanú emisiu* a *spontánnu emisiu*. C_{12} a C_{21} sú zrážkové koeficienty.

Čiarový absorbný koeficient korelovaný o stimulovanú emisiu je daný ako

$$\kappa_\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) \phi(\nu) \quad (3.14)$$



Obrázok 3.1: Schematické znázornenie elementárnych procesov v dvojhľadinovom atóme.

a čiarový emisný koeficient

$$\eta_\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \phi(\nu) , \quad (3.15)$$

kde n_1 a n_2 sú populácie (obsadzovacie čísla) hladín 1, respektíve 2 a $\phi(\nu)$ je *absorbčný profil* vyjadrujúci hustotu pravdepodobnosti, že fotón, absorbovaný, respektíve emitovaný v čiare 1 – 2, bude mať frekvenciu v rozsahu $(\nu, \nu + d\nu)$. Absorbčný profil je normalizovaný na jednotku

$$\int_0^\infty \phi(\nu) d\nu = 1 . \quad (3.16)$$

V prípade čistého *Dopplerovského rozšírenia* (rozšírenia v dôsledku tepelného pohybu) je absorbčný profil daný ako

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} , \quad (3.17)$$

kde x je frekvencia v jednotkách dopplerovskej šírky čiary.

$$x \equiv \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} . \quad (3.18)$$

$\Delta\nu_D = (\nu_0/c) v_{th}$ je Dopplerovská šírka s tepelnou rýchlosťou $v_{th} = (2kT/m)^{1/2}$, m je hmotnosť atómu.

Vo všeobecnosti sa na rozšírení spektrálnych čiar podieľajú aj *prírodné*, *Starkovské* a *Van der Waalovo rozšírenie* popísané Lorentzovým profilom

$$\phi(x) = \frac{a}{\pi} \frac{1}{a^2 + x^2} . \quad (3.19)$$

Konvolúciou Dopplerovho a Lorentzovho profilu je *Voigtova funkcia*

$$H(a, x) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(x - y)^2 + a^2} \quad (3.20)$$

a normovaný absorbčný profil potom môžeme napísať ako

$$\phi(x) = \frac{H(a, x)}{\sqrt{\pi}} . \quad (3.21)$$

Parameter $a = \Gamma/(4\pi\Delta\nu_D)$ je tlmiaci parameter vyjadrený v jednotkách Dopplerovskej šírky a Γ je atomárny útlmový parameter.

Opacitu v čiare môžeme napísať ako

$$\kappa_x = \kappa\phi(x) , \quad (3.22)$$

analogicky aj pre η_x , kde κ je celková opacita integrovaná cez frekvencie.

Pri použití *kompletnej redistribúcie* (CRD - Complete ReDistribution) je emitovaný fotón úplne nekorelovaný s jemu prislúchajúcim absorbovaným fotónom. V tomto prípade sú profily pre absorbciu, stimulovanú a spontánnu emisiu totožné.

Pre väčšiu exaktnosť je potrebné použiť *čiasťočnú frekvenčnú redistribúciu* (PRD - Partial ReDistribution), kde sú už absorbovaný a emitovaný fotón navzájom korelované a totožnosť profilov neplatí. PRD je však dôležitá len pre silné rezonančné čiary, napríklad $L\alpha$, $L\beta$, $Mg II h$ a k , atď., a podrobnejšie je popísaná v časti 3.4.

Zdrojová funkcia v čiare pre CRD je nezávislá na frekvencii

$$S_\nu \equiv \frac{\eta_\nu}{\kappa_\nu} = \frac{n_2 A_{21}}{n_1 B_{12} - n_2 B_{21}} \equiv S^L . \quad (3.23)$$

Pomer n_2/n_1 je daný rovnicou *štatistickej rovnováhy*

$$n_1(R_{12} + C_{12}) = n_2(R_{21} + C_{21}) , \quad (3.24)$$

kde R_{12} , R_{21} , C_{12} a C_{21} sú žiarivé respektíve zrážkové koeficienty.

$$R_{12} = B_{12} \int_0^\infty J_\nu \phi(\nu) d\nu \equiv B_{12} \bar{J} \quad (3.25)$$

$$R_{21} = A_{21} + B_{21} \int_0^\infty J_\nu \phi(\nu) d\nu \equiv A_{21} + B_{21} \bar{J} \quad (3.26)$$

\bar{J} je priemerná intenzita integrovaná cez všetky frekvencie s váhou $\phi(\nu)$

$$\bar{J} = \int_0^\infty J_\nu \phi(\nu) d\nu . \quad (3.27)$$

Zrážkové koeficienty sú funkciou elektrónovej hustoty (zrážky s elektrónmi sú vo väčšine prípadov prevládajúce) a teploty a vzťah medzi nimi je

$$\frac{C_{21}}{C_{12}} = \frac{g_1}{g_2} e^{\frac{h\nu_0}{kT}} . \quad (3.28)$$

Pri použití známych vzťahov medzi Einsteinovými koeficientami $B_{21}/B_{12} = g_1/g_2$, $A_{21}/B_{21} = 2h\nu_0^3/c^2$ a po prevedení niekoľkých algebraických úprav dostaneme z (3.23) *fundamentálnu rovnicu* pre zdrojovú funkciu v tvare

$$S = (1 - \epsilon)\bar{J} + \epsilon B_{\nu_0} , \quad (3.29)$$

kde

$$\epsilon = \frac{\epsilon'}{1 + \epsilon'} ; \quad \epsilon' = \frac{C_{21}(1 - e^{-h\nu/kT})}{A_{21}} . \quad (3.30)$$

Pre typické rezonančné čiary, pre ktoré je dvojhľadinový atóm adekvátnou aproximáciou, môžeme použiť $h\nu/kT \gg 1$ a ϵ napísať v tvare

$$\epsilon \approx \frac{C_{21}}{(C_{21} + A_{21})} , \quad (3.31)$$

udávajúcom *pravdepodobnosť deštrukcie* fotónu, čiže pravdepodobnosť, že absorbovaný fotón nebude vyžiarený, ale "zničený" zrážkovou deexcitáciou.

Z matematického hľadiska je zdrojová funkcia (3.29) lineárnou funkciou \bar{J} . To neplatí vo všeobecnom prípade viachľadinového atómu.

3.3 Formálne riešenie rovnice prenosu žiarenia pre jednorozmernú vrstvu

Pre jednorozmernú planparalelnú vrstvu konečnej hrúbky, napr. jednorozmerný model protuberancie, môžeme napísať nasledovné analytické riešenia:

- a) V prípade, že nemáme žiadnu absorpciu ani emisiu, čiže $\chi_\nu = \eta_\nu = 0$, sa rovnica (3.10) zredukuje na rovnicu

$$\frac{dI}{dx} = 0 , \quad (3.32)$$

ktorá má triviálne riešenie

$$I = const, \quad (3.33)$$

vyjadrujúce fakt, že pri absencii interakcie s hmotou zostáva intenzita žiarenia konštantná.

- b) Ak uvažujeme len emisiu, $\chi_\nu = 0$ a $\eta_\nu > 0$, dostávame rovnicu

$$\mu \frac{dI(\nu, \mu, x)}{dx} = \eta(\nu, \mu, x) , \quad (3.34)$$

ktorej riešením je

$$I(\nu, \mu, x) = I(\nu, \mu, 0) + \int_0^x \frac{\eta(\nu, \mu, x)}{\mu} dx . \quad (3.35)$$

Tento prípad sa využíva na opis žiarenia emitovaného opticky tenkými konečnorozmernými vrstvami.

- c) Žiadna emisia, len absorpcia, $\eta_\nu = 0$ a $\chi_\nu > 0$. Rovnicu (3.10) môžeme s pomocou (3.11) previesť na tvar

$$\mu \frac{dI(\nu, \mu, \tau_\nu)}{d\tau_\nu} = -I(\nu, \mu, \tau_\nu) . \quad (3.36)$$

Pre I dostávame

$$I(\nu, \mu, \tau_\nu) = I(\nu, \mu, 0) e^{-\tau_\nu/\mu} . \quad (3.37)$$

- d) Ak máme absorpciu aj emisiu, čiže $\chi_\nu > 0$ aj $\eta_\nu > 0$, riešením rovnice prenosu žiarenia dostávame *úplné formálne riešenie* rovnice prenosu žiarenia

$$I(\nu, \mu, \tau_1) = I(\nu, \mu, \tau_2)e^{-(\tau_2-\tau_1)/\mu} + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{1}{\mu} S_\nu(t)e^{-(t-\tau_1)/\mu} dt . \quad (3.38)$$

Absorbčný a emisný koeficient sú špecifickými funkciami frekvencie a polohy. V prípade PRD (časť 3.4) je emisný profil závislý na poli žiarenia, a preto je ho nemožné zadať bez predchádzajúceho riešenia prenosu žiarenia.

- e) Nakoniec môžeme napísať formálne riešenie pre *konečnorozmernú homogénnu dosku*, kde $\tau_1 = 0$ a $\tau_2 = T < \infty$. Ak predpokladáme homogénnosť, potom je zdrojová funkcia nezávislá na optickej hĺbke, $S_\nu(\tau_\nu) \equiv S_\nu$. Ak budeme uvažovať iba normálový smer šírenia sa žiarenia, čiže $\mu = 1$, riešenie bude mať tvar

$$I(\nu, 1, 0) = S_\nu(1 - e^{-T}) . \quad (3.39)$$

V prípade, že je $T \ll 1$, dostaneme $I(\nu, 1, 0) = S_\nu T$. Keďže zdrojová funkcia predstavuje počet fotónov emitovaných na jednotku optickej dĺžky, tak pre $T \ll 1$ máme *opticky tenký* prípad, čiže minimálnu absorpciu. To znamená, že prakticky všetky emitované fotóny opustia vrstvu.

Ak $T \gg 1$, potom $I(\nu, 1, 0) = S_\nu$, čo predstavuje *opticky hrubé* prostredie. Tým pádom je veľká väčšina fotónov emitovaných hlbšie ako $\tau_\nu = 1$ absorbovaná vo vrstve a opúšťajú ju len fotóny vykreované v hĺbke $\tau_\nu \leq 1$.

3.4 Čiastočná frekvenčná redistribúcia - PRD

Problém *non-LTE* prenosu žiarenia je úzko spojený s difúziou fotónov v spektrálnych čiarach, ktorú môžeme najpresnejšie charakterizovať pomocou PRD. Problematika PRD je veľmi rozsiahla a preto sa budeme zaoberať len základnými myšlienkami. Hlbšie detaily obsahujú napríklad práca Heinzel (1985), respektíve monografia Peraiah (2002).

Pravdepodobnosť, s akou sa pohltený fotón s frekvenciou ν' letiaci zo smeru \mathbf{n}' vyžiarí do smeru \mathbf{n} s frekvenciou ν je daná vzťahom

$$R(\nu', \mathbf{n}', \nu, \mathbf{n}) d\nu' d\nu \frac{d\mathbf{n}'}{4\pi} \frac{d\mathbf{n}}{4\pi} , \quad (3.40)$$

kde $R(\nu', \mathbf{n}', \nu, \mathbf{n})$ je *redistribučná funkcia* charakterizujúca hustotu pravdepodobnosti.

$R(\nu', \mathbf{n}', \nu, \mathbf{n})$ je normovaná na jednotku ako integrál cez všetky frekvencie a priestorové uhly

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \oint \oint R(\nu', \mathbf{n}', \nu, \mathbf{n}) d\nu' d\nu \frac{d\mathbf{n}'}{4\pi} \frac{d\mathbf{n}}{4\pi} = 1 . \quad (3.41)$$

Často sa tiež využíva tvar uhlovo vystredovanej redistribučnej funkcie $R(\nu', \nu)$

$$R(\nu', \nu) = 8\pi^2 \int_0^\pi R(\nu', \nu, \Theta) \sin\Theta d\Theta , \quad (3.42)$$

kde Θ je uhol medzi smermi \mathbf{n}' a \mathbf{n} .

V prípade PRD môžeme napísať zdrojovú funkciu v čiare ako

$$S^L = \frac{n_j A_{ji} \psi(\nu)}{n_i B_{ij} \phi(\nu) - n_j B_{ji} \psi(\nu)}. \quad (3.43)$$

Člen $n_j A_{ji} \psi(\nu)$ predstavuje spontánnu emisiu, $n_j B_{ji} \psi(\nu)$ stimulovanú emisiu a $n_i B_{ij} \phi(\nu)$ absorpciu.

Absorbčný profil $\phi(\nu)$ je odlišný od emisného profilu $\psi(\nu)$, na rozdiel od CRD, pre ktorú má zdrojová funkcia S^L tvar (3.23).

Emisný profil $\psi(\nu)$ je daný ako

$$\psi(\nu) = \frac{\int_0^\infty R(\nu', \nu) J(\nu') d\nu'}{\bar{J}}, \quad (3.44)$$

kde \bar{J} je priemerná intenzita integrovaná cez všetky frekvencie (3.27).

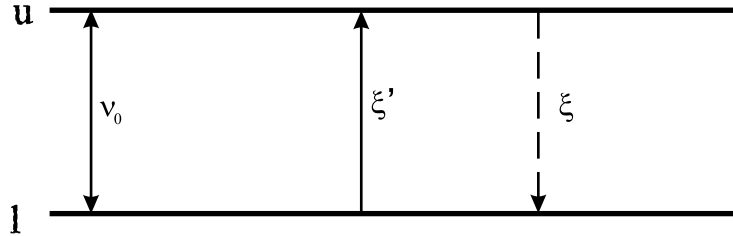
Pre dvojhľadínový atóm poznáme päť možných druhov atomárnych redistribučných funkcií (Peraiah 2002).

- a) Ak máme pre viazано-viazané prechody obe hladiny ostré (obrázok 3.2), rozptyl je koherentný a atomárna redistribučná funkcia má tvar

$$r_I(\xi', \xi) = \delta(\xi' - \nu_0) \delta(\xi - \xi'), \quad (3.45)$$

kde ξ a ξ' predstavujú emisnú, respektíve absorbnú frekvenciu.

Táto situácia nezodpovedá žiadnej reálnej spektrálnej čiare.



Obrázok 3.2: Schéma usporiadania podhládín dvojhľadínového atómu pre atomárnu redistribučnú funkciu r_I .

- b) V prípade, že spodná hladina je ostrá a horná hladina rozšírená (obrázok 3.3), môžeme pre atomárnu redistribučnú funkciu napísať

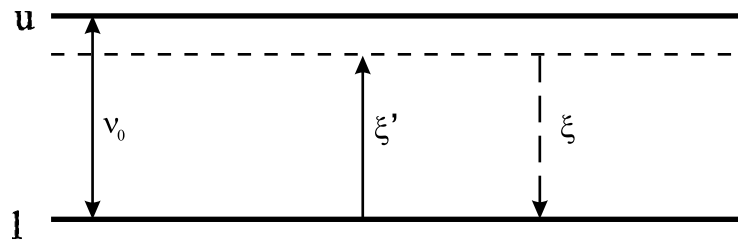
$$r_{II}(\xi', \xi) = L_j(\xi' - \nu_0) \delta(\xi - \xi'). \quad (3.46)$$

Lorentzov profil L_j je daný ako

$$L_j(\xi' - \nu_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\delta_j}{(\xi' - \nu_0)^2 + \delta_j^2}, \quad (3.47)$$

kde δ_j je parameter útlmu.

Tento prípad zodpovedá rezonančným čiarám s koherentným rozptylom.

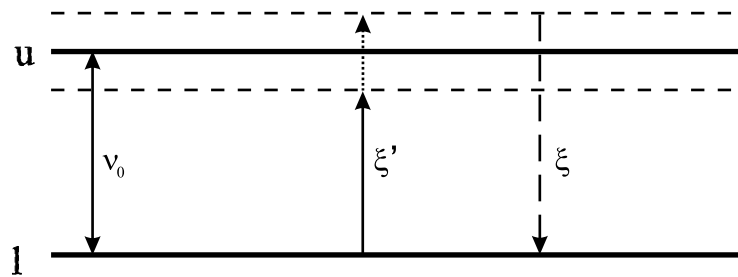


Obrázok 3.3: Schéma usporiadania podhladin dvojhladinového atómu pre atomárnu redistribučnú funkciu r_{II} .

- c) Úplne nekorelovaný rozptyl v rezonančných čiarach je popísaný atomárnou redistribučnou funkciou v tvare

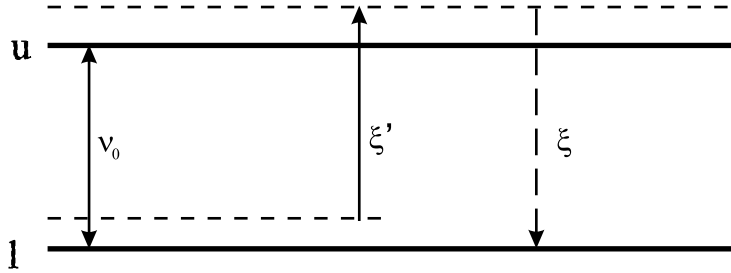
$$r_{III}(\xi', \xi) = L_j(\xi' - \nu_0)L_j(\xi - \nu_0) . \quad (3.48)$$

Úplná nekorelovanosť je spôsobná prechodom medzi podhladinami hornej hladiny rozšírenej v dôsledku pružných zrážok (obrázok 3.4)



Obrázok 3.4: Schéma usporiadania podhladin dvojhladinového atómu pre atomárnu redistribučnú funkciu r_{III} .

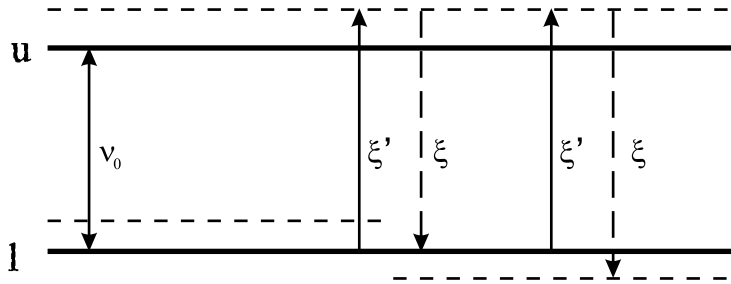
- d) Prípád s oboma hladinami rozšírenými (obrázok 3.5) , je nahradený fyzikálne korektným, nasledujúcim prípadom V.



Obrázok 3.5: Schéma usporiadania podhladin dvojhladinového atómu pre atomárnu redistribučnú funkciu r_{IV} .

- e) Posledný prípad platí pre subordinátne čiary (obrázok 3.6). Atomárna redistribučná funkcia (Heinzel 1981) má tvar

$$r_V(\xi', \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} L_i(\xi' - t)L_j(t - \nu_0)L_i(\xi - t)dt . \quad (3.49)$$



Obrázok 3.6: Schéma usporiadania podhladin dvojhladinového atómu pre atomárnu redistribučnú funkciu r_V .

Všeobecná redistribučná funkcia je lineárnou kombináciou v tvare

$$R(\nu', \nu) = \gamma R_V(\nu', \nu) + (1 - \gamma) R_{III}(\nu', \nu) , \quad (3.50)$$

kde γ je daná ako

$$\gamma = \frac{P_j}{P_j + Q_E} . \quad (3.51)$$

P_j je rýchlosť depopulácie j -tej hladiny a Q_E je zrážkový koeficient pre elastické zrážky. Prechod ($r \rightarrow R$) je daný vystredovaním atomárnej redistribučnej funkcie r cez Maxwellove rozdelenie atomárnych rýchlostí.

Pre rezonančné spektrálne čiary môžeme R_V nahradiť pomocou R_{II}

$$R(\nu', \nu) = \gamma R_{II}(\nu', \nu) + (1 - \gamma) R_{III}(\nu', \nu) . \quad (3.52)$$

Z tejto rovnice je zrejmé, že v limitnom prípade s nízkym počtom zrážok ($\gamma \rightarrow 1$) máme kvázi-koherentný rozptyl, respektíve v opačnom prípade úplne nekorelovaný rozptyl (CRD).

3.5 Rovnice štatistickej rovnováhy

Na riešenie problému prenosu žiarenia je potrebné poznať absorpčný a emisný koeficient. Tie sú v *non-LTE* závislé na populácii hladín, ktoré je možné získať použitím rovníc štatistickej rovnováhy (ESE - Equations of Statistical Equilibrium) nahrádzajúcimi Boltzmanovu rovnicu pre LTE. Vo všeobecnom prípade majú ESE tvar (Heinzel 2004)

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum n_j (R_{ji} + C_{ji}) - n_i \sum (R_{ij} + C_{ij}) \quad (3.53)$$

$$\frac{dn_i}{dt} = \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v}{\partial x} ,$$

kde n_i je počet atómov v stave i , v je makroskopická rýchlosť toku plazmy a R_{ij} sú žiarivé koeficienty.

Zrážkové koeficienty C_{ij} , respektíve C_{ji} sú dané ako

$$C_{ij} = n_e \Omega_{ij}(T) , \quad (3.54)$$

kde n_e je elektrónová hustota a T teplota.

Rovnica zachovania náboja má tvar

$$\sum N_k Z_k = n_e , \quad (3.55)$$

kde Z_k je stupeň ionizácie a N_k hustota atómov v ionizačnom stave k . Ak poznáme celkový počet častíc $N = \sum N_k + n_e$, môžeme zo stavovej rovnice pre tlak plynu $p_g = NkT$ vypočítať hustotu ρ .

Analogicky ako pre dvojhladinový atóm 3.2 platí pre žiarivé koeficienty $R_{ij} = B_{ij} \bar{J}_{ij}$ pre absorpciu a $R_{ji} = A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ji}$ pre emisiu. \bar{J}_{ij} je priemerná intenzita integrovaná cez všetky frekvencie pre čiaru (ij) daná ako (3.27). Čisté žiarivé koeficienty zdefinujeme ako

$$R_{ij}^{\text{net}} \equiv n_j A_{ji} - (n_i B_{ij} - n_j B_{ji}) \bar{J}_{ij} . \quad (3.56)$$

3.6 Numerické metódy na riešenie rovnice prenosu žiarenia

Keďže vo všeobecnosti je problém prenosu žiarenia veľmi komplexný, jeho riešenie analyticky je prakticky nemožné. Preto boli vyvinuté rôzne metódy na numerické riešenie rovnice prenosu žiarenia. V nasledujúcich riadkoch popíšeme metódy, ktoré boli použité pri našich výpočtoch.

Na začiatok si treba pripomenúť tri základné momenty rovnice prenosu žiarenia diskutované na začiatku tejto kapitoly. V planparalelnej aproximácii sú všetky momenty skalárne veličiny dané ako

$$J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\mu) d\mu , \quad (3.57)$$

$$H_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu I_\nu(\mu) d\mu , \quad (3.58)$$

$$K_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu^2 I_\nu(\mu) d\mu . \quad (3.59)$$

3.6.1 Lambda operátor

Na objasnenie tohoto podstatného pojmu si najskôr napíšme formálne riešenie pre jednorozmernú planparalelnú vrstvu s konečnou hrúbkou T bez dopadajúceho žiarenia na povrchu ($\tau = 0$).

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) = \int_{\tau_\nu}^T S_\nu(t) e^{-(t-\tau_\nu)/\mu} dt / \mu \quad \mu \geq 0, \quad (3.60)$$

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t) e^{(\tau_\nu-t)/(-\mu)} dt / (-\mu) \quad \mu < 0. \quad (3.61)$$

Potrebuje intenzitu vystredovanú cez priestorový uhol. Z definície μ vyplýva, že kladné hodnoty predstavujú smer von a záporné smer dnu. Potom pre J_ν dostávame vzťah

$$J_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{2} \int_0^T S_\nu(t) E_1(|t - \tau_\nu|) dt, \quad (3.62)$$

kde E_1 je prvý *exponenciálny integrál* všeobecne definovaný ako

$$E_n(x) \equiv \int_1^\infty \frac{e^{-xt}}{t^n} dt. \quad (3.63)$$

Ak si zdefinujeme Λ -operátor pôsobiaci na ľubovoľnú funkciu $f(t)$ ako

$$\Lambda_\tau[f(t)] = \frac{1}{2} \int_0^T f(t) E_1(|t - \tau|) dt, \quad (3.64)$$

môžeme J_ν napísať v tvare

$$J_\nu(\tau_\nu) = \Lambda[S_\nu(t)]. \quad (3.65)$$

Λ -operátor je, ako ukážeme neskôr, podstatnou súčasťou numerických metód na riešenie problému prenosu žiarenia.

3.6.2 Feautrierova metóda

Pod formálnym riešením rozumieme riešenie rovnice prenosu žiarenia pre plne zadanú zdrojovú funkciu. V predchádzajúcej časti sme už ukázali úplné formálne riešenie pre všeobecný prípad (3.38) aj pre jednorozmernú planparalelnú vrstvu (3.60) a (3.61). V praxi môžeme integrál cez optickú hĺbku nahradiť kvadratickou sumou a spočítať špecifickú intenzitu jednoduchou sumáciou.

Na prvý pohľad to vyzerá tak, že nepotrebujeme inú metódu na riešenie problému prenosu žiarenia. Jednoduchá numerická kvadratura z exponenciálnej funkcie je však extrémne náročná a neefektívna, čo sa týka výpočtového času. To zapríčiňuje jej praktickú nepoužiteľnosť pre komplexnejšie a viac zložité problémy, akými sa budeme zaoberať neskôr. Podstatne efektívnejšou metódou na nájdenie formálneho riešenia je riešenie rovnice prenosu žiarenia v tvare diferenciálnej rovnice prvého rádu (3.13). Táto metóda sa však už dve desiatky rokov nevyužíva a keďže nemá hlbší súvis s neskoršou problematikou, nebudeme sa ňou hlbšie zaoberať. Len pre doplnenie uvádzame istý návrat k tejto metóde na základe adaptovanej DFE (Discontinuous Finite Element)

metódy (Castor et al. 1992).

Metóda, ktorou sa budeme hlbšie zaoberať, je riešenie rovnice prenosu žiarenia vo forme lineárnej diferenciálnej rovnice druhého rádu, tzv *Feautrierova metóda*.

Je založená na využití *Feautrierových premenných*

$$u(\nu, \mu, \tau_\nu) \equiv \frac{1}{2} [I(\nu, +\mu, \tau_\nu) + I(\nu, -\mu, \tau_\nu)] \quad (3.66)$$

$$v(\nu, \mu, \tau_\nu) \equiv \frac{1}{2} [I(\nu, +\mu, \tau_\nu) - I(\nu, -\mu, \tau_\nu)] . \quad (3.67)$$

$\mu \in \langle 0, 1 \rangle$ a znamienko označuje smer šírenia.

S použitím týchto premenných a rovnice (3.13) dostaneme rovnice

$$\mu \frac{v(\nu, \mu, \tau_\nu)}{d\tau_\nu} = u(\nu, \mu, \tau_\nu) - S_\nu \quad (3.68)$$

$$\mu \frac{u(\nu, \mu, \tau_\nu)}{d\tau_\nu} = v(\nu, \mu, \tau_\nu) . \quad (3.69)$$

Ich spojením získame rovnicu druhého rádu

$$\mu^2 \frac{d^2 u(\nu, \mu, \tau_\nu)}{d\tau_\nu^2} = u(\nu, \mu, \tau_\nu) - S_\nu . \quad (3.70)$$

Táto rovnica je *uzavretá* pre $u(\nu, \mu, \tau_\nu)$, čiže môže byť riešená v jednom kroku.

Špecifickú pozornosť treba venovať okrajovým podmienkam (pre lepšiu názornosť zavedieme konvenciu $a(\nu, \mu) \equiv a_{\nu\mu}$). Pre jednorozmernú planparalelnú vrstvu je špecifická intenzita na hranici pre záporný smer μ daná ako

$$I(\nu, -\mu, \tau = 0) \equiv I_{\nu\mu}^- \Rightarrow \mu \left(\frac{du_{\nu\mu}}{d\tau_\nu} \right)_0 = u_{\nu\mu}(0) - I_{\nu\mu}^- , \quad (3.71)$$

kde $I_{\nu\mu}^-$ má význam dopadajúceho žiarenia.

Ak predpokladáme symetrickosť vrstvy, potom poznáme okrajovú podmienku v centre pre $\tau = \frac{1}{2}\tau_{max}$

$$\mu \left(\frac{du_{\nu\mu}}{d\tau_\nu} \right)_{\tau=\frac{1}{2}\tau_{max}} = 0 . \quad (3.72)$$

Diskretizáciou, prevodom derivácií na diferenciály a integrálov na sumy (Mihalas 1978), dostaneme rovnicu v maticovom zápise

$$-\tilde{A}_d \mathbf{u}_{d-1} + \tilde{B}_d \mathbf{u}_d - \tilde{C}_d \mathbf{u}_{d+1} = \mathbf{L}_d . \quad (3.73)$$

Vektory \mathbf{u}_{d-1} , \mathbf{u}_d , \mathbf{u}_{d+1} a \mathbf{L}_d majú dimenziu danú počtom frekvencií NF krát počet frekvencií NA. Dimenzia matíc \tilde{A}_d , \tilde{B}_d a \tilde{C}_d je $(NF \times NA) \otimes (NF \times NA)$. $d \in \langle 2, D-1 \rangle$, kde D je zvolený počet hĺbok. Okrajové podmienky sú dané ako

$$d = 1 : \tilde{B}_1 \mathbf{u}_1 - \tilde{C}_1 \mathbf{u}_2 = \mathbf{L}_1 \quad (3.74)$$

$$d = D : -\tilde{A}_D \mathbf{u}_{D-1} + \tilde{B}_D \mathbf{u}_D = \mathbf{L}_D . \quad (3.75)$$

Matice \tilde{A}_d a \tilde{C}_d sú diagonálne a ich elementy majú tvar

$$(\tilde{A}_d)_{ij} = \left(\frac{2\mu_i^2}{(\tau_{d+1} - \tau_{d-1})(\tau_d - \tau_{d-1})} \right)_i \delta_{ij} \quad (3.76)$$

$$(\tilde{C}_d)_{ij} = \left(\frac{2\mu_i^2}{(\tau_{d+1} - \tau_{d-1})(\tau_{d+1} - \tau_d)} \right)_i \delta_{ij} , \quad (3.77)$$

daný diskretizáciou. Indexy ij zodpovedajú diskrétnym hodnotám frekvencií a uhlov. \tilde{B}_d je už všeobecná štvorcová matica s diagonálnymi elementami

$$(\tilde{B}_d)_{ij} = \left((\tilde{A}_d)_{ij} + (\tilde{C}_d)_{ij} + 1 \right)_i \delta_{ij} - \alpha_i^d R_{ij}^d . \quad (3.78)$$

α_i^d a R_{ij}^d pochádzajú zo zdrojovej funkcie S_ν , ktorá má pri použití *PRD* tvar

$$S_\nu = \alpha_\nu \int R(\nu', \nu) J(\nu') d\nu' + \beta_\nu \quad (3.79)$$

a po diskretizácii

$$S_d = \alpha_\nu \sum_j R_{ij} J_j + \beta_\nu . \quad (3.80)$$

R_{ij} je redistribučná matica zahŕňajúca aj integračné váhy, a je daná ako

$$R_{ij} = \int R(\nu', \nu_i) \psi_j(\nu') d\nu' , \quad (3.81)$$

kde $\psi_j(\nu')$ sú kubické splajny.

\mathbf{L}_d má tvar

$$(\mathbf{L}_d)_i = \beta_i^d . \quad (3.82)$$

Takto sme dostali *tridiagonálny systém* rovníc, ktorý môžeme schematicky zapísať v tvare

$$\tilde{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{L} . \quad (3.83)$$

Každý element tridiagonálnej matice $\tilde{\mathbf{M}}$ je matica $(\text{NF} \times \text{NA}) \otimes (\text{NF} \times \text{NA})$.

Riešenie takéhoto systému poskytuje *Gaussova eliminačná metóda* (Press 1992) pozostávajúca z postupnej eliminácie a spätnej substitúcie. To je lineárny problém, ktorý je možné riešiť v jednom kroku, bez iterácií. Je však potrebné invertovať matice pre každú diskrétnu hodnotu hĺbky d , čo je veľmi náročné na výpočtový čas. Čas potrebný na invertovanie je úmerný tretej mocnине z hodnoty matice. Keďže NF môže nadobúdať rádovo stovky, boli vyvinuté iné, rýchlejšie metódy.

3.6.3 Urýchlené Lambda iterácie

Jednou z podstatných častí riešenia problému prenosu žiarenia je získanie zdrojovej funkcie S_ν . Ak je známa, problém sa zúži na formálne riešenie. Vtedy je tiež efektívne použiť Feautrierovu metódu 3.6.2, kde v rovnici (3.73) zahrnieme známe elementy zdrojovej funkcie S_d do vektora \mathbf{L}_d . Tým pádom sa aj matica \tilde{B}_d stane diagonálnou a odstráni sa tým problém s invertovaním. Výsledkom je špecifická intenzita pre každú diskrétnu hodnotu d .

Na získanie S_d využijeme už známy Λ -operátor (3.64) a prostredie dvojhladinového atómu. Ak pre J_ν môžeme napísať rovnicu (3.65), potom pre priemernú intenzitu integrovanú cez všetky frekvencie \bar{J} (3.27) platí vzťah

$$\bar{J} = \Lambda[S] , \quad (3.84)$$

kde Λ je definovaný ako

$$\Lambda \equiv \int_0^\infty \Lambda_\nu \phi(\nu) d\nu . \quad (3.85)$$

$\phi(\nu)$ je absorbný profil.

Pre dvojhladinový atóm v CRD platí (3.29). S použitím $\bar{\Lambda}$ môžeme pre zdrojovú funkciu napísať vzťah

$$S = (1 - \epsilon)\Lambda[S] + \epsilon B . \quad (3.86)$$

Metóda *klasických Lambda iterácií* (LI - Lambda Iterations) vychádza zo vzťahu (3.86) a jej iteračná schéma má tvar

$$S^{(n+1)} = (1 - \epsilon)\bar{\Lambda}[S^{(n)}] + \epsilon B . \quad (3.87)$$

Rýchlosť konvergenencie tejto metódy je však veľmi nízka a nehodí sa pre praktické využitie kvôli nadmernému množstvu nutných iterácií. Veľký dôraz je potrebné klásť aj na numerickú presnosť (Mihalas 1978).

Dostatočnú rýchlosť konvergenencie poskytuje metóda *urýchlených Lambda iterácií* (ALI - Accelerated Lambda Iteration). Je založená na *rozštepe operátorov* (Cannon 1973). *Lambda*-operátor potom môžeme napísať v tvare

$$\Lambda = \Lambda^* + (\Lambda - \Lambda^*) , \quad (3.88)$$

kde Λ^* je zvolený *približný Lambda operátor* (ALO - Approximate Lambda Operator). Iteračná schéma pre zdrojovú funkciu je

v tvare

$$S^{(n+1)} = (1 - \epsilon)\Lambda^*[S^{(n+1)}] + (1 - \epsilon)(\Lambda - \Lambda^*)[S^{(n)}] + \epsilon B . \quad (3.89)$$

Približný Λ^* -operátor musí zahŕňať všetky podstatné vlastnosti pôvodného Λ -operátora, aby sa dosiahla dostatočná rýchlosť konvergenencie. Musí však byť aj nenáročný na invertovanie, najlepšie diagonálny. Dosiahnutie oboch požadovaných vlastností zároveň je netriviálna úloha a je bližšie popísaná v (Hubeny 1992). Prvýkrát bola metóda ALI použitá v práci Auer a Paletou (1994).

Pre viachladinový atóm môžeme iteračnú schému (3.89) napísať v tvare (Heinzel 2004), pomocou ktorého získame priemernú intenzitu \bar{J}_{ij} ,

$$\bar{J}_{ij}^n = \Lambda^* S^n + (\Lambda - \Lambda^*) [S^{n-1}] = \Lambda^* S^n + \Delta \bar{J}_{ij}^{n-1} . \quad (3.90)$$

\bar{J}_{ij} je potrebná na výpočet žiarivých koeficientov v ESE 3.5. Ako ukázali Rybicki a Hummer (1991), môžeme iteračnú schému (3.90) vložiť priamo do ESE a prepísať vzťah pre čisté žiarivé koeficienty (3.56) na tvar (Heinzel 2004)

$$R_{ij}^{\text{net}} = n_j A_{ji} (1 - \Lambda^*) - (n_i B_{ij} - n_j B_{ji}) \Delta \bar{J}_{ij}^{n-1} . \quad (3.91)$$

Λ^* a $\Delta \bar{J}$ sú vystredované cez priestorový uhol aj cez všetky frekvencie. Čisto žiarivé koeficienty v tomto prípade závisia len na intenzite z predchádzajúceho iteračného kroku, čo je veľmi výhodné na zvýšenie rýchlosti konvergenencie.

Kapitola 4

Jemná štruktúra QP

Vo všeobecnosti je možné povedať, že protuberancie nikdy neexistujú v podobe amorfnych štruktúr. Vždy môžeme nájsť viac-menej dobre definovanú *jemnú štruktúru* (obrázok 4.1). To platí pre kľudné ako aj pre aktívne protuberancie. Tvar jemnej štruktúry je formovaný magnetickým poľom, ktoré tvorí "kostru" protuberancie.



Obrázok 4.1: Jemná štruktúra kľudnej protuberancie.

Pozorovania na okraji slnečného disku ukazujú, že protuberancia pozostáva z vlákien a uzlov, ktorých typické rozmery sú 5000 km na dĺžku a 300-1000 km na šírku, vlákna však môžu byť aj užšie (Tandberg-Hanssen 1995). Vlákna sú v prevažnej väčšine vertikálne, ale môžu existovať v akejkoľvek orientácii, vrátane horizontálnej.

Formovanie jemnej štruktúry je závislé na konfigurácii magnetického poľa. Formovanie vertikálnych vlákien v priehlbniach magnetického poľa, nachádzajúcich sa nad sebou, je popísané v Poland a Mariska (1988). Horizontálne orientované vlákna sa správajú podľa rozdielného scenára (Chiuderi Drago et al. 1992). Vlákna predstavujú horizontálne prúdové trubice umiestnené v špeciálne konfigurovanom magnetickom poli,

zabezpečujúcom horizontálnosť na veľmi veľkých vzdialenostiach.

Pozorovania protuberancií z pozemných aj kozmických observatórií ukazujú štruktúru protuberancií pod rôznymi uhlami a tým aj s rôznou orientáciou magnetického poľa k pozorovateľovi. Táto orientácia však hrá dôležitú úlohu pri interpretácii pozorovaných dát. Ukazuje to aj detailná analýza (Heinzel et al. 2001) spektier dvoch kľudných protuberancií pozorovaných zo SOHO pomocou spektrografu SUMER (Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation). V jednom prípade spektrum obsahuje silnú emisiu pre vyššie čiary vodíkovej Lymanovej série. Druhá protuberancia s rovnakou jasnosťou v Lymanovskom spektre mala všetky spektrálne čiary Lymanovej série so silnou *samoabsorbciou* (reverzita v centre čiar, vznik peaku mimo centra).

Na správnu interpretáciu pozorovaných dát, získaných pre rôznu orientáciu magnetického poľa, je preto potrebné použitie rozšírených dvoj, respektíve trojrozmerných modelov.

4.1 Dvojrozmerný model Kippenhahn-Schlüterovho typu

Lokálne zovšeobecnenie Kippenhahn-Schlüterovho modelu (časť 2.1) na dva rozmery predstavuje protuberanciu ako nekonečné vlákno, t.j. vertikálny rozmer nekonečný, horizontálne rozmery majú konečnú veľkosť, zavesené v magnetickom poli nad slnečným povrchom (Heinzel a Anzer 2001). Na opis použijeme karteziánsku súradnicovú sústavu. Osí x a y predstavujú horizontálnu rovinu a os z vertikálny, nekonečný rozmer. Magnetické pole bude mať tvar $\mathbf{B} = (B_x(y), B_y, B_z(x, y))$. $B_x(y)$ je konštantné pozdĺž danej siločiar. Pre väčšiu názornosť $B_y = 0$.

MHS rovnice, odvodené v časti 2.1, zovšeobecníme na dva rozmery pridaním závislosti na y pre všetky veličiny (Heinzel a Anzer 2001).

Celkový tlak p_T je potom daný ako

$$p_T = p + \frac{B_x^2(y) + B_z^2(y)}{8\pi}, \quad (4.1)$$

kde p je súčet tlaku plynu a turbulentného tlaku. Pre jednorozmerný model je celkový tlak nezávislý na x , čo vedie k rovnováhe v x -ovom smere. Pre dvojrozmerný model potrebujeme rovnováhu aj v smere y . Potom môžeme (2.27) zovšeobecniť na tvar

$$p(m, y) = 4p_c(y) \frac{m}{M(y)} \left(1 - \frac{m}{M(y)} \right) + p_0. \quad (4.2)$$

Opäť sme využili prechod k stĺpcovej hmote ($x \rightarrow m$). Magnetický tlak $p_c(y)$ je daný ako

$$p_c(y) = \frac{B_{z1}^2(y)}{8\pi} \quad (4.3)$$

a celková stĺpcová hmota $M(y)$ integrovaná pozdĺž x má tvar

$$M(y) = \frac{B_x(y)B_{z1}(y)}{2\pi g}. \quad (4.4)$$

p_0 predstavuje tlak a B_{z1} intenzitu vertikálnej zložky magnetického poľa na povrchu vlákna, g je hodnota gravitačného zrýchlenia na povrchu Slnka.

Vzťah (4.2) je opäť platný pre ľubovoľnú teplotnú štruktúru, ktorej tvar budeme diskutovať v kapitole 5.

Kvôli podmienke konštantnosti p_T dostaneme vzťah

$$\frac{B_x^2(y) + B_{z1}^2(y)}{8\pi} + p_0 = \frac{B_{x0}^2}{8\pi} + p_0, \quad (4.5)$$

respektíve

$$B_{z1}^2(y) = B_{x0}^2 - B_x^2(y), \quad (4.6)$$

kde B_{x0} predstavuje intenzitu horizontálneho magnetického poľa medzi jednotlivými vláknami.

S použitím (4.4) a (4.6) môžeme eliminovať $B_x(y)$ a dostaneme vzťah

$$\frac{B_{z1}^2(y)}{8\pi} = \frac{1}{2} \left(\frac{B_{x0}^2}{8\pi} - \sqrt{\left(\frac{B_{x0}^2}{8\pi} \right)^2 - \frac{M^2(y)g^2}{4}} \right). \quad (4.7)$$

Po dosadení (4.7) do (4.3) a následne do (4.2) získame vzťah pre tlak $p(m, y)$ závisiaci len od voľby funkcie $M(y)$ a voľných parametrov p_0 a B_{x0} .

Treba ešte poznamenať, že rovnica (4.7) je iba čiastočným riešením platným len pre $B_x(y) > B_{z1}(y)$. Konfigurácia magnetického poľa s $B_x(y) < B_{z1}(y)$ by potrebovala komplexnejší vzťah pre distribúciu hmoty, vymykajúci sa z rámca tejto práce.

Na získanie geometrického tvaru je potrebná spätná transformácia $m \rightarrow x$ vyžadujúca následnú integráciu

$$x = \int_{M(y)/2}^m \frac{1}{\rho} dm' \quad (4.8)$$

pre každú hodnotu y . Na okrajoch je $m = 0$ respektíve $m = M(y)$, ρ je hustota.

Tlak vo vlákne p je daný ako

$$p = p_g + p_t, \quad (4.9)$$

kde p_t je turbulentný tlak,

$$p_t = \frac{1}{2} \rho v_t^2. \quad (4.10)$$

v_t je stredná turbulentná rýchlosť, ktorú berieme ako konštantnú časť lokálnej rýchlosti zvuku c_s ,

$$v_t = \epsilon c_s. \quad (4.11)$$

Lokálna rýchlosť zvuku je daná vzťahom

$$c_s^2 = \gamma \frac{kT}{\bar{m}}, \quad (4.12)$$

kde γ je pomer špecifických ohrevov.

Po dosadení (4.12), (4.11) a stavovej rovnice (2.9) do (4.9) získame pre tlak p vzťah

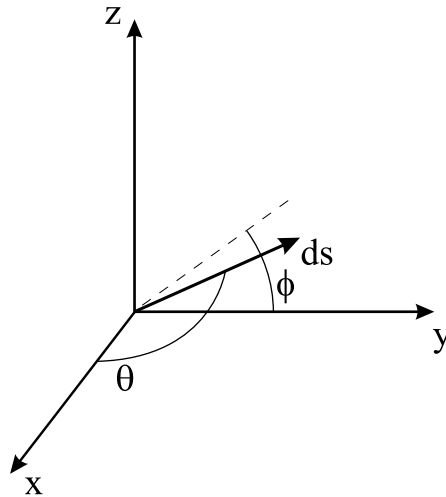
$$p = \rho kT \frac{1 + 1/2\gamma\epsilon^2}{\bar{m}}. \quad (4.13)$$

Stredná molekulová hmotnosť \bar{m} je daná vzťahom (2.10).

4.2 Rovnica prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch

Na opis dvojrozmerného prenosu žiarenia opäť použijeme karteziánsku súradnicovú sústavu s osou z nekonečnou, orientovanou vertikálne.

Špecifická intenzita I je potom funkciou $I(x, y, \nu, \mu, \gamma)$, kde $\mu \equiv \cos\theta = (dx/ds)$ a $\gamma \equiv \sin\theta \cos\phi = (dy/ds)$ (obrázok 4.2).



Obrázok 4.2: Schéma orientácie súradnicových osí.

Časovonezávislá rovnica prenosu žiarenia pre dva rozmery má tvar (Mihalas, Auer a Mihalas 1978)

$$\frac{\mu}{\chi} \frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\gamma}{\chi} \frac{\partial I}{\partial y} = S - I. \quad (4.14)$$

Absorbčný koeficient χ je funkciou $\chi(x, y, \nu)$ a je daný ako

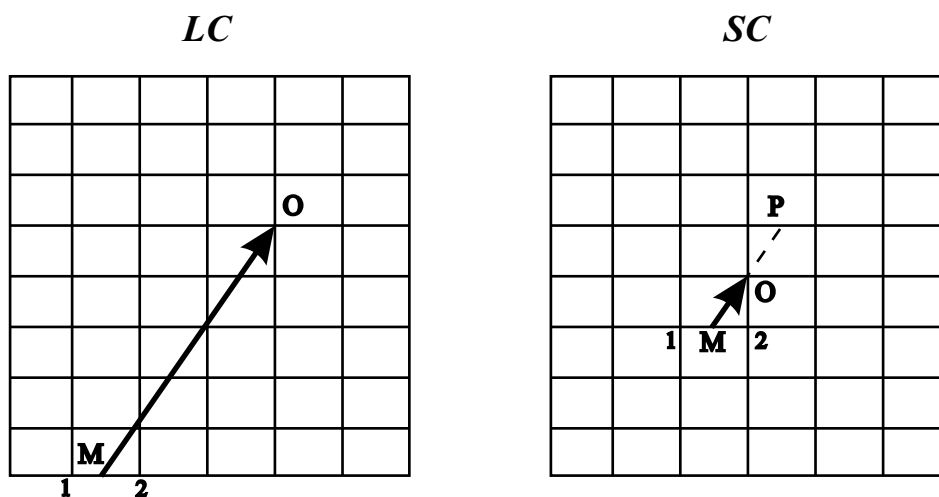
$$\chi(x, y, \nu) = \chi_L(x, y)\phi(x, y, \nu) + \chi_C(x, y), \quad (4.15)$$

kde χ_L a χ_C sú čiarový absorbčný koeficient, respektíve absorbčný koeficient kontinua. $\phi(x, y, \nu)$ predstavuje absorbčný profil.

4.2.1 Formálne riešenie rovnice prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch, metóda krátkych charakteristík

Podstatou riešenia rovnice prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch je nájdenie špecifických intenzít v jednotlivých bodoch súradnicovej siete. Jednou z možností na ich získanie je metóda *dlhých charakteristík* (LC - Long Characteristics) zahŕňajúca separované riešenie prenosu žiarenia pre jednotlivé body súradnicovej siete. Každým bodom siete je pre každý smer šírenia, popisujúci priestorovú variáciu poľa žiarenia, zkonštruovaný "umelý" lúč pozdĺž ktorého sa fyzikálne parametre získavajú interpoláciou v dvojrozmernej sieti. Na získanie špecifickej intenzity v danom bode sa potom prenos žiarenia rieši pre lúč prechádzajúci týmto bodom v danom smere. Súradnicová sieť (obrázok 4.3) delí priestor na jednotlivé bunky. Na získanie intenzity v konkrétnom bode siete

je potrebné známu intenzitu žiarenia na hranici bunky opraviť o množstvo žiarenia absorbované, respektíve emitované v bunke. Ak poznáme hodnotu špecifickej intenzity v bodoch siete na hranici bunky, na ktorej sa nachádza začiatok lúča (hranica 1 – 2), môžeme počiatočnú intenzitu (intenzitu v bode M) získať interpoláciou. Takto však môžeme riešiť prenos žiarenia pre jednotlivé body siete len cez jednu susediacu bunku. Na tom je založená metóda *krátkych charakteristík* (SC - Short Characteristics) (Kunasz a Auer 1988). Metóda SC je menej náročná na výpočtový čas ako metóda LC.



Obrázok 4.3: Schematické zobrazenie metódy dlhých a krátkych charakteristík.

Kapitola 5

Vlastné modelovanie

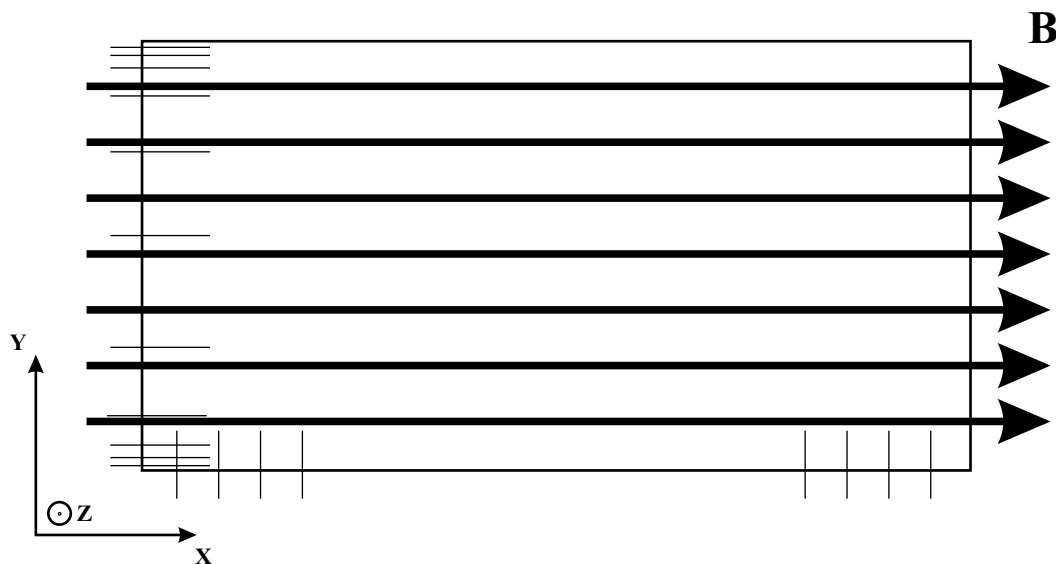
Jedným z hlavných cieľov modelovania prenosu žiarenia v kľudných protuberanciách je získanie syntetických profilov spektrálnych čiar. Vývoj numerických modelov protuberancií začal najjednoduchšími jednorozmernými modelmi Kippenhahn-Schlüterovho typu (Poland a Anzer 1971). Nasledoval *non-LTE* model pre viac hladín zahŕňajúci prenos žiarenia (Heasley a Mihalas 1976) a model obsahujúci PCTR (Anzer a Heinzel 1999). Tieto modely reprezentovali protuberanciu ako celok (jednorozmernú vrstvu) a ukazovali variáciu parametrov len v jednom rozmere, pozdĺž magnetického poľa. Heinzel a Anzer (2001) použili model Kippenhahn-Schlüterovho typu na opis jemnej štruktúry kľudných protuberancií. Ako ukázali Heinzel et al. (2001), existuje signifikantný rozdiel medzi profilmi spektrálnych čiar protuberancií s rovnakou jasnosťou v Lymanovom spektre, ale s rozdielnou orientáciou magnetického poľa (pozorovania pozdĺž, respektíve naprieč magnetickým poľom). V jednom prípade bola pozorovaná silná emisia bez akéhokoľvek samoabsorbčného efektu, v druhom prípade vykazovali všetky Lymanove čiary silnú reverzitu. Toto je možné vysvetliť iba pomocou dvojrozmerných modelov s PCTR (Heinzel a Anzer 2001). Tento model predstavuje protuberanciu ako vertikálne nekonečné vlákno v MHS rovnováhe, popísanej v časti 4.1, obklopené PCTR. Spomínaná práca a zdrojový kód programu na riešenie dvojrozmerného prenosu žiarenia sú základom pre numerické modelovanie obsiahnuté v tejto práci.

5.1 Technické detaily

Numerické modelovanie prenosu žiarenia je náročné na možnosti výpočtovej techniky. V našom prípade sme použili štvorprocesorový počítač **COMPAQ ProLiant 570** so 6 GB operačnej pamäte umiestnený na slnečnom oddelení Astronomického ústavu Akadémie vied Českej republiky, Ondřejov. Priemerný čas potrebný na "beh" programu pre jeden model bol asi 180 - 240 minút, v závislosti na zvolenej presnosti a pod. Výhodou počítača **COMPAQ ProLiant 570** je možnosť spustenia viacerých programov paralelne na viacero procesorov. Kvôli veľkým dátovým poliam program využíva približne 1 GB operačnej pamäte. Spracovávanie získaných dát obnášalo organizáciu veľkých dátových súborov a programovanie v jazyku **IDL**[®] (©Research Systems, Inc.). V tomto programovacom jazyku určenom najmä na grafické spracovávanie dát bolo potrebné napísať väčšie množstvo programov určených na získanie grafických výstupov.

5.2 Dvojrozmerný model priehlbné magnetického poľa

Podstatou numerického modelovania protuberancií je získanie priestorovej variácie fyzikálnych parametrov (napr.: hustoty, teploty atď.). Na opis dvojrozmernej štruktúry nekonečného vlákna zaveseného v priehlbní magnetického poľa sme zvolili horizontálnu geometrickú sieť karteziánskych súradníc x a y . z -ová súradnica je vertikálna a má nekonečný rozmer. Magnetické pole má tvar $\mathbf{B} = (B_x(y), B_y = 0, B_z(x, y))$, kde hodnota intenzity magnetického poľa $B_y = 0$ kvôli zjednodušeniu. Z tvaru magnetického poľa vyplýva, že os x je orientovaná pozdĺž a os y naprieč siločiarom magnetického poľa (obrázok 5.1). y -ový rozmer štruktúry bol zadaný a má fixnú hodnotu 1000 km, hodnota x -ového rozmeru vyplýva z riešenia MHS rovníc (časť 4.1) pre daný model. Súradnicová sieť má 83×83 bodov. V x -ovom smere sú body rozmiestnené ekvidistantne, pozdĺž y je použitá logaritmická mierka z dôvodu, ktorý uvedieme neskôr.



Obrázok 5.1: Súradnicová sieť. Úsečkami je znázornené ekvidistantné a logaritmické delenie osí.

Na riešenie MHS rovníc je potrebné zadať súbor vstupných parametrov. Tlak na okraji vlákna (koronálny tlak) p_0 z (4.2) je zvolený na hodnotu $0,03 \text{ dyn cm}^{-2}$. Celková stĺpcová hmota $M(y)$ je daná empirickým vzťahom

$$\begin{aligned} M(y) &= M_0 \left(1 - \left|\frac{y}{\delta}\right|^{\gamma_3}\right), & \text{pre } |y| \leq \delta \\ M(y) &= 0, & \text{pre } |y| > \delta, \end{aligned} \quad (5.1)$$

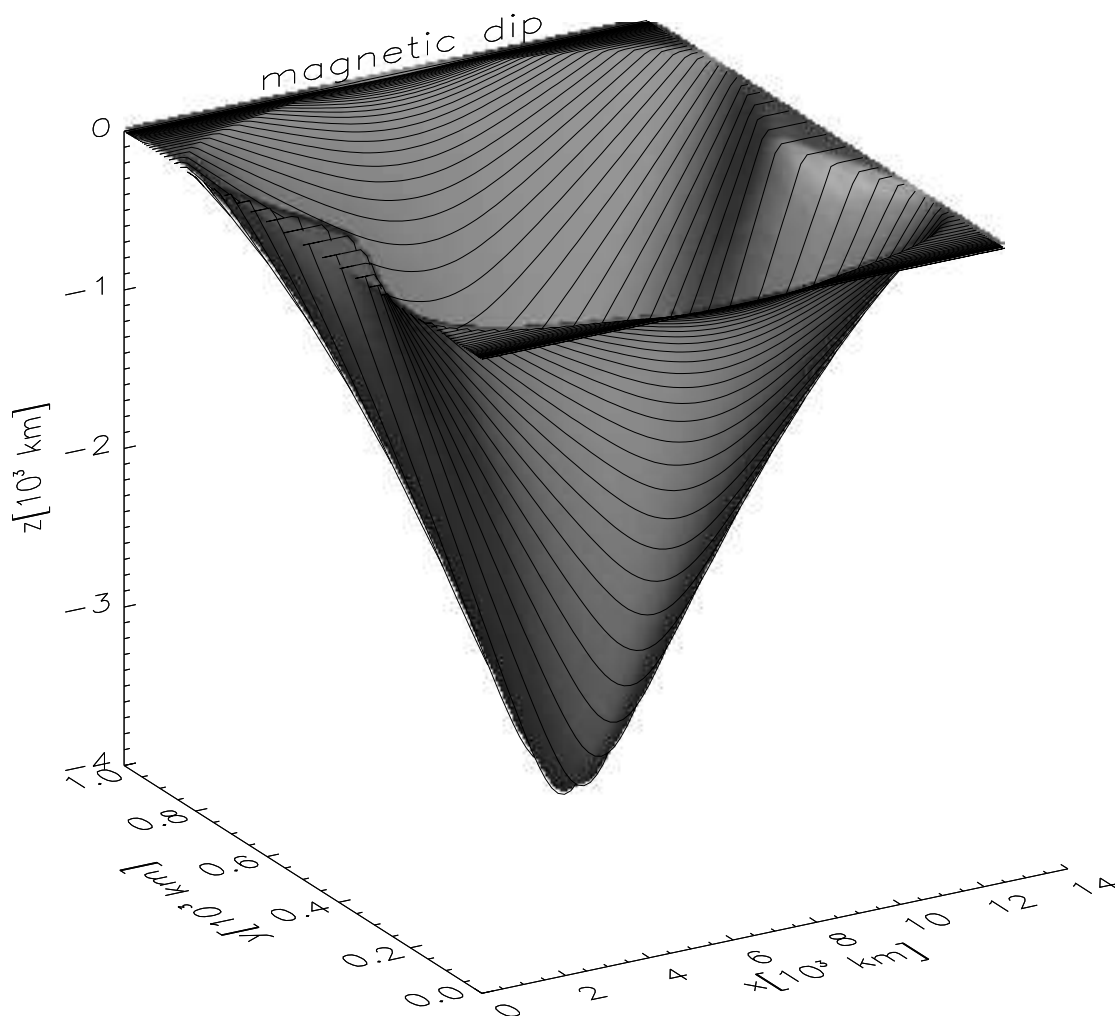
kde M_0 je maximálna stĺpcová hmota v strede vlákna¹, zadaná ako $M_0 = 10^{-4} \text{ g cm}^{-2}$ a γ_3 je parameter s hodnotou 2. 2δ je zadaná šírka vlákna protuberancie, v našom prípade $2\delta = 1000 \text{ km}$. Keď máme takto danú stĺpcovú hmotu, môžeme ako vstupný parameter zadať hodnotu intenzity magnetického poľa v strede vlákna $B_x(0)$ namiesto

¹Hodnota parametra M_0 prislúcha vybranému modelu zo siete modelov.

intenzity medzi vláknami B_{x0} . Prechod medzi B_{x0} a $B_x(0)$ je daný rovnicami (4.4) a (4.6). $B_x(0)$ sme ako parameter zvolili z dôvodu, že to je pre kľudné protuberancie viacmenej známa, merateľná veličina (Bommier et al. 1994). Teraz už môžeme zobrazit povrch priehlbné magnetického poľa (obrázok 5.2), vypočítaný integráciou rovnice

$$\frac{dx}{dz} = \frac{B_x}{B_z} \quad (5.2)$$

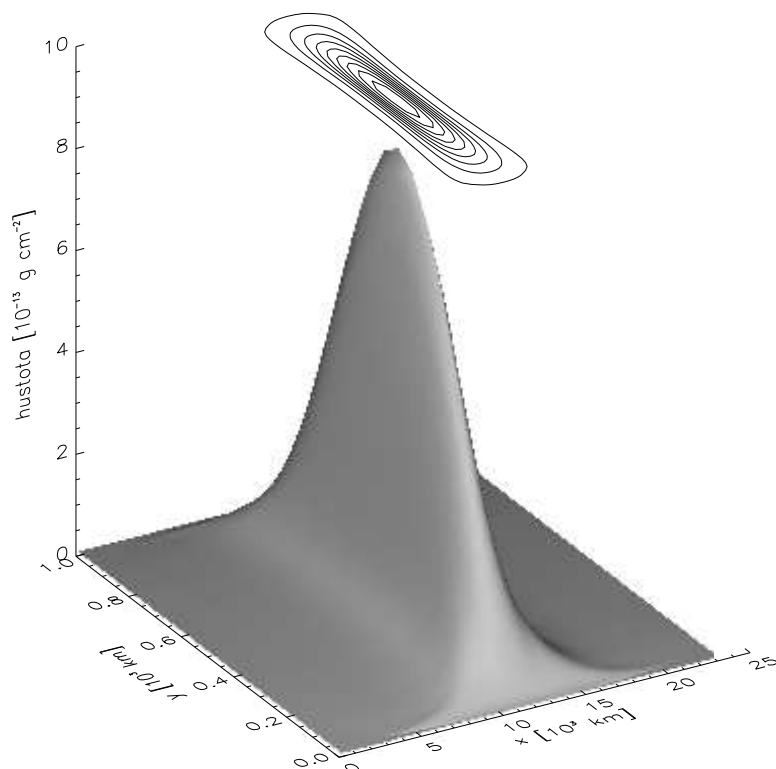
s podmienkou, že pre výšku z_0 (výška pre $p = p_0$) je rovnaká pre všetky siločiarly.



Obrázok 5.2: Povrch priehlbné magnetického poľa.

Štruktúru hustoty plazmy ρ (obrázok 5.3) dostaneme z rovnice (4.13) s parametrami $\gamma = 5/3$, $\alpha = 0, 1$, $\epsilon = 0, 5$ a s jednoduchým odhadom pre stupeň ionizácie i v závislosti na teplote T

$$i = 1 - (1 - i_c) \left(\frac{T_{tr} - T}{T_{tr} - T_{cen}} \right)^2. \quad (5.3)$$



Obrázok 5.3: Štruktúra hustoty.

Stupeň ionizácie v strede štruktúry, $i_c = 0,3$. Teplotná štruktúra je daná empirickým vzťahom

$$T(m, y) = T_{\text{cen}}(y) + [T_{\text{tr}} - T_{\text{cen}}(y)] \left\{ 1 - 4 \frac{m}{M(y)} \left[1 - \frac{m}{M(y)} \right] \right\}^{\gamma_1}, \quad (5.4)$$

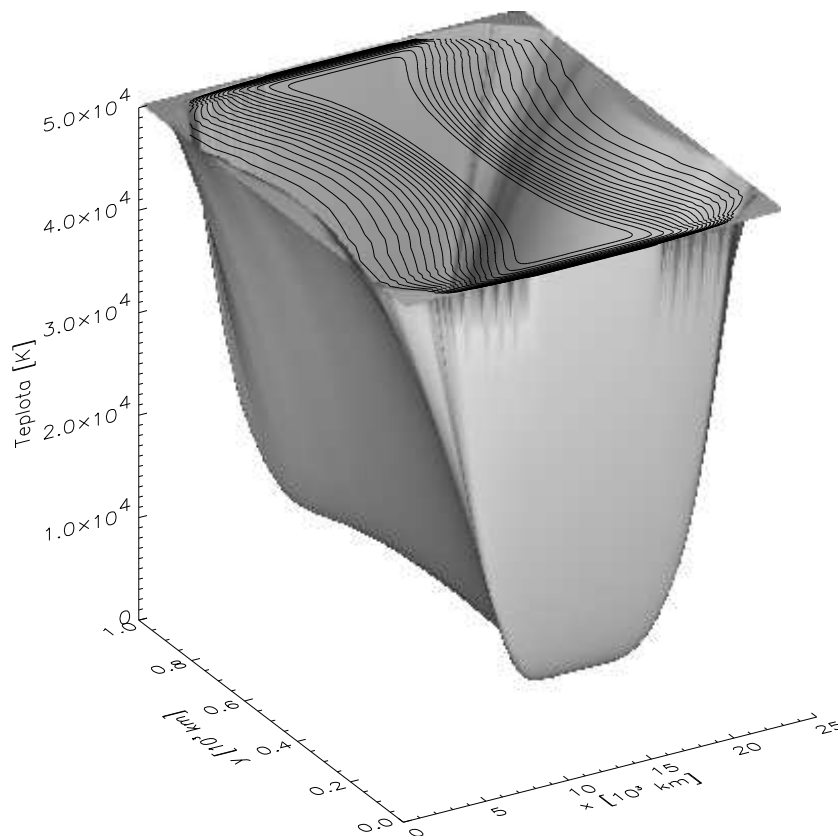
kde T_{tr} predstavuje konštantnú teplotu na okraji a γ_1 je zvolený parameter, v tomto prípade $\gamma_1 = 5$. Centrálna teplota $T_{\text{cen}}(y)$ je daná ako

$$\begin{aligned} T_{\text{cen}}(y) &= T_{\text{tr}} - (T_{\text{tr}} - T_0) \left(1 - \left| \frac{y}{\delta} \right|^{\gamma_2} \right), & \text{pre } |y| \leq \delta \\ T_{\text{cen}}(y) &= T_{\text{tr}}, & \text{pre } |y| > \delta. \end{aligned} \quad (5.5)$$

T_0 je centrálna teplota reprezentujúca teplotné minimum štruktúry a γ_2 je opäť zvolený parameter, $\gamma_2 = 60$. Teplota na okraji $T_{\text{tr}} = 50\,000$ K a centrálna teplota $T_0 = 8\,000$ K. Parametre γ_1, γ_2 prislúchajú vybranému modelu zo siete modelov.

Empirické vzťahy (5.4) a (5.5) popisujú štruktúru teploty v PCTR. Táto oblasť sa vyznačuje prudkým nárastom teploty medzi chladnou centrálnou časťou protuberancie a korónou naprieč siločiarom magnetického poľa a miernejším nárastom teploty pozdĺž siločiar. Prudký nárast teploty naprieč siločiarom magnetického poľa je spôsobený nízkou tepelnou vodivosťou plazmy naprieč magnetickým poľom a je daný parametrom γ_2 . Aby bolo možné opísať oblasť prudkého nárastu teploty, je potrebné v danej časti

súradnicovej siete mať dostatočný počet bodov. To je zabezpečené logaritmickou mierkou použitou pre súradnicu y . Priestorový priebeh teploty je na obrázku (obrázok 5.4).



Obrázok 5.4: Štruktúra teploty.

5.3 Dvojmerný viac-hladinový prenos žiarenia

Vlákno protuberancie zavesené v priehlbni magnetického poľa, popísanej v predchádzajúcej časti, je ožiarené dopadajúcim žiarením zo slnečnej fotosféry a chromosféry. Numerické riešenie prenosu žiarenia v štruktúre je založené na ALI metóde (časť 3.6.3) s použitím SC (časť 4.2.1) na získanie formálneho riešenia podĺž jednotlivých lúčov. Na riešenie ESE je použitý vzťah (3.91).

Prenos žiarenia sa rieši v každom bode súradnicovej siete a pre každú frekvenciu osobitne. Uhlová variácia poľa žiarenia je popísaná šiestimi lúčmi na oktant.

5.3.1 Nové dopadajúce žiarenie

Dopadajúce žiarenie je jedným zo základných vstupných parametrov, a preto bolo potrebné do modelu zahrnúť najnovšie namerané profily spektrálnych čiar. Pôvodné profily dopadajúceho žiarenia, zahrnuté v programe, boli z družíc OSO 6, respektíve

OSO 8 (Orbiting Solar Observatory). V záujme spresnenia sme nahradili profily spektrálnych čiar Lymanovej série dátami, nameranými na SOHO pomocou spektrografu SUMER, pochádzajúcimi z práce Warren et al. (1998). Táto práca obsahuje merania s vysokým stupňom rozlíšenia pre spektrálne čiaru $L\beta(2)$ až $L\lambda(11)$ a Lymanovské kontinuum. Presný profil čiar $L\alpha$ je na SOHO ťažké získať kvôli problému s filtrom a preto sme použili pôvodný profil z OSO-8. Pôvodné profily sú použité aj pre čiaru vyšších vodíkových sérií.

Práca Warren et al. (1998) obsahuje tri druhy profilov: pre *kľudné Slnko*, *okraj Slnka - límb* a *stredovaný profil cez celý slnečný disk*. Pre naše účely sme použili profily pre kľudné Slnko.

Nové profily sú nesymetrické a dáta majú formát odlišný od formátu používaného v programe, čo viedlo k potrebe úpravy a symetrizácie.

Dáta pôvodného dopadajúceho žiarenia obsahuje súbor **RADINC12.DAT**². Obsahuje však len polovicu profilu, čo je dôvodom na symetrizáciu nových dát. Pre každú spektrálnu čiaru je uvedená vlnová dĺžka centra čiar v Å a maximálna intenzita v čiare v $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$. Profil je daný závislosťou percentuálneho podielu maximálnej intenzity na $\Delta\lambda$ v Å. Súbor **WARREN_F.DAT** obsahuje celý profil nového dopadajúceho žiarenia daný závislosťou intenzity v $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{Å}^{-1}$ na vlnovej dĺžke v Å. Prevodový vzťah medzi intenzitou závislou na vlnovej dĺžke a intenzitou závislou na frekvencii je daný rovnicou

$$I_\lambda d\lambda = I_\nu d\nu \quad (5.6)$$

a má tvar

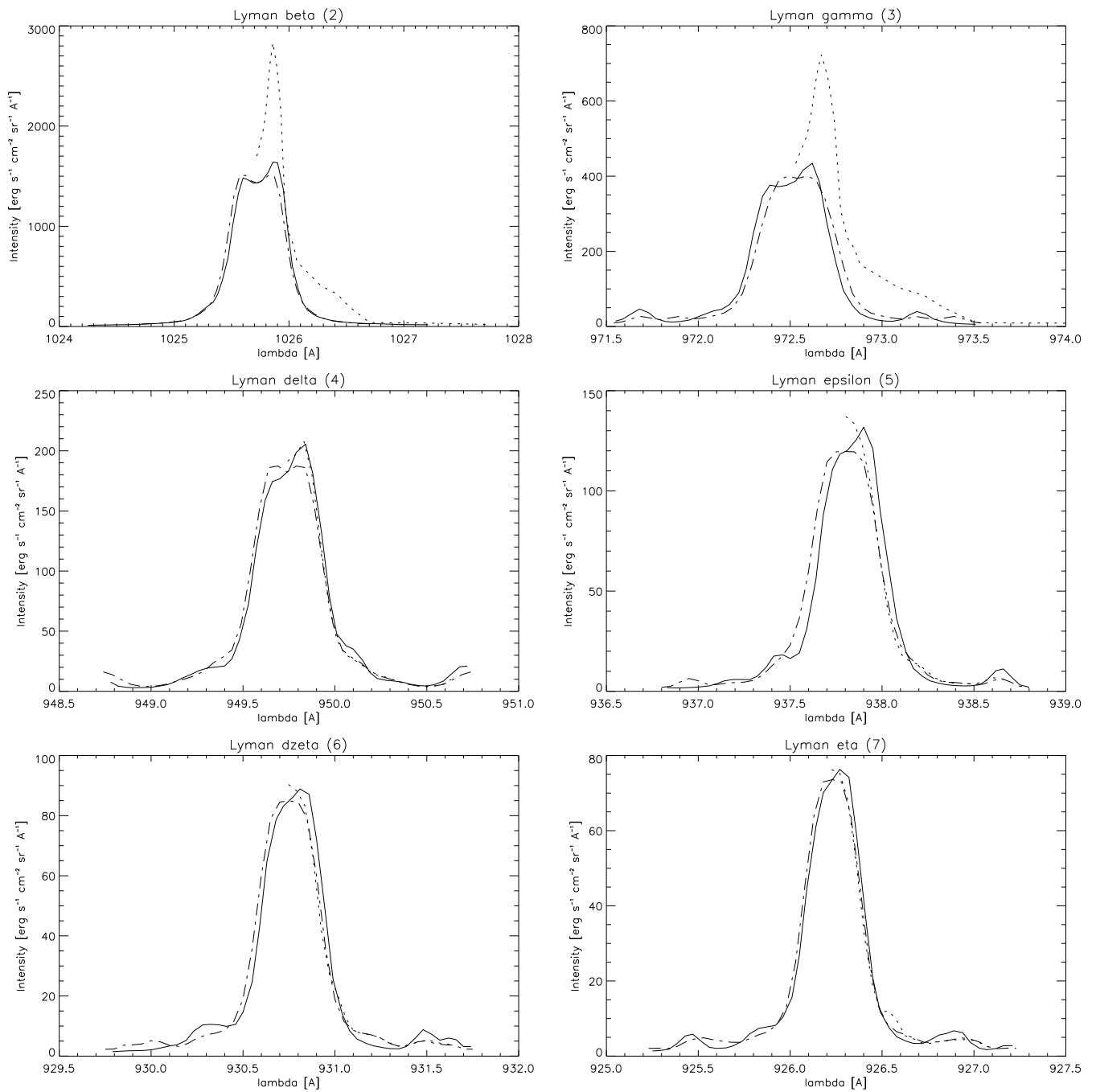
$$I_\nu = I_\lambda \frac{c}{\nu^2} . \quad (5.7)$$

Po symetrizácii a zmene formátu dát (pomocou **CHANGE.PRO**) na formát používaný v programe sú dáta uložené v súbore **RI12NEW.DAT**. Graficky je porovnanie medzi novým a pôvodným dopadajúcim žiarením znázornené na grafoch 5.5 a 5.6 pomocou **PALL.PRO**. Znázornených je desať čiar Lymanovej série, $L\beta$ až $L\lambda$. Čiarkovanou čiarou je zobrazený profil pôvodného dopadajúceho žiarenia, plnou profil nového dopadajúceho žiarenia z Warren et al. (1998) a bodkočiarkovanou symetrizovaný profil nového dopadajúceho žiarenia.

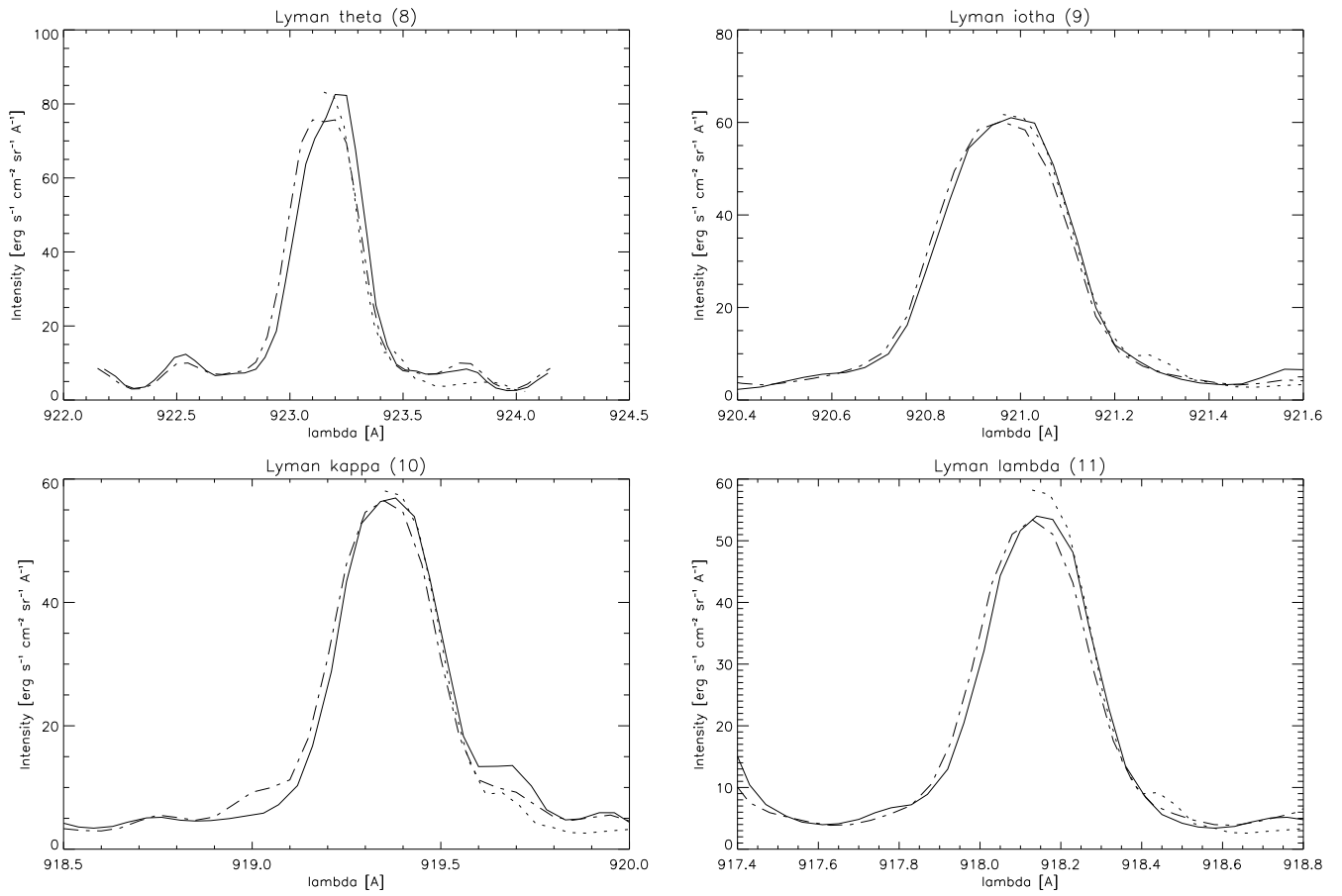
5.3.2 Nové zrážkové koeficienty.

Hodnoty zrážkových koeficientov, vystupujúcich v ESE, majú vplyv na tvar syntetických profilov spektrálnych čiar v protuberancii. V pôvodnom programe sa na výpočet zrážkových koeficientov využívala procedúra z práce Mihalas et al. (1975) zahrnutá v podprograme **COLRAH**. Z dôvodu spresnenia bola nahradená novšou procedúrou z práce Gouttebroze et al. (1993). Pôvodná procedúra (Mihalas et al. 1975) zostala súčasťou kódu programu ako podprogram **COL**.

²Všetky uvedené súbory je možné nájsť v CD-prílohe.



Obrázok 5.5: Porovnanie pôvodného dopadajúceho žiarenia (čiarkovaný profil), nového dopadajúceho žiarenia z Warren et al. (1998) (plný profil) a symmetrizovaného profilu nového dopadajúceho žiarenia (bodkočiarkový profil).



Obrázok 5.6: Porovnanie pôvodného dopadajúceho žiarenia (čiarkovaný profil), nového dopadajúceho žiarenia z Warren et al. (1998) (plný profil) a symetrizovaného profilu nového dopadajúceho žiarenia (bodkočiarkový profil).

Kapitola 6

Výsledná sieť modelov

Tvar syntetických profilov, získaných modelovaním prenosu žiarenia, je závislý na vstupných parametroch popisujúcich MHS rovnováhu a na dopadajúcom žiarení ako okrajovej podmienke pre rovnice prenosu žiarenia. Aby bolo možné zistiť vplyv zmeny konkrétneho parametra na tvar štruktúry a profilov spektrálnych čiar, je potrebné mať sieť modelov.

Táto práca je zameraná na zistenie závislosti profilov spektrálnych čiar na hustote plazmy, intenzite magnetického poľa a na tvare teplotnej štruktúry PCTR. Štruktúra hustoty je daná parametrom M_0 (maximálna stĺpcová hmota) a tvar magnetického poľa udáva $B_x(0)$ (intenzita magnetického poľa v strede vlákna). Teplotná štruktúra je daná parametrami γ_1, γ_2 . Ostatné vstupné parametre opísané v časti 5.2 zostávajú konštantné pre celú sieť modelov, t.j.:

$$p_0 = 0,03 \text{ dyn cm}^{-2} ; \quad 2\delta = 1000 \text{ km} ; \quad \gamma = 5/3 ; \quad \epsilon = 0,5 ; \quad i_c = 0,3 ; \quad \alpha = 0,1 ; \\ \gamma_3 = 2 ; \quad T_{tr} = 50\,000 \text{ K} ; \quad T_0 = 8\,000 \text{ K}$$

Naša sieť modelov obsahuje 18 modelov v troch sériách po šiestich modeloch. Série majú označenie **A**, **B** a **C** a odlišujú sa v zadaní parametrov γ_1, γ_2 . Jedna séria obsahuje modely s rôznou variáciou M_0 a $B_x(0)$ s označením **A**₁, **A**₂, **A**₃, **A**_{3_1}, **A**₄, **A**_{4_1}. Modely s označením **3** a **3_1**, respektíve **4** a **4_1** sa odlišujú iba parametrom $B_x(0)$. Kompletný zoznam modelov siete obsahujú tabuľky 6.1, 6.2 a 6.3.

Označenie modelu	γ_1	γ_2	M_0 [g cm ⁻²]	$B_x(0)$ [Gauss]
A_1	5	30	$2 \cdot 10^{-4}$	8,37
A_2	5	30	$5 \cdot 10^{-5}$	3,924
A_3	5	30	$2 \cdot 10^{-5}$	2
A_{3_1}	5	30	$2 \cdot 10^{-5}$	10
A_4	5	30	$5 \cdot 10^{-6}$	1
A_{4_1}	5	30	$5 \cdot 10^{-6}$	5

Tabuľka 6.1: Séria **A**

Označenie modelu	γ_1	γ_2	M_0 [g cm ⁻²]	$B_x(0)$ [Gauss]
B_1	10	60	$2 \cdot 10^{-4}$	8,37
B_2	10	60	$5 \cdot 10^{-5}$	3,924
B_3	10	60	$2 \cdot 10^{-5}$	2
B_{3_1}	10	60	$2 \cdot 10^{-5}$	10
B_4	10	60	$5 \cdot 10^{-6}$	1
B_{4_1}	10	60	$5 \cdot 10^{-6}$	5

Tabuľka 6.2: Séria **B**

Označenie modelu	γ_1	γ_2	M_0 [g cm ⁻²]	$B_x(0)$ [Gauss]
C_1	10	30	$2 \cdot 10^{-4}$	8,37
C_2	10	30	$5 \cdot 10^{-5}$	3,924
C_3	10	30	$2 \cdot 10^{-5}$	2
C_{3_1}	10	30	$2 \cdot 10^{-5}$	10
C_4	10	30	$5 \cdot 10^{-6}$	1
C_{4_1}	10	30	$5 \cdot 10^{-6}$	5

Tabuľka 6.3: Séria C

6.1 Päťhladinové modely

Numericky sa prenos žiarenia rieši osobitne pre každú spektrálnu čiaru a Lymanove kontinuum. Pôvodný program (Heinzl a Anzer 2001) riešil prenos žiarenia pre päťhladinový atóm vodíka, t.j. Lymanova séria obsahuje čiary $L\alpha$ až $L\delta(4)$ a kontinuum. Detailne sa prenos žiarenia (časť 5.3) rieši pre všetky spektrálne čiary, ktoré obsahuje päťhladinový model (celkovo desať čiarových prechodov) a pre Lymanove kontinuum. Zvyšné kontinua sú opticky tenké a im zodpovedajúce pole žiarenia v protuberancii je dané dopadajúcim žiarením opraveným o faktor 1/2. PRD (časť 3.4) je použitá iba pre silné rezonančné čiary $L\alpha$ a $L\beta$, ostatné čiary sú menej senzitivné na PRD a je pre ne použitá CRD.

Po vyriešení prenosu žiarenia získame hodnotu intenzity v každom bode súradnicovej siete (časť 5.2). Pri grafickom znázornení využijeme symetričnosť profilu spektrálnych čiar pozdĺž osi prechádzajúcej centrálnou vlnovou dĺžkou a budeme znázorňovať vždy iba polovicu profilu. Pri grafickom zobrazovaní priestorovej variácie intenzity je potrebné si uvedomiť smer pozorovania. Význačné sú smery pozdĺž osi x a pozdĺž osi y , t.j. naprieč a pozdĺž siločiar magnetického poľa¹. Iba na ilustráciu uvedieme grafy ukazujúce úplný tvar intenzity pozdĺž celej dĺžky štruktúry protuberancie pre danú spektrálnu čiaru a pozdĺž osi x , respektíve y . Grafy (grafická príloha A.2 až A.5) postupne ukazujú variáciu intenzity pre čiary $L\alpha$ a $L\beta$. Už tu je zjavný rozdiel medzi profilmi pozorovanými v pozdĺž, respektíve naprieč siločiar magnetického poľa, daný dvojrozmerným prenosom žiarenia a podrobne diskutovaný neskôr. Pre praktické účely je tento spôsob nevhodný, pretože pri reálnom pozorovaní je možné získať iba integrované spektrum cez určitú oblasť danú rozlišovacími schopnosťami prístroja. Na SOHO je pomocou SUMER možné získať integrované spektra približne cez 1000 km, čo je dôvodom

¹Pozorovanie pozdĺž osi x , respektíve y znamená, že zorný lúč je kolmý na os x , respektíve y

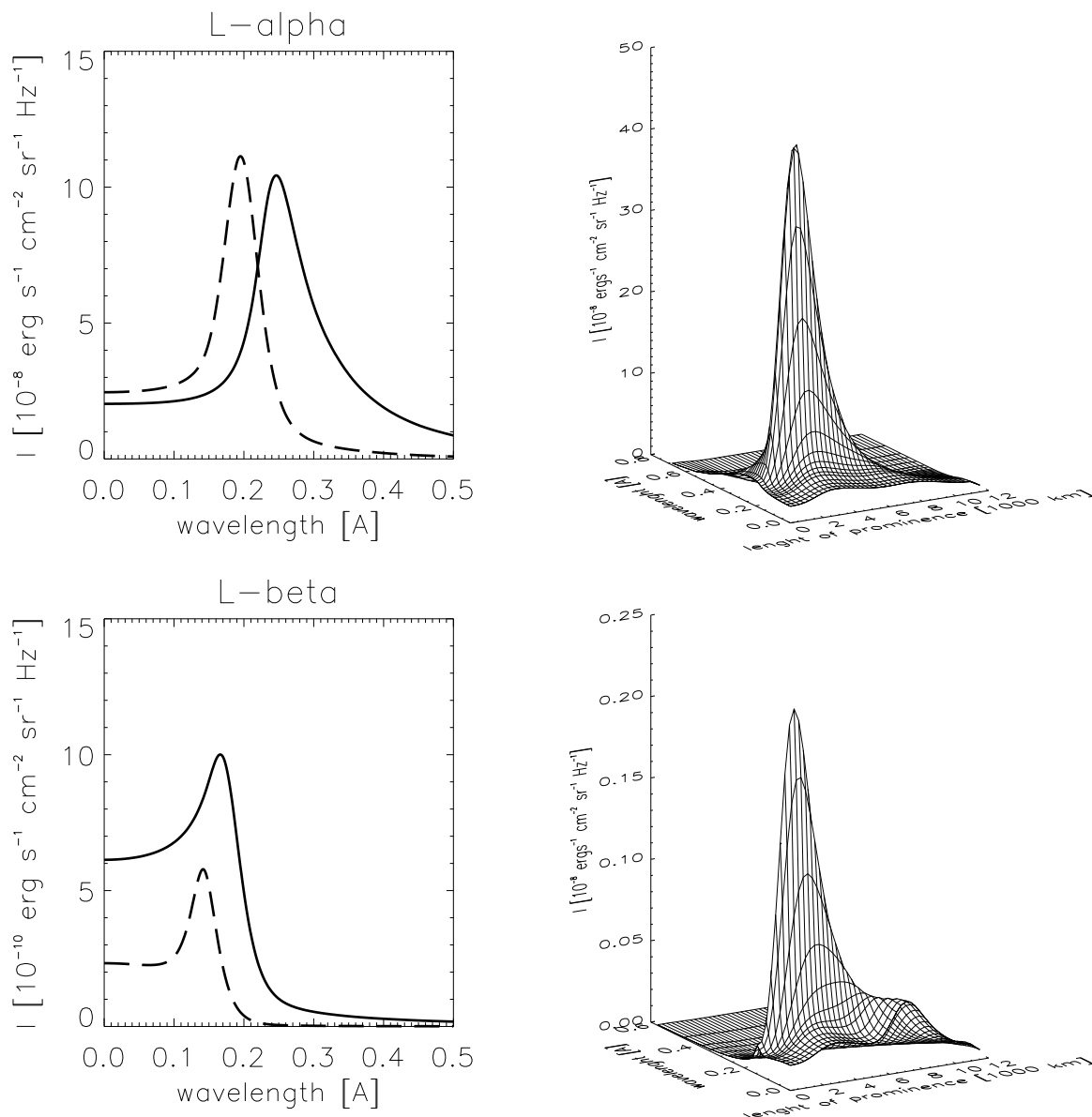
voľby celkového y -ového rozmeru (2δ) na túto hodnotu.

Štruktúra protuberancie má v smere osi x väčšiu dĺžku ako 1000 km a preto je potrebný iný spôsob zobrazovania. Pre každý bod súradnicovej siete pozdĺž x je realizované stredovanie intenzity okolo daného bodu približne cez 1000 km, čiže v každom bode získame profil zodpovedajúci situácii, ak by sme pozorovali protuberanciu práve v tomto bode. Graf 6.1 obsahuje pre každú spektrálnu čiaru dva spôsoby zobrazenia. Na pravej strane je zobrazená priestorová variácia intenzity pozdĺž osi x , kde každý profil je profil stredovaný cez svoje okolie 1000 km. Na ľavej strane je plnou čiarou zobrazený profil stredovaný cez y -ový rozmer (čiarkovaný profil z predchádzajúcich grafov) a čiarkovanou čiarou profil vystredovaný cez celý x -ový rozmer protuberancie. Tento spôsob zobrazenia je najlepší na zistenie závislosti profilov na jednotlivých parametroch. Všetky grafy zaradené v tejto časti slúžia na ilustráciu možností zobrazovania a zodpovedajú modelu A_1 .

6.1.1 Porovnanie nových a pôvodných zrážkových koeficientov

Vplyv zmeny procedúry použitej na výpočet zrážkových koeficientov demonštrujeme na modely A_1 pre päťhladinový atóm.

Profily získané s použitím pôvodnej procedúry (Mihalas et al. 1975) (grafická príloha, A.6 až A.8) majú kvalitatívne rovnaký tvar ako profily získané s použitím presnejšej procedúry Gouttebroze et al. (1993) (grafická príloha A.9 až A.11). Pôvodnú procedúru však nieje možné použiť na výpočet zrážkových koeficientov pre dvanásť energetických hladín.



Obrázok 6.1: Ilustrácia možností zobrazovania: na pravej strane je zobrazená priestorová variácia intenzity v smere x , kde každý profil je profil stredovaný cez svoje okolie 1000 km, na ľavej strane je plnou čiarou zobrazený profil stredovaný cez y -ový rozmer a čiarkovanou čiarou profil vystredovaný cez celý x -ový rozmer protuberancie.

6.2 Dvanásťhladinové modely

Aby bolo možné získať syntetické profily vyšších čiar Lymanovej série, bolo nutné prepracovať pôvodný program (Heinzel a Anzer 2001) na verziu pre dvanásťhladinový model atómu (príslušné netriviálne úpravy zrealizoval RNDr. Petr Heinzel DrSc.). V tom prípade obsahuje Lymanova séria čiary $L\alpha$ až $L\lambda(11)$ a kontinuum. Zovšeobecnenie modelu na dvanásťhladin je podmienené možnosťou pozorovania vyšších Lymanových čiar na SOHO a samozrejme zvýšením presnosti, keďže profily čiar sú závislé na populácii jednotlivých hladín (ESE) a tá je odlišná pri použití päť, respektíve dvanásťhladinového atómu.

Pri výpočte dvanásťhladinového modelu využijeme informácie o tvare súradnicovej siete, štruktúre teploty a hustoty a o hodnotách populácie hladín z dát získaných pomocou päťhladinového programu pre daný model. Preto sa v kóde dvanásťhladinového modelu načíta súbor **DIP.DAT**, obsahujúci informácie o štruktúre teploty a hustoty a súbor **POPMALI.DAT**, obsahujúci populácie jednotlivých hladín a elektrónovú hustotu v jednotlivých bodoch siete pre päťhladinový model. Po vyriešení prenosu žiarenia (detailne sa rieši Lymanova séria a všetky čiary riešené v päťhladinovom modeli) sa pomocou ESE vypočítajú populácie hladín dvanásťhladinového modelu.

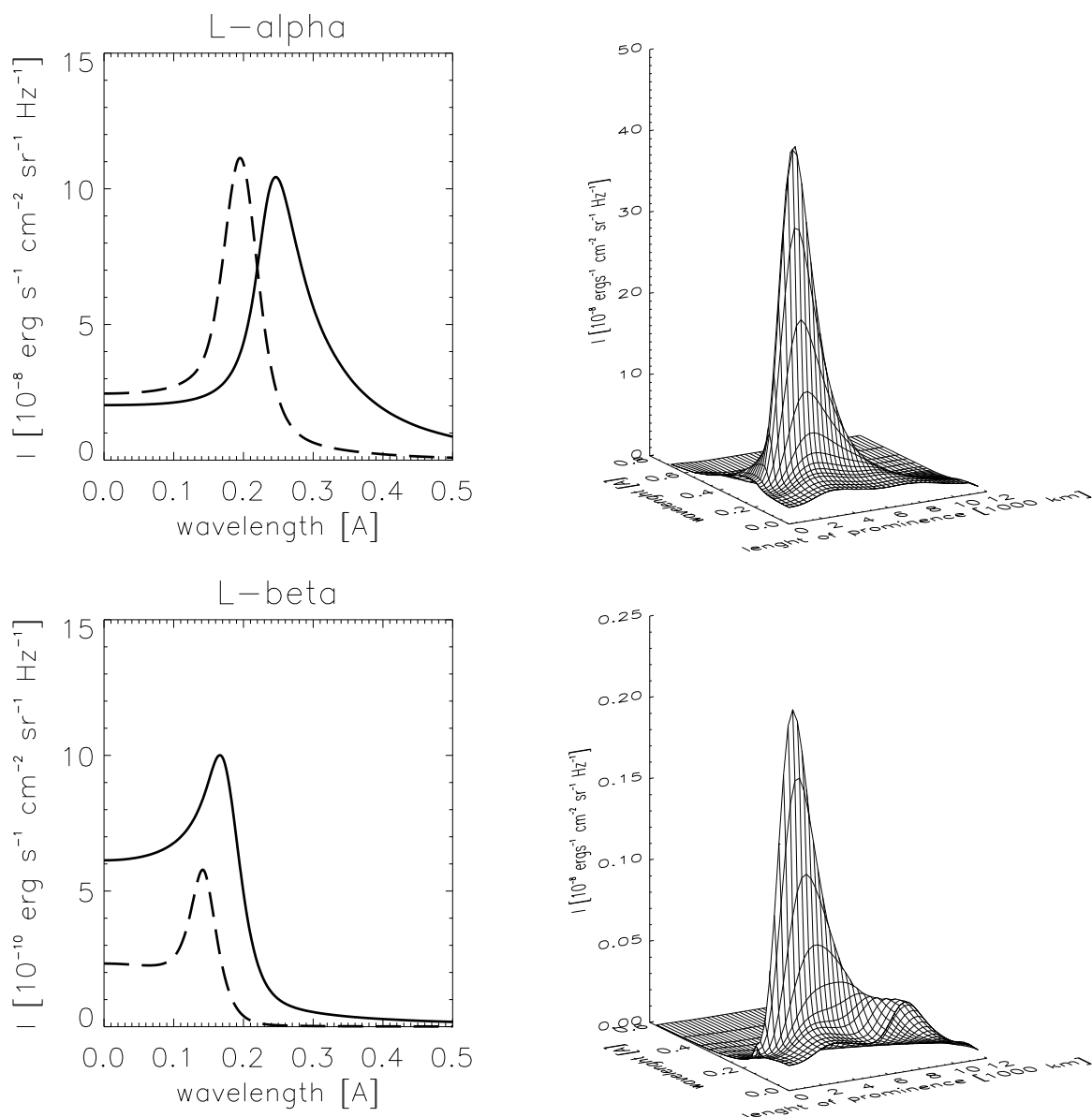
6.2.1 Porovnanie nového a pôvodného dopadajúceho žiarenia

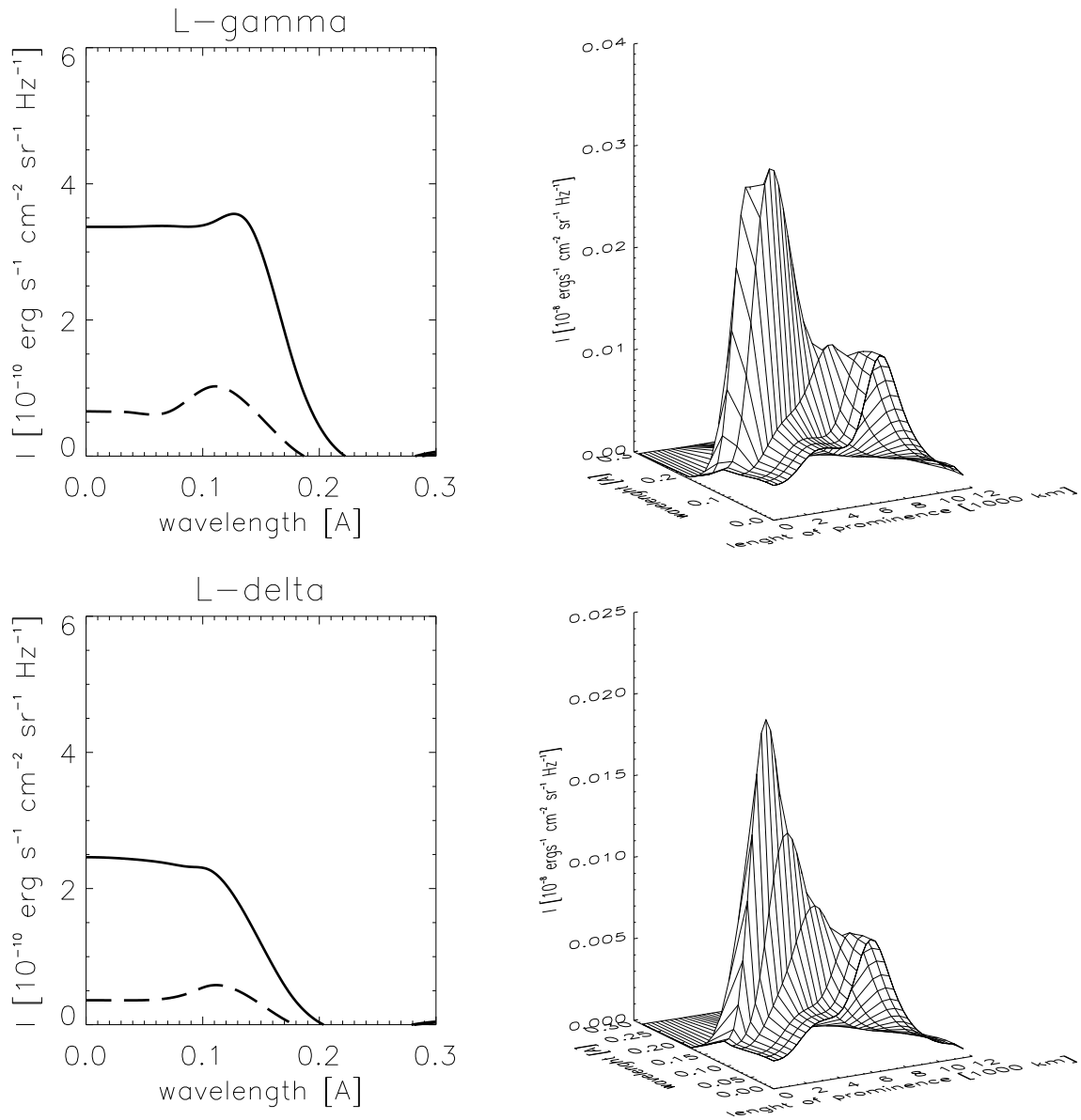
Dopadajúce žiarenie je okrajovou podmienkou rovníc prenosu žiarenia. Zmena intenzity dopadajúceho žiarenia, ktorá je pre čiary $L\beta$ a $L\gamma$ až 80 % (časť 5.3.1), však má na výsledné profily spektrálnych čiar výstupného žiarenia minimálny vplyv. Rozdiel medzi profilmi pre model A_1 s pôvodným dopadajúcim žiarením (grafická príloha A.12 až A.14) a identickým modelom s použitím nového dopadajúceho žiarenia (grafická príloha A.9 až A.11) je zanedbateľný. Pre oba modely sú zobrazené všetky čiary Lymanovej série $L\alpha$ až $L\lambda$ a čiara $H\alpha$.

6.2.2 Porovnanie päť a dvanásťhladinového modelu

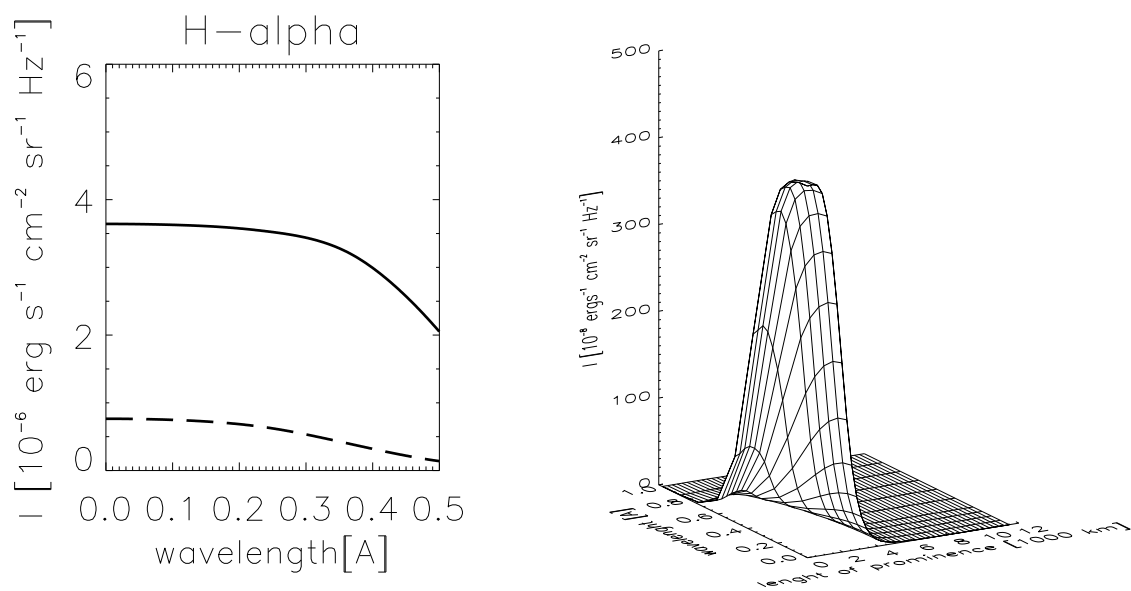
Zahrnutie dvanástich energetických hladín výrazným spôsobom zmení populáciu najmä vyšších hladín, a tým aj tvar profilov spektrálnych čiar. Pri porovnaní čiar $L\alpha$ až $L\delta$ a $H\alpha$ získaných päťhladinovým programom (grafy 6.2 až 6.4) s totožnými čiarami pre dvanásť hladín (grafy 6.5 až 6.7) zistíme mierny nárast (do 10%) peakovej intenzity pre čiary $L\alpha$ a $L\beta$ a podstatnejší (až 30%) rozdiel intenzít v čiarach $L\gamma$ a $L\delta$, aj v centre čiar. Celkový tvar profilov čiar Lymanovej série však zostáva zachovaný. Profil čiary $H\alpha$ je tiež prakticky nezmenený. Rozdiely intenzít sú dané rozdielnym pomerom populácií jednotlivých hladín, čo má vplyv na zdrojovú funkciu (3.23).

Toto porovnanie bolo zrealizované pre model A_1 . S využitím CD-prílohy je možné podobné porovnanie uskutočniť pre ktorýkoľvek model siete.

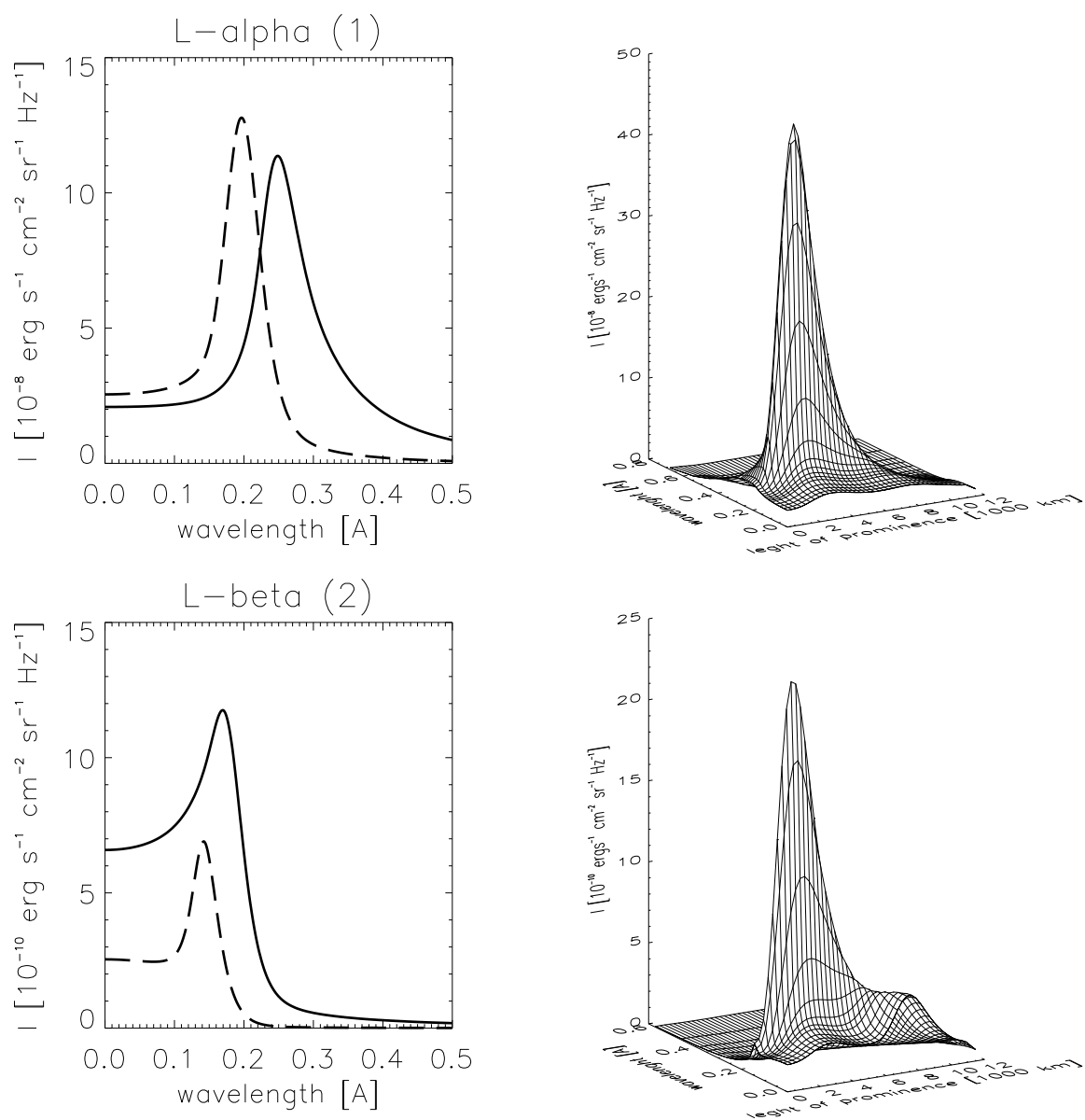
Obrázok 6.2: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre päťhladinový model.



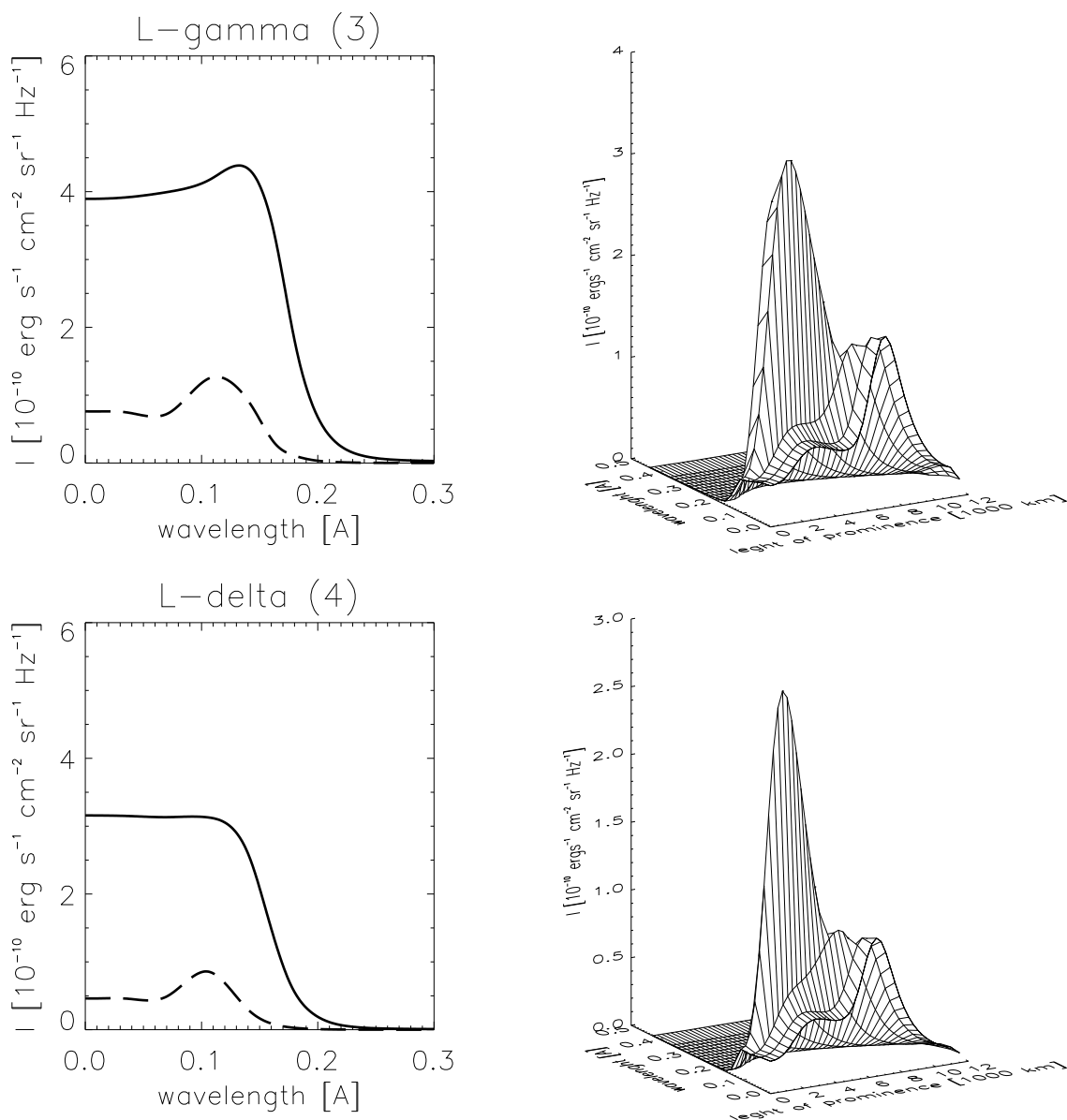
Obrázok 6.3: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre päťhladinový model.



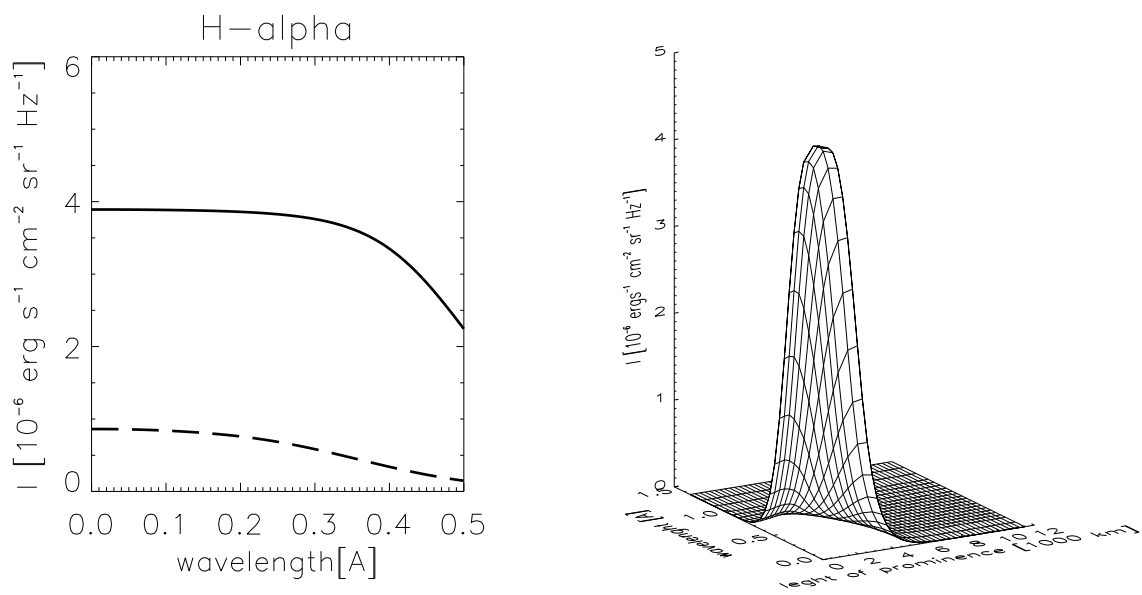
Obrázok 6.4: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre päťhladinový model.



Obrázok 6.5: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásťhladinový model.



Obrázok 6.6: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásťhladinový model.



Obrázok 6.7: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásťhladinový model.

6.3 Kontribučná funkcia

Pomocou *kontribučnej* (prírastkovej) *funkcie intenzity* je možné zistiť jej hĺbku formovania. Kontribučná funkcia intenzity C_I je definovaná ako

$$I_{\nu\mu}(0) = \int C_I(x) dx , \quad (6.1)$$

kde x je všeobecná hĺbková škála. Z formálneho riešenia (3.38) vyplýva vzťah

$$C_I(\tau_\nu) = \frac{1}{\mu} S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu/\mu} . \quad (6.2)$$

Ako hĺbkovú škálu sme použili optickú hĺbku τ_ν . Transformácia medzi τ_ν a ľubovoľnou hĺbkovou škálou x je daná ako

$$C_I(x) dx = C_I(\tau_\nu) d\tau_\nu . \quad (6.3)$$

Potom má kontribučná funkcia tvar

$$C_I(x) = \frac{1}{\mu} S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu/\mu} \chi_\nu \quad (6.4)$$

a s použitím definície zdrojovej funkcie (3.12) dostaneme

$$C_I(x) = \frac{1}{\mu} \eta_\nu e^{-\tau_\nu/\mu} . \quad (6.5)$$

Optická hĺbka τ_ν je daná ako

$$\tau_\nu = \int_0^x \chi_\nu dx . \quad (6.6)$$

Prírastok k intenzite na povrchu z konkrétneho bodu súradnicovej siete je rozdielny v závislosti od pozorovacieho smeru. Preto bolo nutné vypočítať a zobrazit kontribučné funkcie samostatne pre smer x , respektíve y , vždy kolmo na druhú os ($\mu = 1$).

Numericky bola kontribučná funkcia spočítaná zo získaných hodnôt pre absorbný a emisný koeficient v každom bode siete. Tieto hodnoty sa v pôvodnom programe neukladali a bolo nutné upraviť kód programu. Hodnoty emisného, respektíve absorbného koeficientu v jednotlivých bodoch súradnicovej siete sú uložené v dátových súboroch **ETA.DAT**, respektíve **CHI.DAT**. Súradnicová sieť má opäť tvar s osou y naprieč a s osou x pozdĺž siločiar magnetického poľa v protuberancii. Optická hĺbka τ_ν sa pre konkrétny bod siete a smer pozorovania (x , respektíve y) získala numerickým integrovaním.

Graficky bolo možné zobrazit kontribučnú funkciu len pre konkrétnu hodnotu frekvencie a smer pozorovania, čiže pre danú frekvenciu zobrazujeme vždy dvojicu grafov, jeden (vrchný) pre smer pozorovania naprieč y a druhý (spodný) smer pozorovania naprieč x . Grafické zobrazenia kontribučných funkcií sa, z dôvodu veľkého rozsahu, nachádzajú CD-prílohe. Pre každý zvolený model sú zobrazované všetky čiary Lymanovej série a čiara $H\alpha$, a pre každú spektrálnu čiaru tri dvojice kontribučných funkcií pre vybrané frekvencie. Prvá dvojica grafov prislúcha centrálnej frekvencii danej spektrálnej čiary, nasledujúce dvojice frekvenciám v peaku, respektíve v krídle čiary. V každom grafe je

znázornená priestorová variácia prírastku k celkovej intenzite v závislosti na polohe v štruktúre protuberancie. Bielou farbou sú znázornené miesta s veľkou mierou prírastku k celkovej intenzite pre danú frekvenciu, čiernou miesta s minimálnym prírastkom. Kontúry nachádzajúce sa v každom grafe predstavujú izotermálne čiary teplotnej štruktúry daného modelu. Jednotlivé izotermálne čiary zodpovedajú hodnotám teploty odstupňovaným po 10 000 K. Teplotné minimum sa nachádza v centre štruktúry protuberancie a má hodnotu 8 000 K. Celkový tvar teplotnej štruktúry bol znázornený v časti 5.2 (obrázok 5.4) a je závislý na danom modeli.

6.4 Závislosť profilov na orientácii magnetického poľa

Riešenie prenosu žiarenia v dvoch rozmeroch dáva možnosť získať syntetické profily spektrálnych čiar v závislosti na smere pozorovania, čiže na orientácii siločiar magnetického poľa smerom k pozorovateľovi. Ako ukázali Heinzl et al. (2001), pri pozorovaní kľudných protuberancií s rovnakou jasnosťou v Lymanovej sérii je možné získať kvalitatívne odlišné profily jednotlivých spektrálnych čiar. Tento značný rozdiel je možné vysvetliť rozdielnou orientáciou siločiar magnetického poľa smerom k pozorovateľovi. Magnetickým poľom je určená PCTR a tým aj teplotná štruktúra v protuberancii vyznačujúca sa prudkým poklesom teploty naprieč siločiarom smerom k minimálnej teplote v centre, daným nízkou tepelnou vodivosťou plazmy naprieč magnetickým poľom. Pozdĺž magnetických siločiar je pokles teploty miernejší.

Pri pozorovaní naprieč siločiarom magnetického poľa profily spektrálnych čiar vykazujú výrazný samoabsorbčný efekt aj pre vyššie čiary Lymanovej série, pokým totožné čiary pri pozorovaní pozdĺž siločiar majú emisný profil. Tento efekt môžeme demonštrovať na modeli C_1 (grafická príloha, grafy B.13 až B.18). Zobrazené sú všetky čiary Lymanovej série dvanásťhladinového atómu . Na ľavej strane je opäť plnou čiarou zobrazený profil stredovaný cez y -ový rozmer (1000 km) a čiarkovanou čiarou profil stredovaný cez celú x -ovú dĺžku protuberancie.

Pre spektrálnu čiaru $L\gamma$ a všetky vyššie čiary Lymanovej série má profil stredovaný cez y emisný tvar a profily pozdĺž osi x (pozorovania naprieč siločiarom) samoabsorbčný tvar. Tento rozdiel je daný miestom formovania jednotlivých spektrálnych čiar (kontribučné funkcie pre model C_1 , CD-príloha).

Pri pozorovaní pozdĺž siločiar magnetického poľa (vrchné grafické zobrazenie kontribučných funkcií) je miesto vzniku centra a peaku spektrálnych čiar $L\gamma$ až $L\lambda$ približne zhodné. Malý pokles hodnoty intenzity v peaku oproti centru čiar je spôsobený miernym posunom miesta formovania k nižším teplotám. Naprieč siločiarom sa intenzita s peakovou frekvenciou tvorí hlbšie v štruktúre (vyššia hustota) protuberancie a vo väčšom objeme plazmy ako centrum čiar, čo spôsobuje vyššiu hodnotu intenzity v peaku a tým samoabsorbčný tvar profilov.

6.5 Vplyv parametrov γ_1 a γ_2 na tvar profilov

Na zistenie vplyvu empiricky zvolených parametrov γ_1 , respektíve γ_2 , popisujúcich tepelnú štruktúru PCTR, na tvar syntetických profilov spektrálnych čiar je vhodné porovnanie medzi jednotlivými sériami modelov.

6.5.1 Vplyv parametra γ_1

Vplyv parametra γ_1 (rovnica 5.4) je možné skúmať pri porovnaní profilov čiar modelov **A** a **C**, v našom prípade sme zvolili **A**₁ ($\gamma_1 = 5$) a **C**₁ ($\gamma_1 = 10$). Grafické znázornenie profilov jednotlivých spektrálnych čiar sa nachádza v grafickej prílohe (grafy B.1 až B.6, respektíve grafy B.13 až B.18). Tvary kontribučných funkcií pre jednotlivé frekvencie a spektrálne čiary je možné v CD-prílohe. Vplyv ukážeme postupne na jednotlivých spektrálnych čiarach, respektíve skupinách čiar.

- $L\alpha$ a $L\beta$

Centrum čiar sa pre oba pozorovacie smery tvorí na okraji štruktúry. Táto oblasť protuberancie sa vyznačuje vysokou teplotou dosahujúcou až 50 000 K a nízkou hustotou. Hodnota intenzity v centre čiar je pre oba smery a obe série modelov prakticky zhodná.

Intenzita v peaku je pre model série **A** značne vyššia (až 40%) v porovnaní s príslúchajúcim modelom série **C**. To je spôsobené vyššou teplotou v mieste vzniku intenzity s peakovou frekvenciou (kontribučné funkcie) pre sériu **A**. Vyššia teplota je daná nižšou hodnotou parametra γ_1 , ktorá spôsobuje miernejšie klesanie teploty na okraji štruktúry protuberancie pre model série **A** v porovnaní s modelom série **C**.

Krídla spektrálnych čiar sú opticky tenké a sú tvorené v centre štruktúry, v oblasti s nízkou teplotou a vysokou hustotou. Vplyv parametra γ_1 je v tejto oblasti zanedbateľný.

Celkový tvar profilov sa nezmenil so zmenou parametra γ_1 .

- $L\gamma$

Miesto vzniku centra čiar je posunuté viac do vnútra štruktúry v porovnaní s predchádzajúcimi spektrálnymi čiarami. To spôsobuje vyššiu hodnotu intenzity v centre pre modely série **A** (20%) oproti modelom série **C**. Táto zmena je opäť daná vyššou teplotou v mieste vzniku centra čiar.

Profil série **A** stredovaný cez y má tvar s miernou samoabsorbciou, pokým príslúchajúci profil modelu série **C** je emisný. Rozdiel je spôsobený rozdielom teplôt v mieste vzniku intenzity s peakovou frekvenciou. Profily stredované cez x (pozorovanie naprieč siločiarom magnetického poľa) majú stále samoabsorbčný tvar. Hodnota intenzity je opäť vyššia (20%) pre modely série **A** v porovnaní s modelmi série **C**.

Krídla čiar sú tvorené v centre štruktúry s minimálnym vplyvom parametra γ_1 .

- $L\delta$ až $L\lambda$

Profily spektrálnych čiar stredovaných cez y majú emisný tvar a profily stredované cez x samoabsorbčný tvar pre obe série modelov. Centrálna a peaková intenzity sú o 20-40 % vyššie v prípade série **A**.

Krídla čiar $L\delta$ až $L\eta(7)$ sa tvoria v centrálnej časti štruktúry protuberancie s minimom teploty a minimálnym vplyvom parametra γ_1 . Pre čiar $L\theta(8)$ až $L\lambda(11)$ sa miesto vzniku krídiel posunulo do oblasti s vyššou teplotou, pretože oblasť teplotného minima neposkytuje dostatočnú energiu pre prechody v týchto čiarach. Pri smere pozorovania pozdĺž siločiar magnetického poľa má kontribučná funkcia

dve miesta s príspevkom k intenzite v krídle čiary. To je dané malou optickou hrúbkou krídel vyšších spektrálnych čiar Lymanovej série.

- $H\alpha$

Zmeny intenzít sú zanedbateľné, pretože celá spektrálna čiara je tvorená v oblasti s nízkou teplotou a minimálnym vplyvom parametra γ_1 .

6.5.2 Vplyv parametra γ_2

Na zistenie vplyvu parametra γ_2 (rovnica 5.5) na tvar syntetických profilov spektrálnych čiar je potrebné porovnať modely série **B** a **C**. V našom prípade sme zvolili modely B_1 ($\gamma_2 = 60$) a C_1 ($\gamma_2 = 30$). Grafické znázornenie profilov jednotlivých spektrálnych čiar sa opäť nachádza v grafickej prílohe (grafy B.7 až B.12, respektíve grafy B.13 až B.18) a kontribučné funkcie pre jednotlivé frekvencie a spektrálne čiary v CD-prílohe.

- $L\alpha$

Pre oba pozorovacie smery sa centrum čiary tvorí na okraji štruktúry a hodnota centrálnej intenzity je pre obe série modelov prakticky totožná.

Miesto vzniku peakovej intenzity je posunuté viac do vnútra štruktúry a intenzita pre model série **C** je vyššia približne o 30% v porovnaní s modelom série **B**. To je opäť spôsobené tvarom teplotnej štruktúry.

Krídla spektrálnych čiar, tvorené v centre protuberancie, nie sú ovplyvnené parametrom γ_2 . Rovnako ani kvalitatívny celkový tvar profilov, ktorý pre obe série modelov aj oba smery pozorovania zahŕňa samoabsorbčný efekt.

- $L\beta$

Centrálna intenzita je znovu ovplyvnená teplotnou štruktúrou a je vyššia (20%) pre model série **C**.

Celkový tvar syntetických profilov modelu série **C** vykazuje výraznú samoabsorbciu pre oba smery pozorovania, pokým pri sérii **B** je samoabsorbčný efekt minimálny. Táto zmena je daná tvarom teplotnej štruktúry. Peaková frekvencia pre model série **C** sa tvorí v oblasti s vyššou teplotou ako model série **B**.

Krídla čiary sa tvoria v centre štruktúry protuberancie.

- $L\gamma$ až $L\lambda$

Profily spektrálnych čiar stredovaných cez y majú emisný tvar pre obe série modelov. Profily stredované cez x vykazujú pre model série **C** samoabsorbciu, pokým pre sériu **B** majú emisný tvar. To je opäť dané priebehom teploty pre jednotlivé série.

- $H\alpha$

Celková intenzita čiary pre model série **C** je vyššia (30%) v porovnaní s modelom série **B**. To je spôsobené formovaním čiary v oblasti ovplyvnenej parametrom γ_2 .

6.6 Vplyv zmeny intenzity magnetického poľa na tvar profilov

Magnetické pole udržuje štruktúru protuberancie v MHS rovnováhe nad povrchom Slnka. Hodnota intenzity magnetického poľa má podstatný vplyv najmä na tvar štruktúry protuberancie. Vplyv zmeny vstupného parametra $B_x(0)$, udávajúceho hodnotu intenzity magnetického poľa v strede vlákna protuberancie, je možné zistiť pri porovnaní modelov s označením **3** a **3_1**, respektíve **4** a **4_1** z ľubovoľnej série modelov. Všetky grafické zobrazenia daných modelov sa nachádzajú v CD-prílohe.

Konkrétne porovnanie urobíme pre modely A_3 ($B_x(0)=2$ gauss) a A_{3_1} ($B_x(0)=10$ gauss). Zmena intenzity magnetického poľa spôsobila zmenu x -ového rozmeru štruktúry protuberancie. Model A_{3_1} má celkovú dĺžku 10 000 km, pokým model A_3 iba 1 000 km. Tým je spôsobená aj zmena priebehu hustoty v protuberancii udávajúcej tvar profilov spektrálnych čiar.

- $L\alpha$

V prípade modelu A_3 má profil čiary pre oba pozorovacie smery výraznejší samoabsorbčný tvar v porovnaní s modelom A_{3_1} . Je to spôsobené vyššou intenzitou v peaku (30%) modelu A_3 , danou vyššou hustotou v mieste formovania peakovej intenzity. Vyššia hodnota hustoty je spôsobená podstatne menším rozmerom štruktúry protuberancie modelu A_3 .

- Zvyšné spektrálne čiary

Profily zostávajúcich spektrálnych čiar majú emisný tvar pre oba modely a oba pozorovacie smery. Hodnota intenzity v centre čiar je, v dôsledku vyššej hustoty, mierne vyššia pre model A_3 .

6.7 Možnosti ďalšieho rozvoja

Základná časť výslednej siete modelov bola pôvodne navrhnutá na testovanie rozšírenia päťhladinového programu (Heinzel a Anzer 2001) na dvanásť hladín a s tým spojenej série krokov na doplnenie a spresnenie. Postupne bola rozšírená, aby bolo možné analyzovať závislosť vplyvu konkrétnych parametrov na tvar syntetických profilov spektrálnych čiar. Na zistenie vplyvu hustoty danej vstupným parametrom M_0 (maximálna stĺpcová hmota) by bolo potrebné dodatočné rozšírenie siete modelov, pretože terajšia sieť neobsahuje dvojicu modelov obsahujúcu iba zmenu parametra M_0 . Zmena hustoty má vplyv na rozmerovú škálu štruktúry protuberancie, na zmenu intenzít jednotlivých spektrálnych čiar ako aj na tvar profilov čiar. Dodatočné rozšírenie siete modelov je z časových a technických príčin nemožné zrealizovať v termíne odovzdania tejto práce a bude to predmetom ďalšieho skúmania.

V budúcnosti je možné rozšírenie siete modelov aj o variáciu ďalších parametrov, napríklad teplotu v centre protuberancie. To však momentálne presahuje rámec časových aj technických možností.

Kapitola 7

Záver

Nový dvojrozmerný HMS model kľudnej protuberancie zahŕňajúci PCTR a riešenie dvojrozmerného prenosu žiarenia pre dvanásťhladinový atóm vodíka stále obsahuje výrazné kapacity na rozvoj a zdokonalovanie. Jednou z možností na rozvoj je zahrnutie nových dát starkovského rozšírenia spektrálnych čiar vodíka (Stehlé a Huucheon 1999), prípadne použitie PRD aj pre vyššie čiary Lymanovej série.

Prípadné porovnanie profilov spektrálnych čiar s profilmi získanými pomocou jednorozmerného programu (Anzer a Heinzel 1999) je možné realizovať pomocou zväčšenia y -ového rozmeru protuberancie.

Výsledná sieť modelov tiež poskytuje značné možnosti budúceho skúmania. Existuje možnosť podrobnejšie sa zaoberať priestorovou variáciou profilov pozdĺž x -ovej osi, prípadne vplyvom ostatných parametrov na tvar profilov a štruktúry protuberancie.

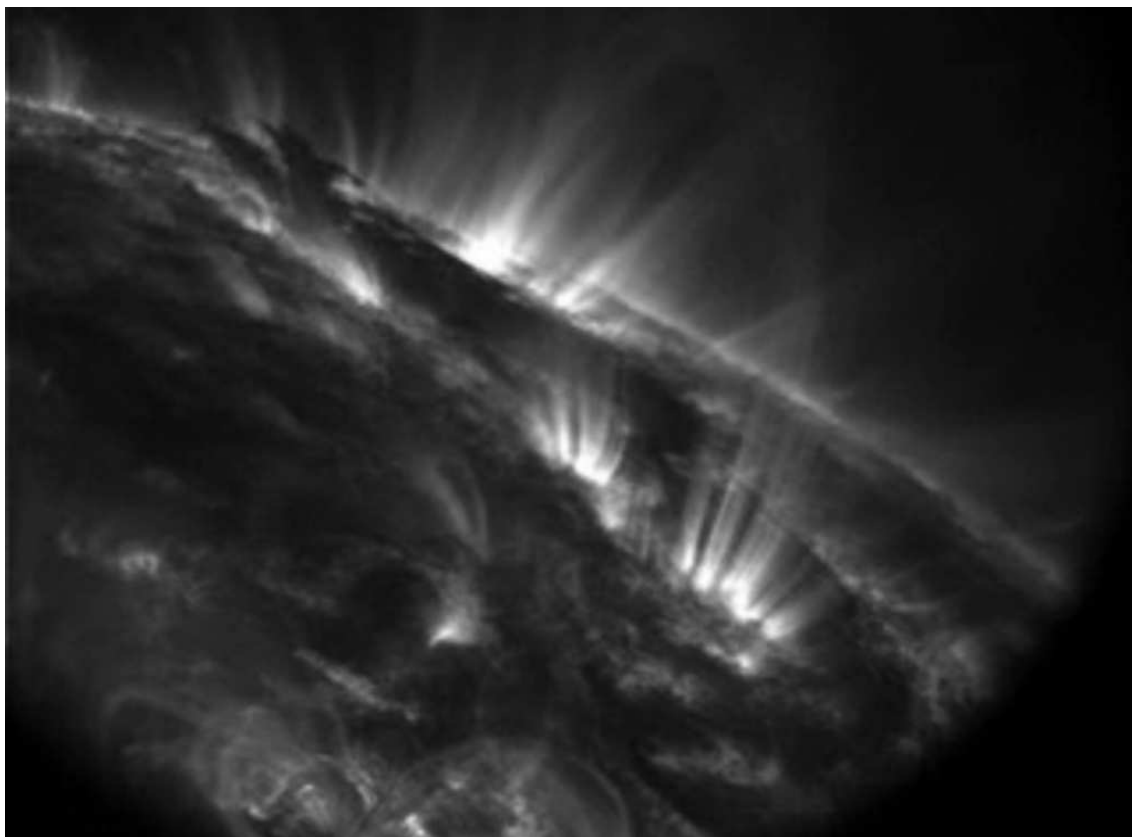
Ďalšou možnosťou je porovnanie syntetických profilov spektrálnych čiar s reálnymi nameranými profilmi (SOHO) a spätné zistenie reálnych fyzikálnych parametrov kľudných protuberancií pomocou rozšírenej siete modelov.

Zdrojový kód programu sa dá upraviť tak, aby sa dala využiť paralelné počítanie na multiprocessorových stanicích typu **COMPAQ ProLiant 570**. To je zaujímavé z technického hľadiska aj z hľadiska výpočtového času.

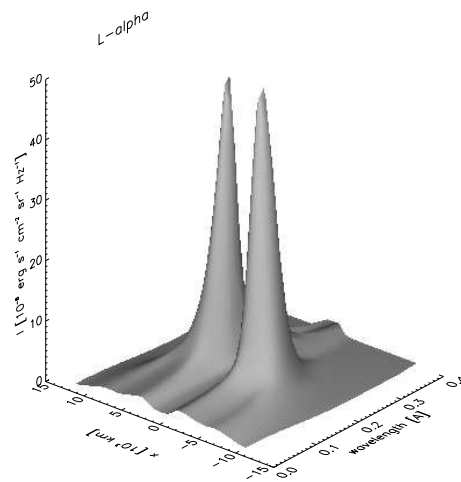
V neposlednom rade je možné dvojrozmerný model zovšeobecniť na tri rozmery. Toto zovšeobecnenie, vyžadujúce podstatné zmeny v geometrii prenosu žiarenia a v tvare MHS rovníc, je zaujímavým námetom na neskoršiu dizertačnú prácu.

Dodatok A

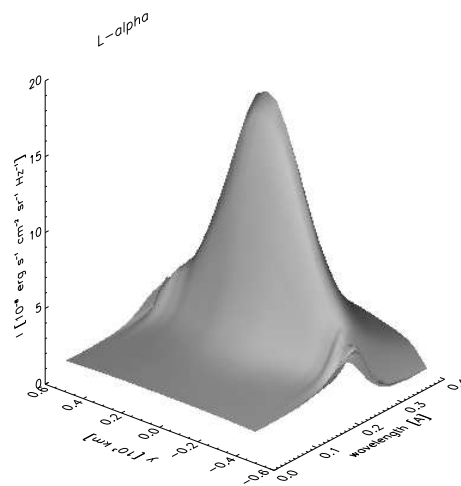
Grafická príloha 1



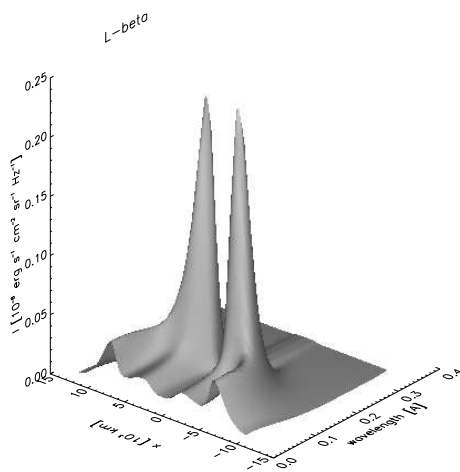
Obrázok A.1: Sun surface, TRACE



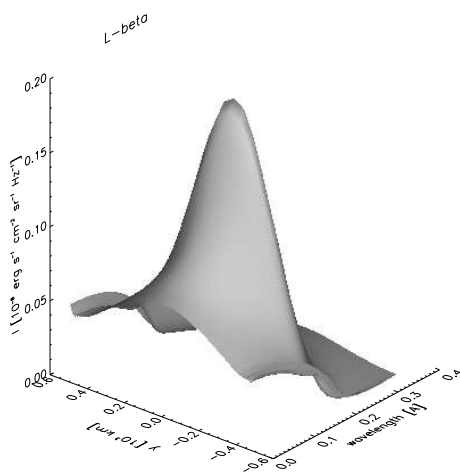
Obrázok A.2: Ilustrácia možností zobrazovania: variácia intenzity pozdĺž osi x pre čiaru $L\alpha$.



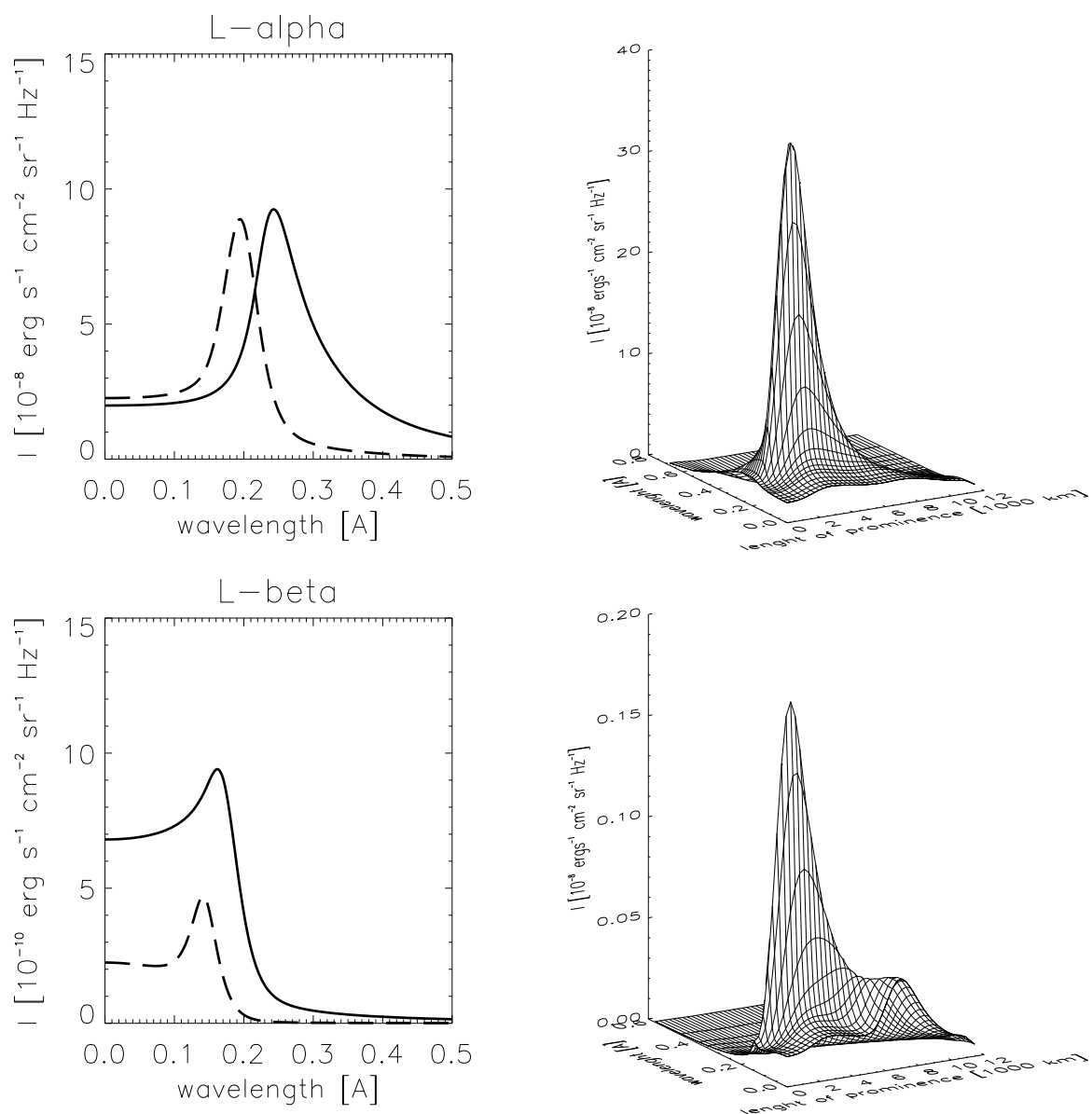
Obrázok A.3: Ilustrácia možností zobrazovania: variácia intenzity pozdĺž osi y pre čiaru $L\alpha$.



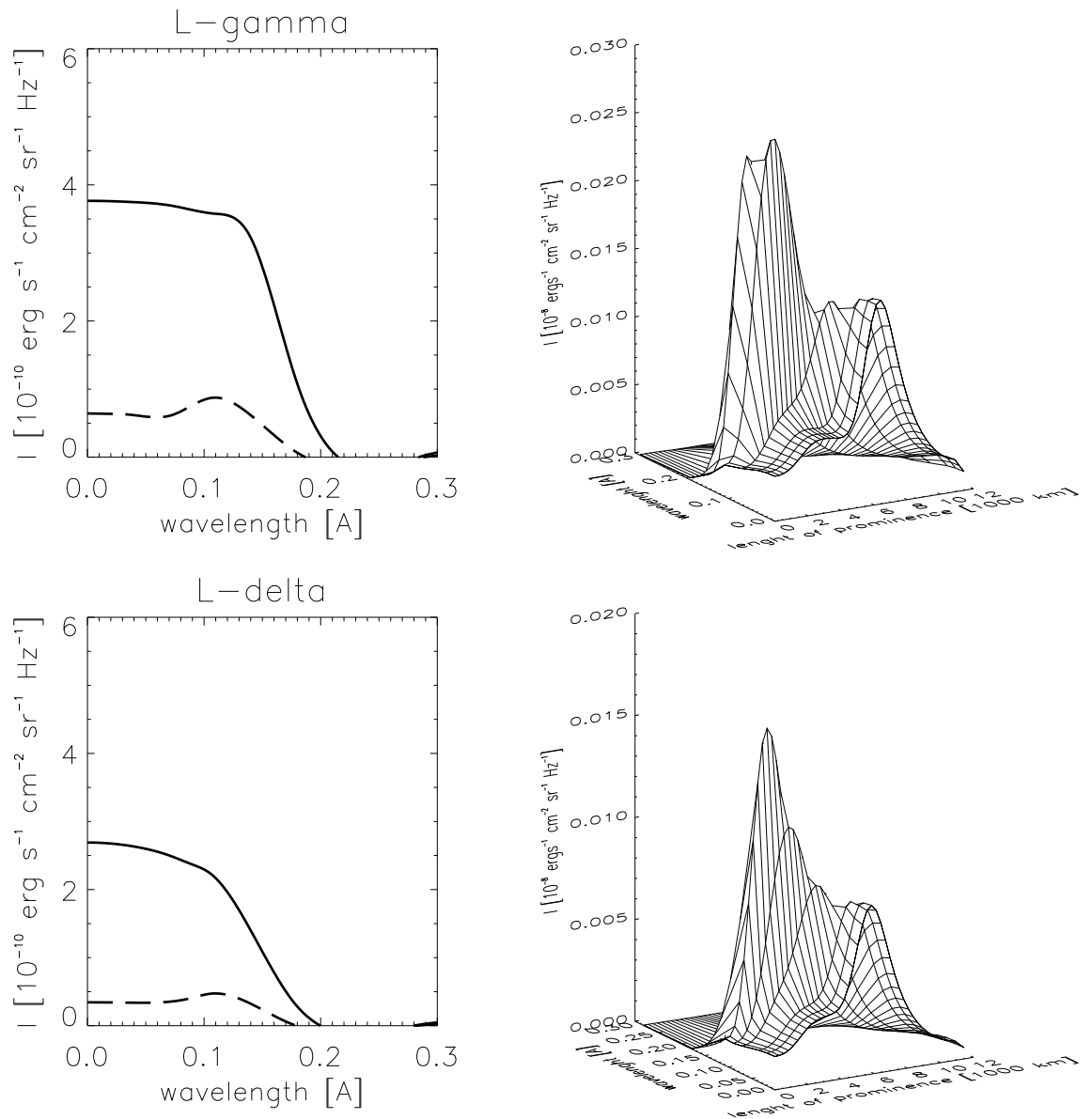
Obrázok A.4: Ilustrácia možností zobrazovania: variácia intenzity pozdĺž osi x pre čiaru $L\beta$.



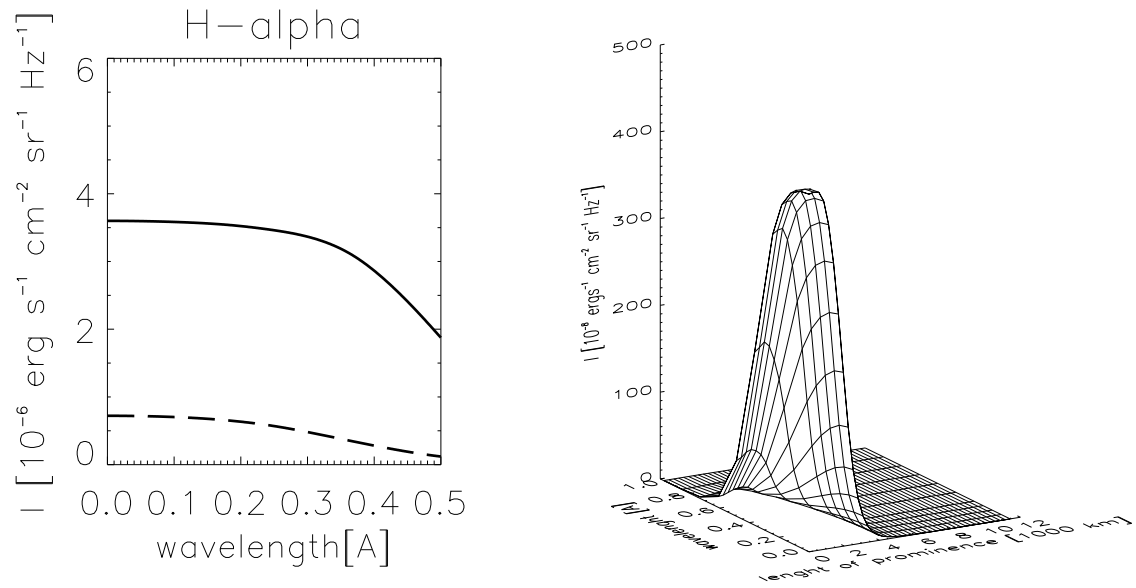
Obrázok A.5: Ilustrácia možností zobrazovania: variácia intenzity pozdĺž osi y pre čiaru $L\beta$.



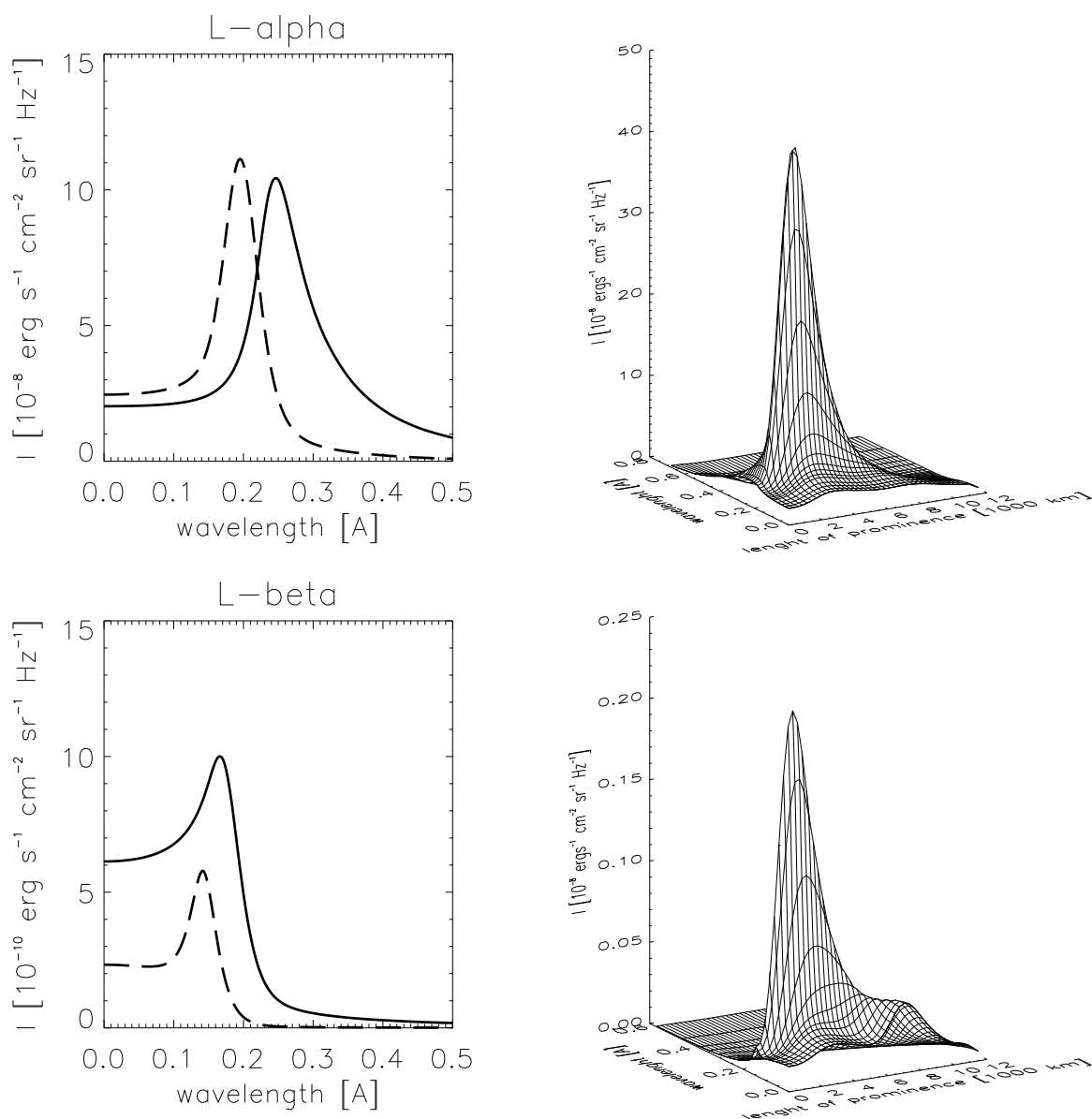
Obrázok A.6: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre pôvodné zrážkové koeficienty (Mihalas et al. 1975).



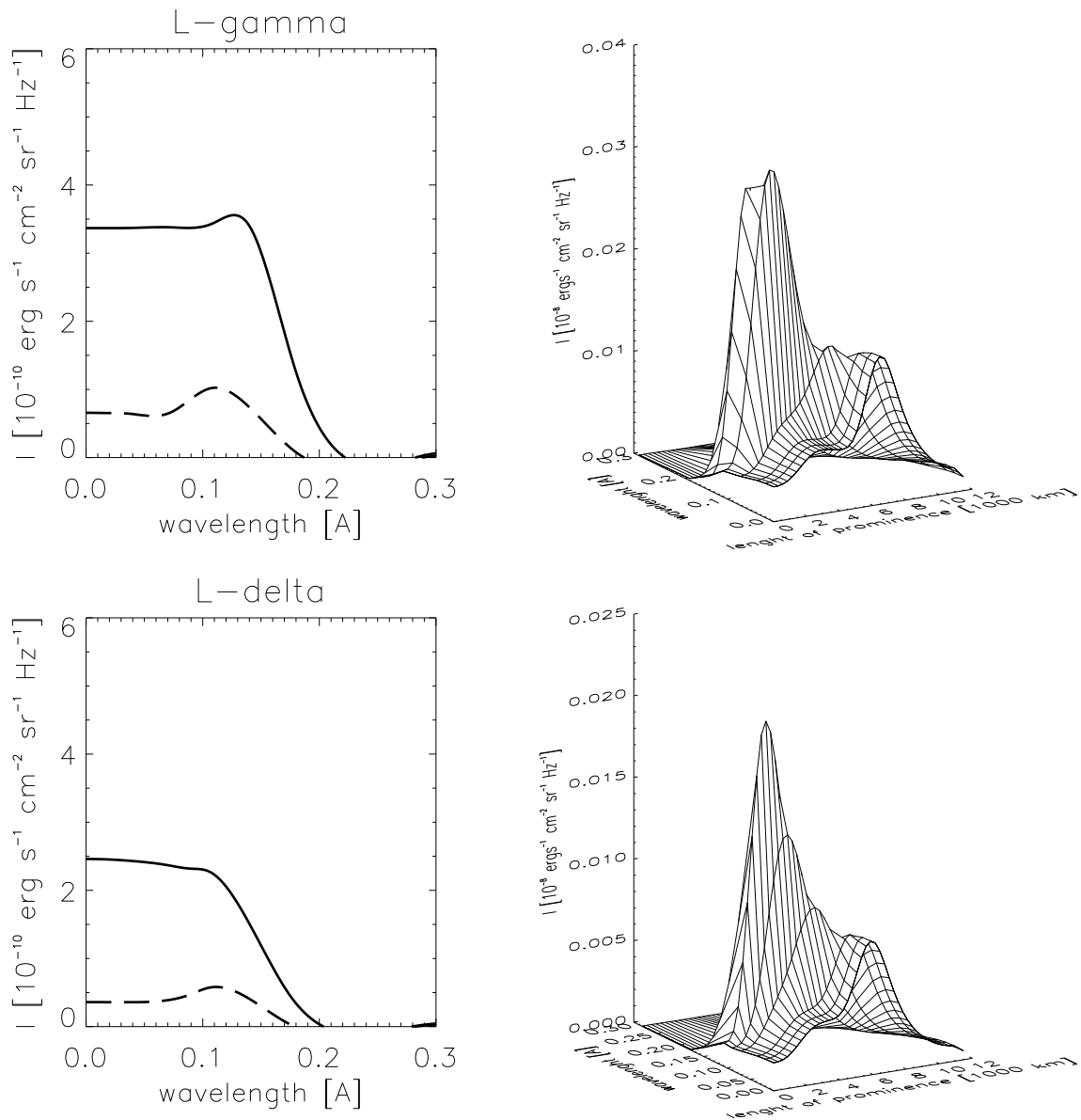
Obrázok A.7: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre pôvodné zrážkové koeficienty (Mihalas et al. 1975).



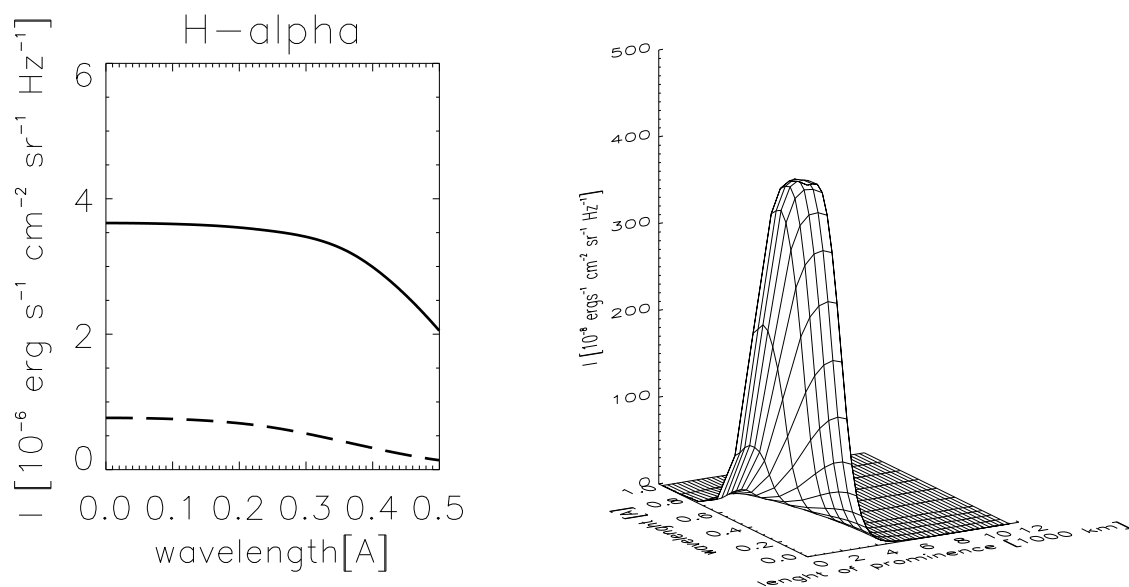
Obrázok A.8: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre pôvodné zrážkové koeficienty (Mihalas et al. 1975).



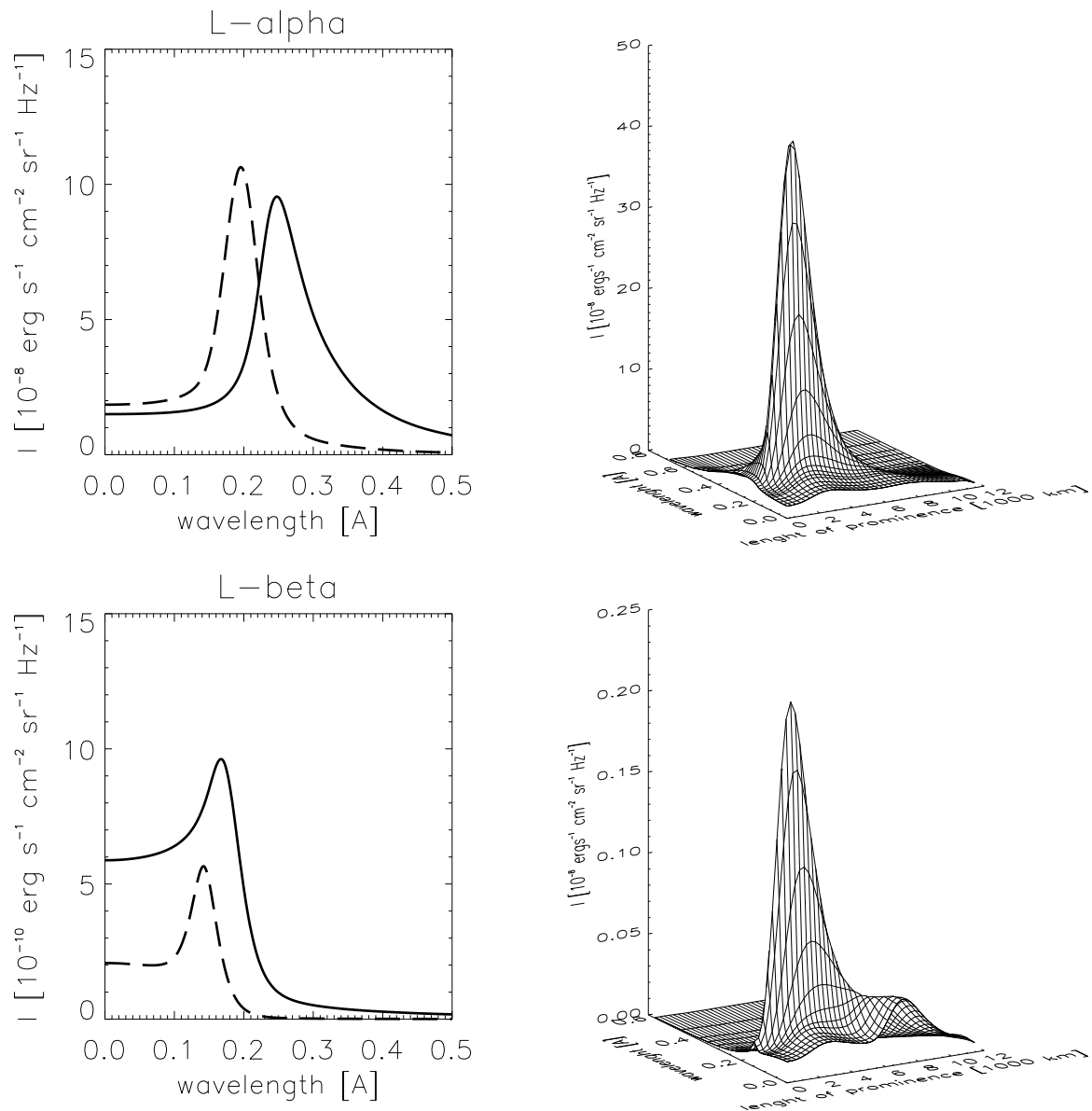
Obrázok A.9: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre nové zrážkové koeficienty (Gouttebroze et al. 1993).



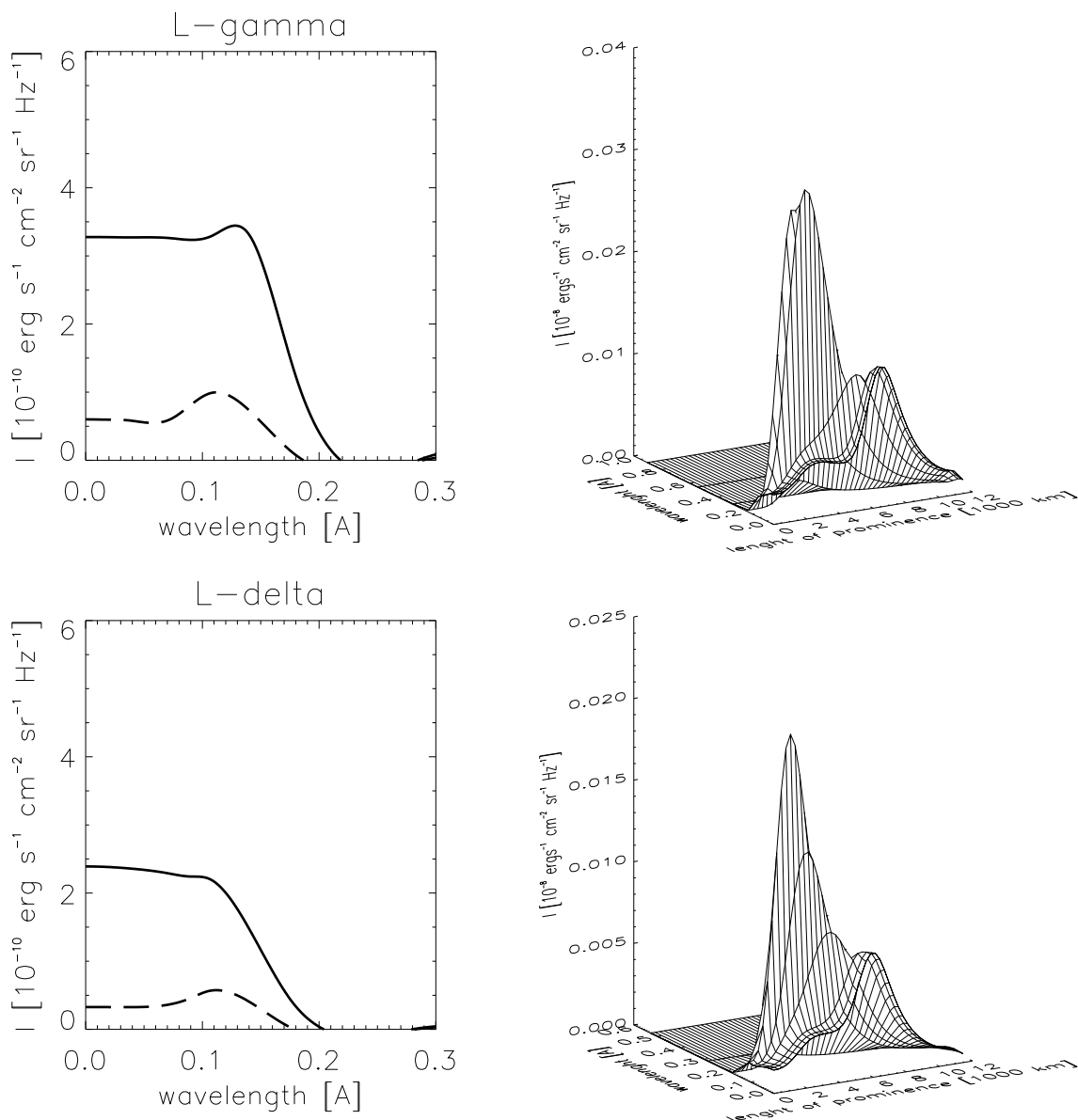
Obrázok A.10: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre nové zrážkové koeficienty (Gouttebroze et al. 1993).



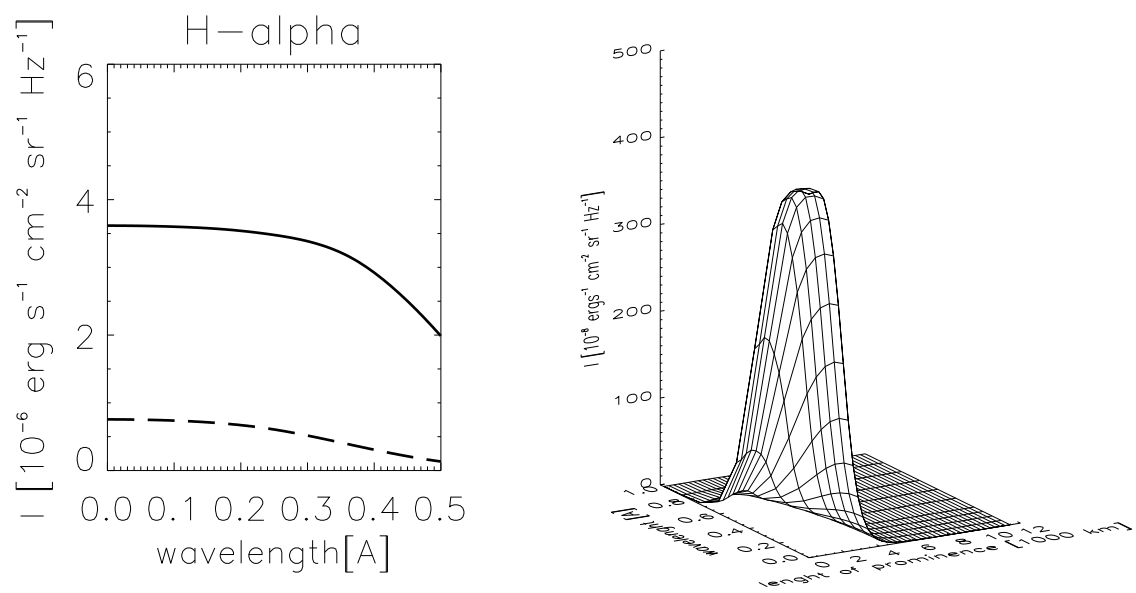
Obrázok A.11: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre nové zrážkové koeficienty (Gouttebroze et al. 1993).



Obrázok A.12: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 s pôvodným dopadajúcim žiarením.



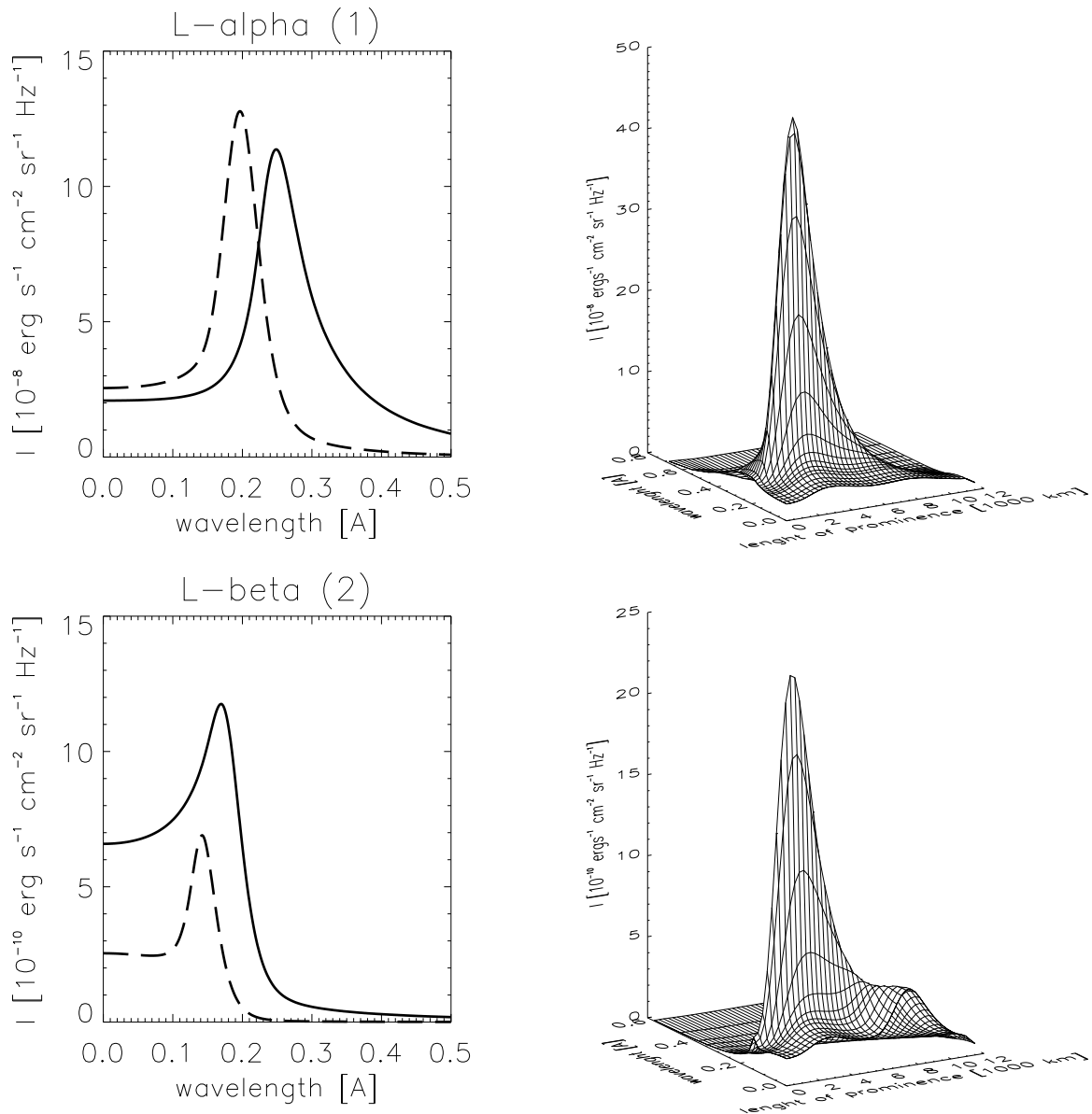
Obrázok A.13: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 s pôvodným dopadajúcim žiarením.



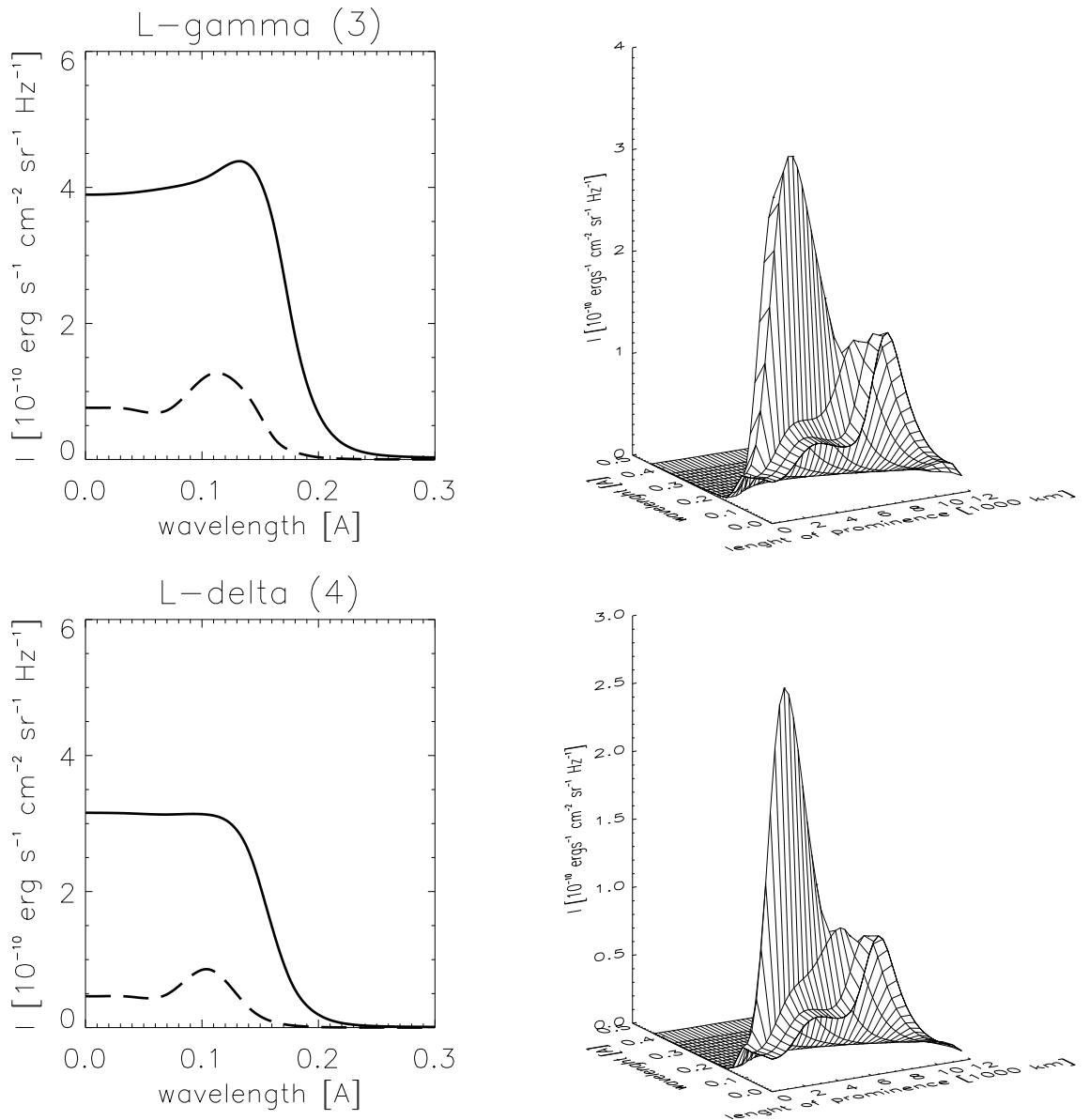
Obrázok A.14: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 s pôvodným dopadajúcim žiarením.

Dodatok B

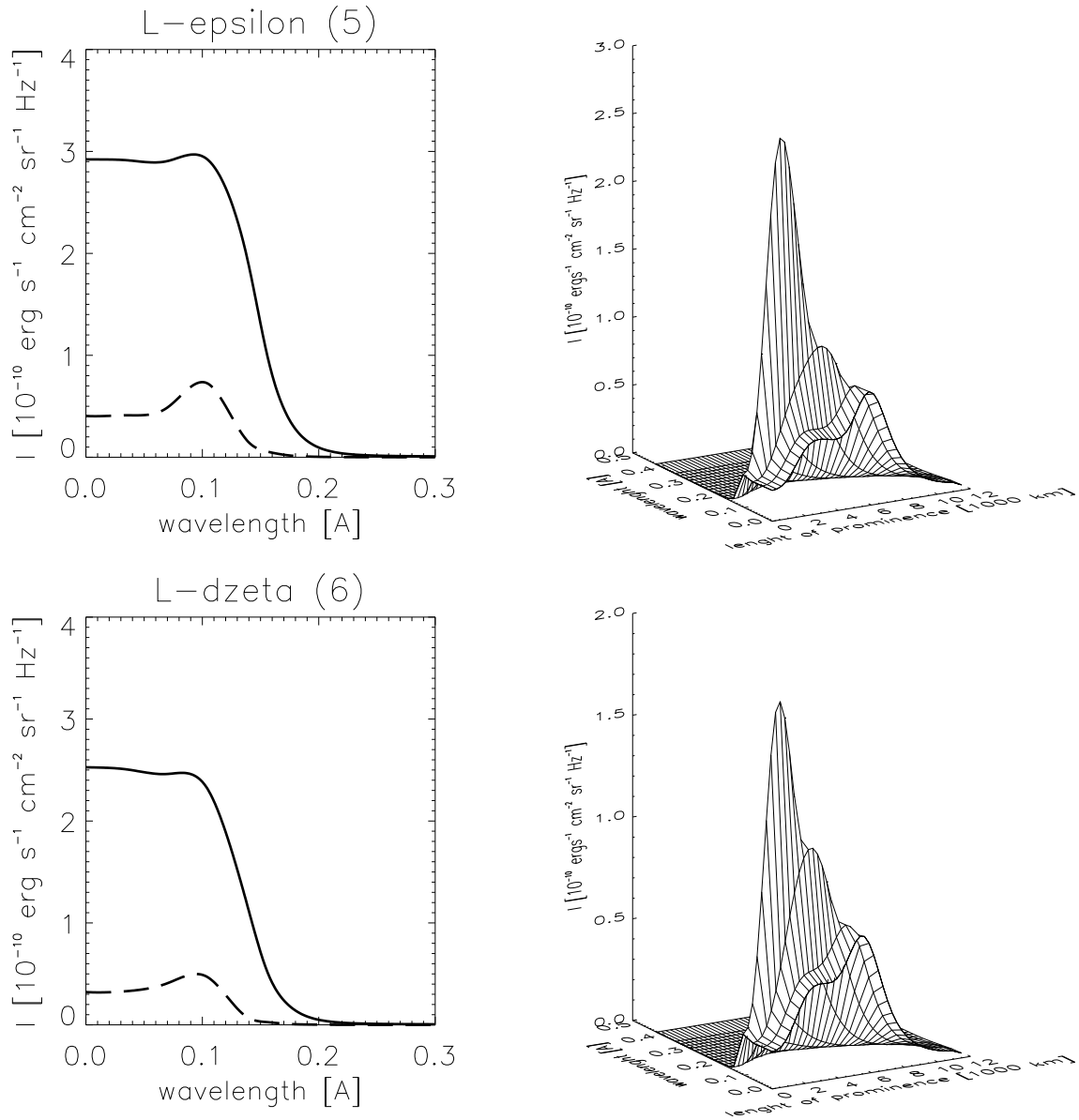
Grafická príloha 2



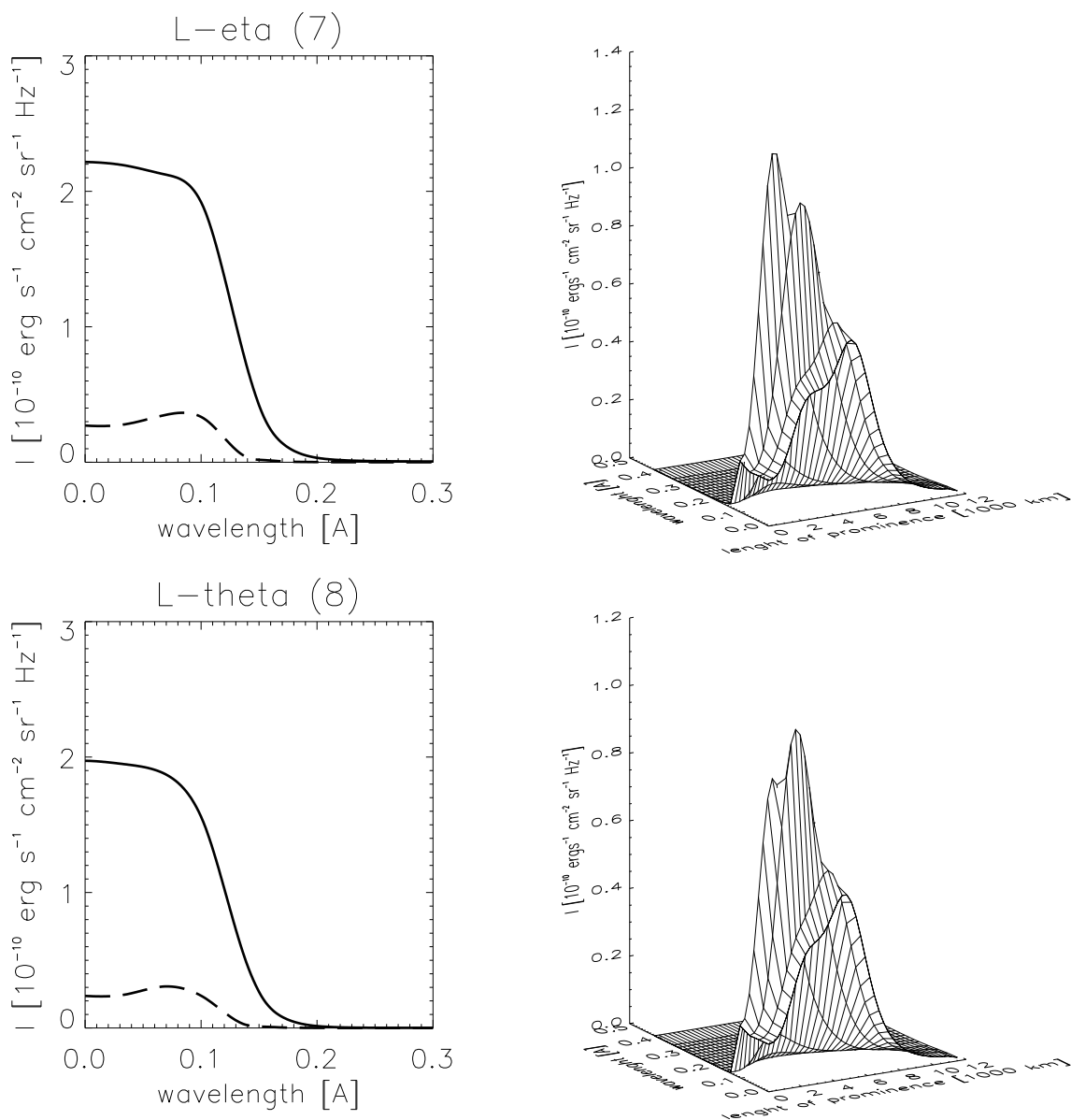
Obrázok B.1: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín

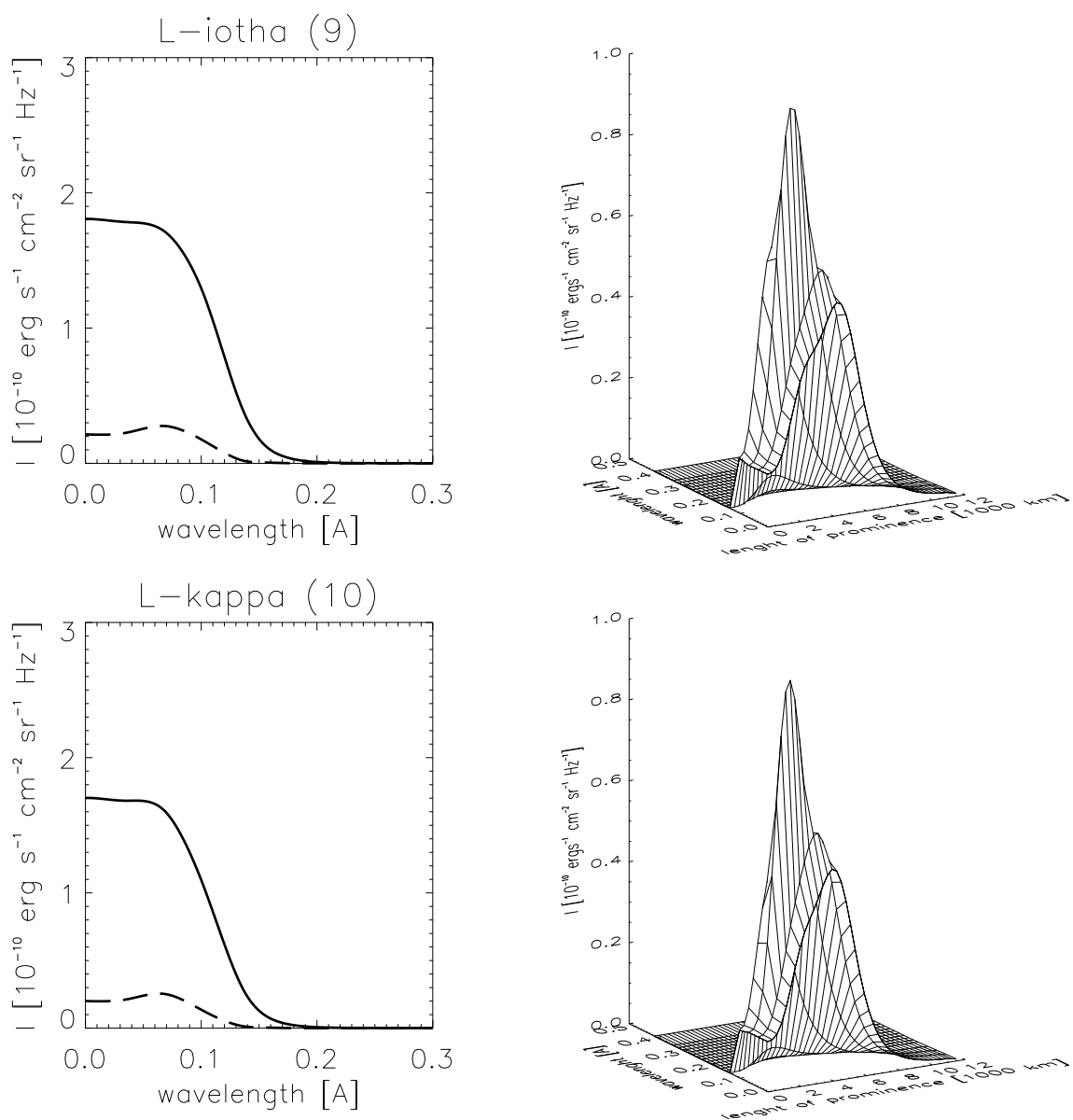


Obrázok B.2: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín

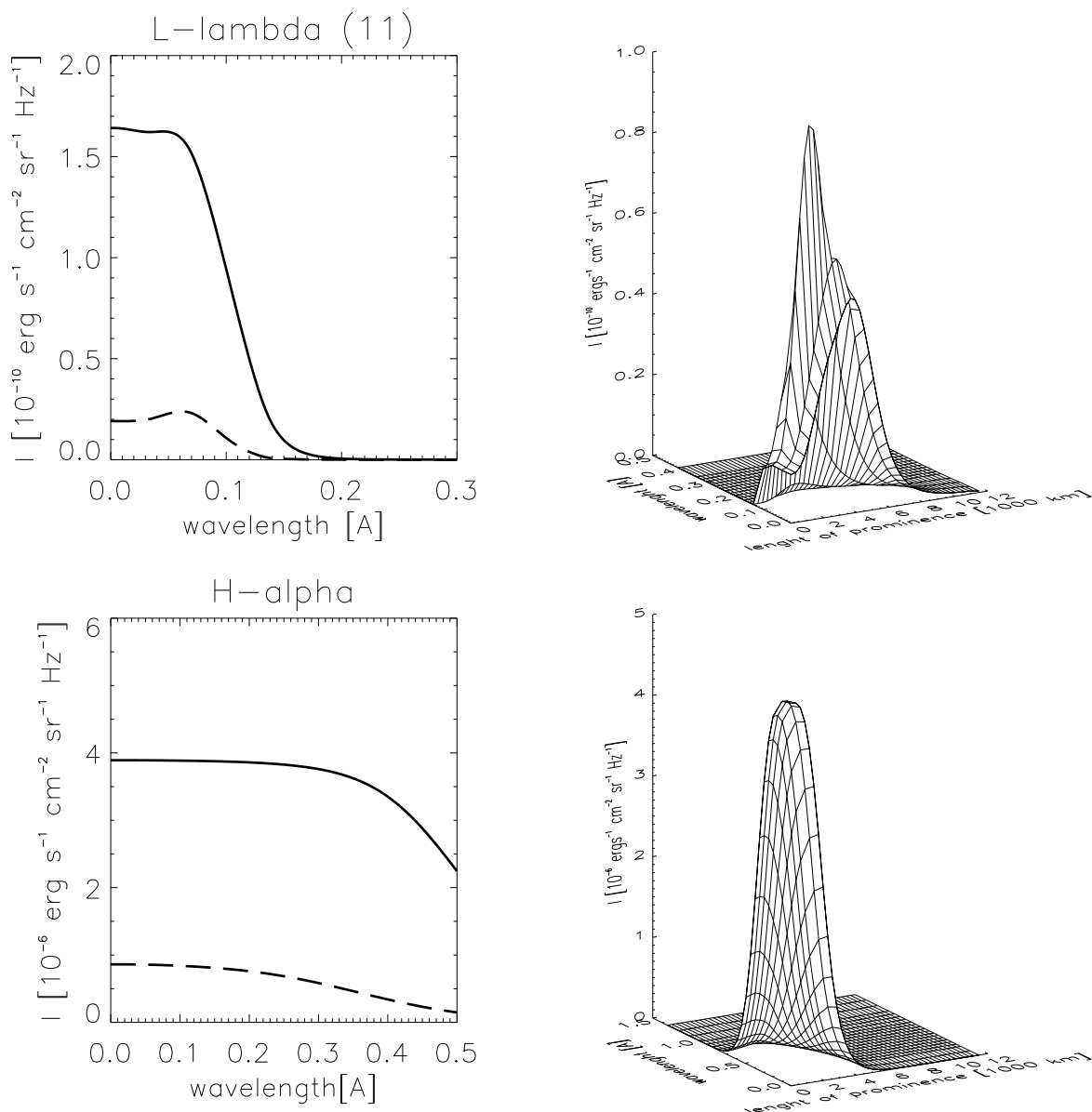


Obrázok B.3: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín

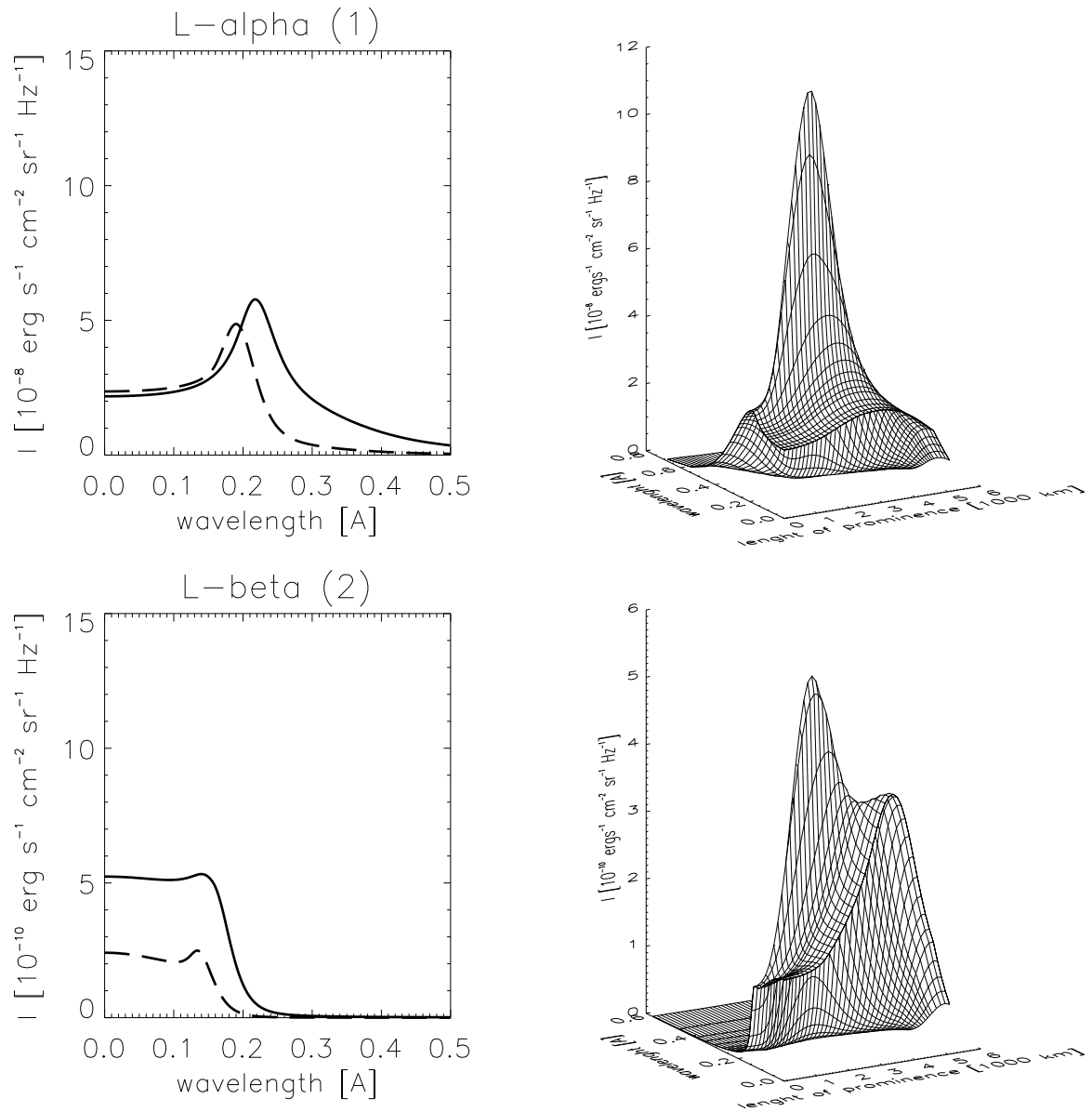
Obrázok B.4: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín



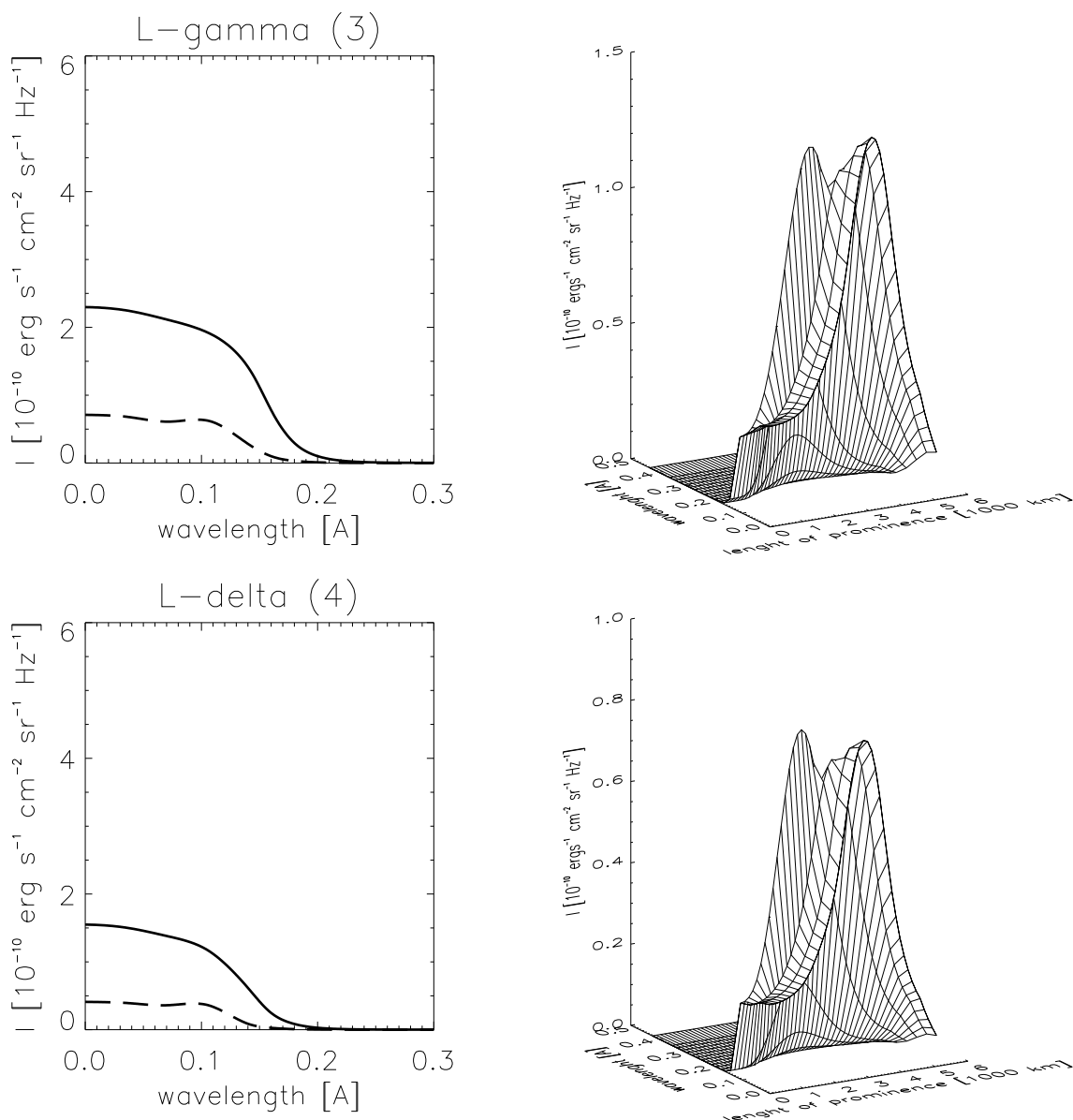
Obrázok B.5: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín



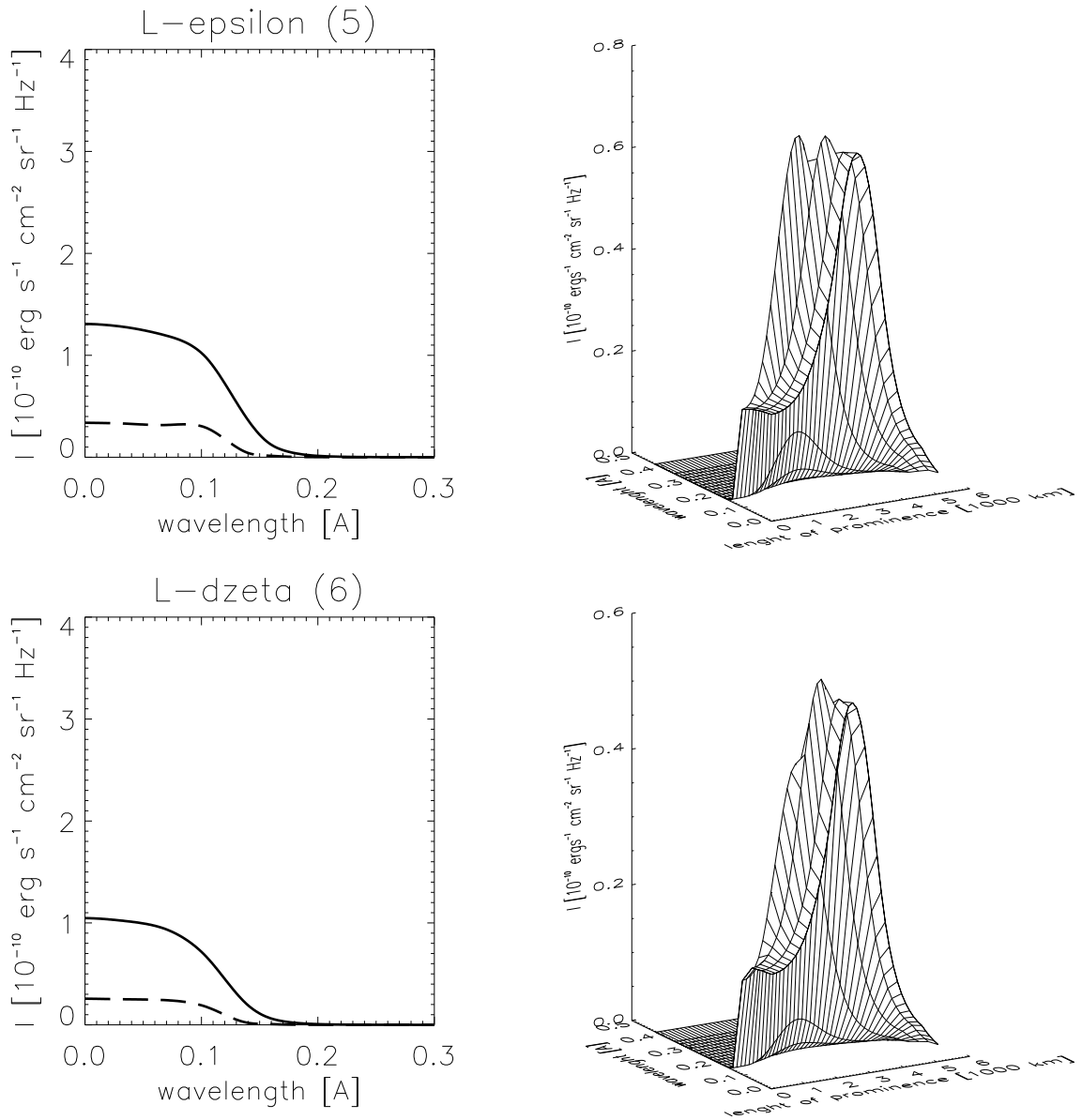
Obrázok B.6: Profily spektrálnych čiar modelu A_1 pre dvanásť hladín



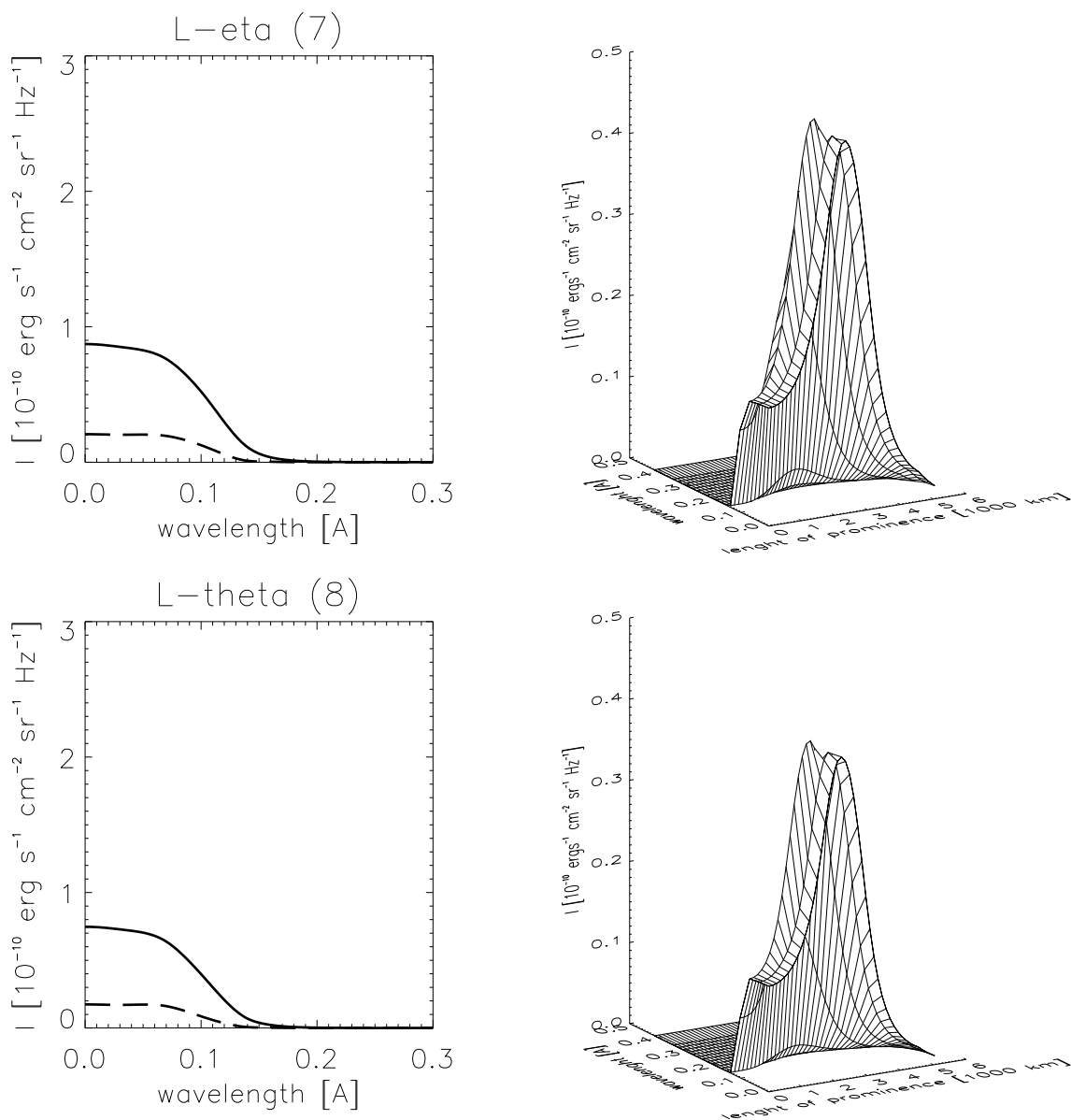
Obrázok B.7: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



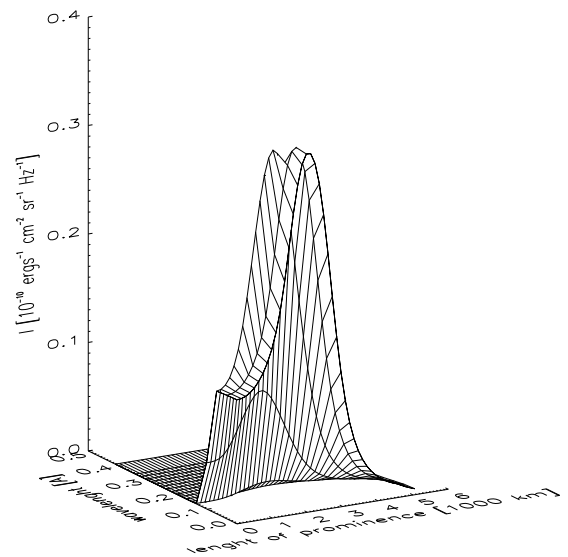
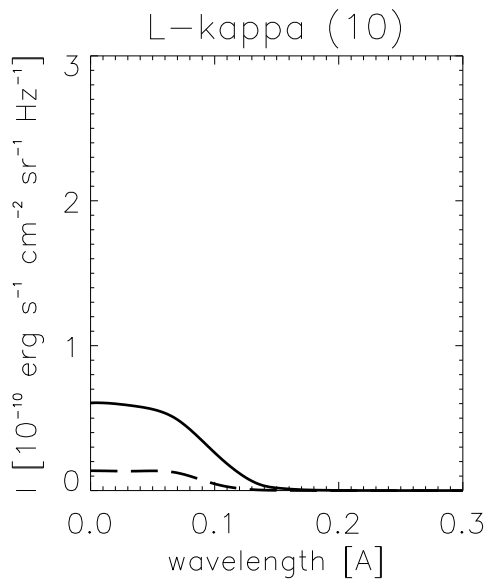
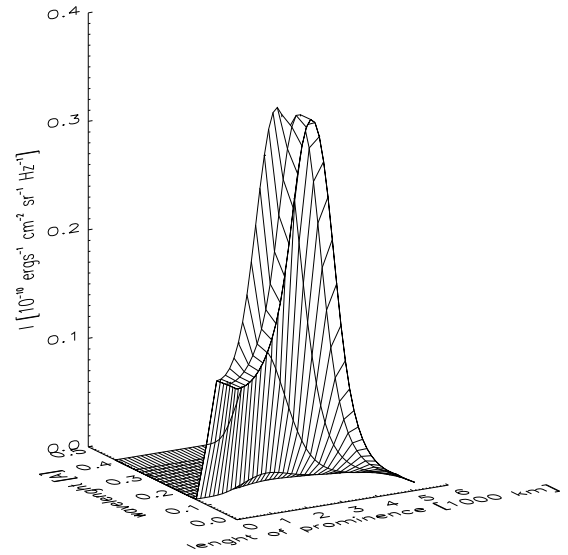
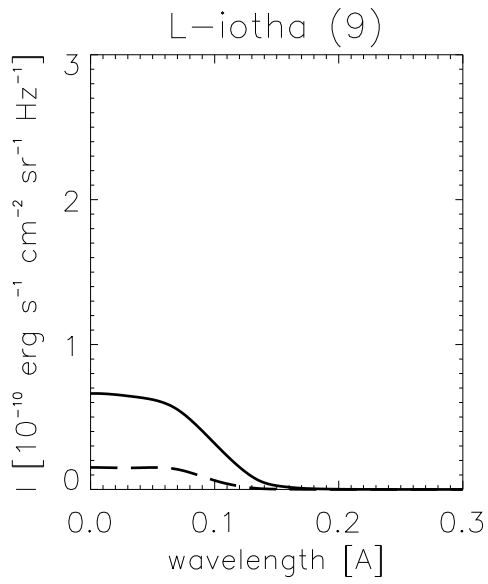
Obrázok B.8: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



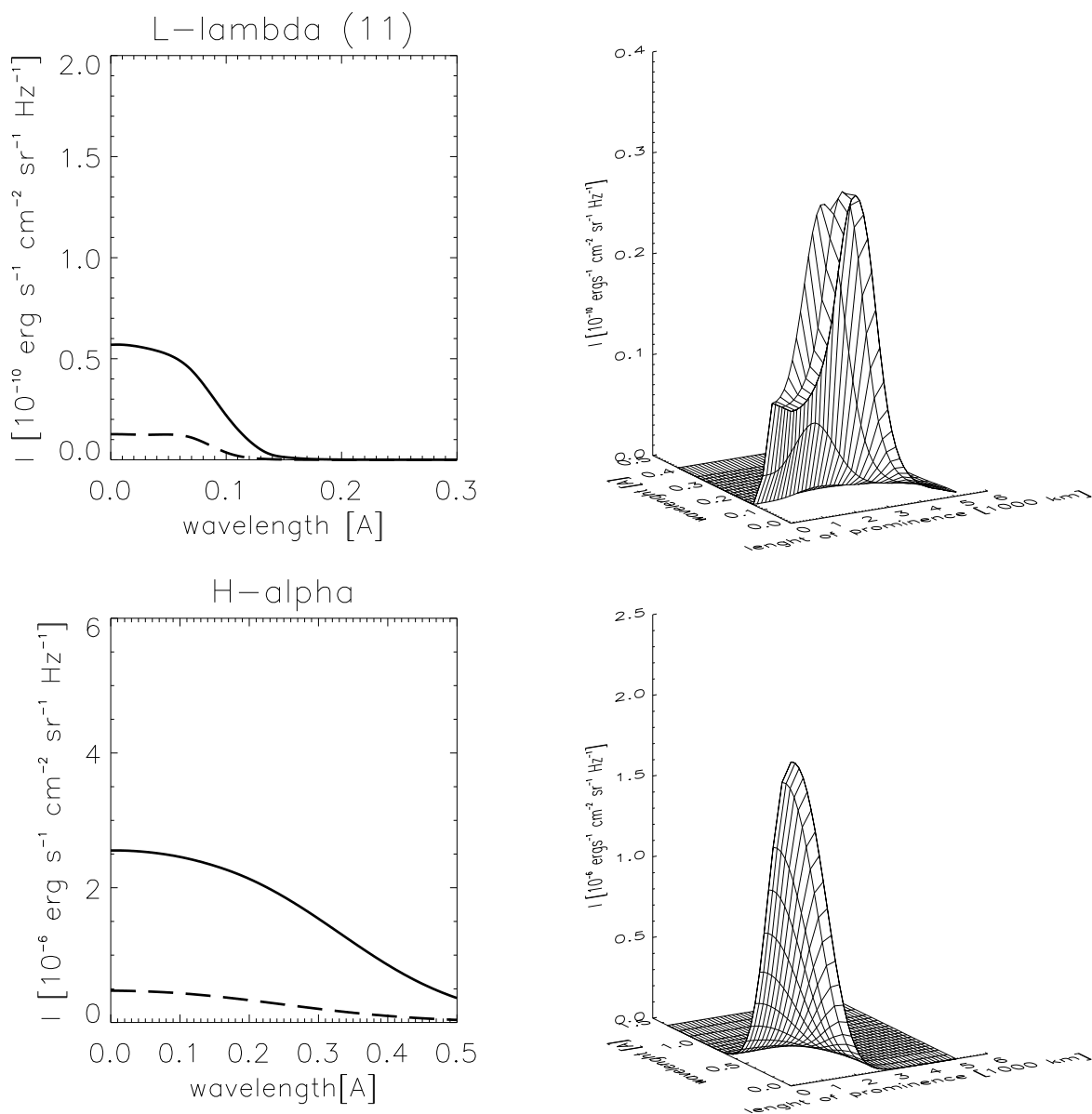
Obrázok B.9: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



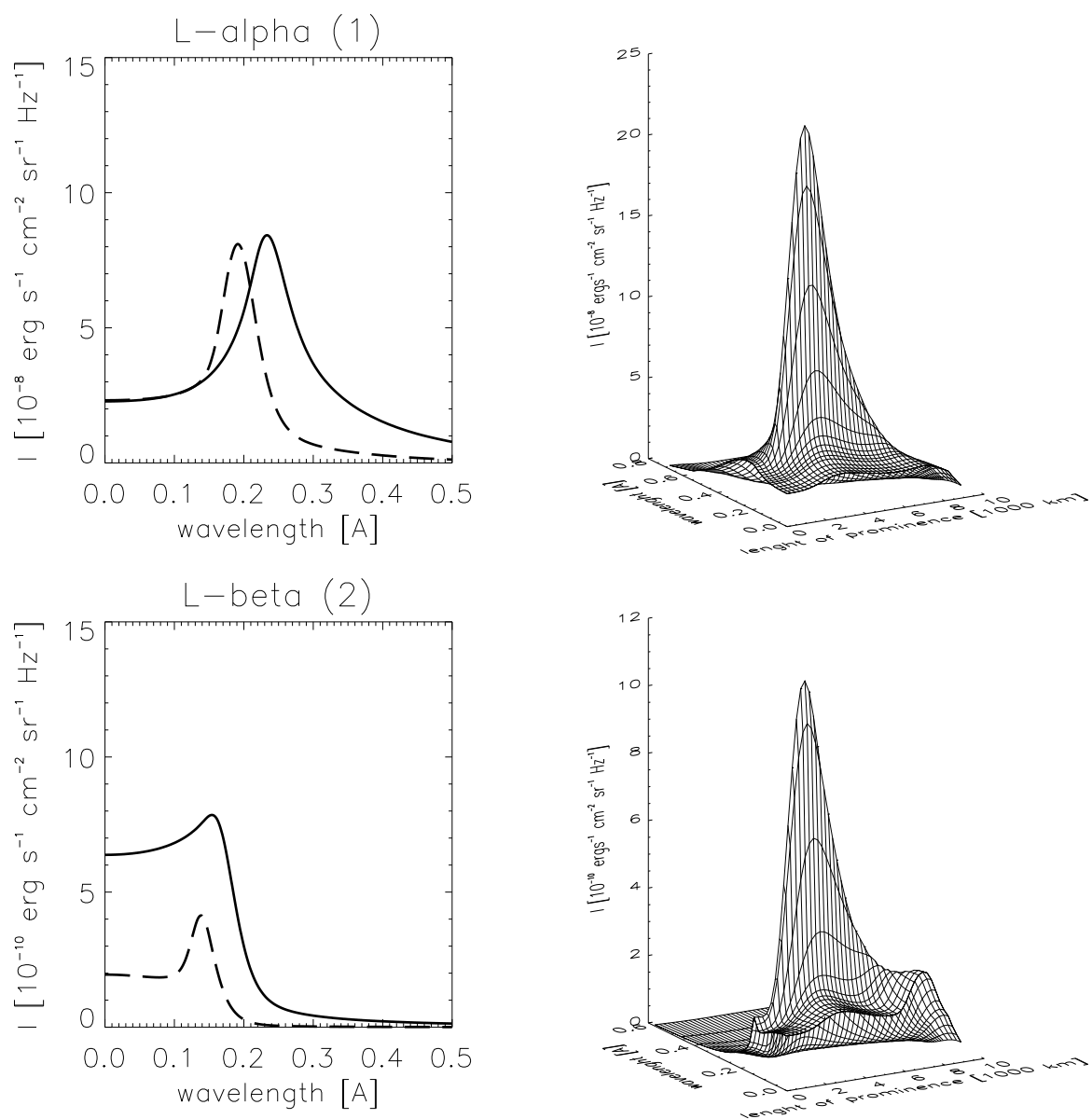
Obrázok B.10: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



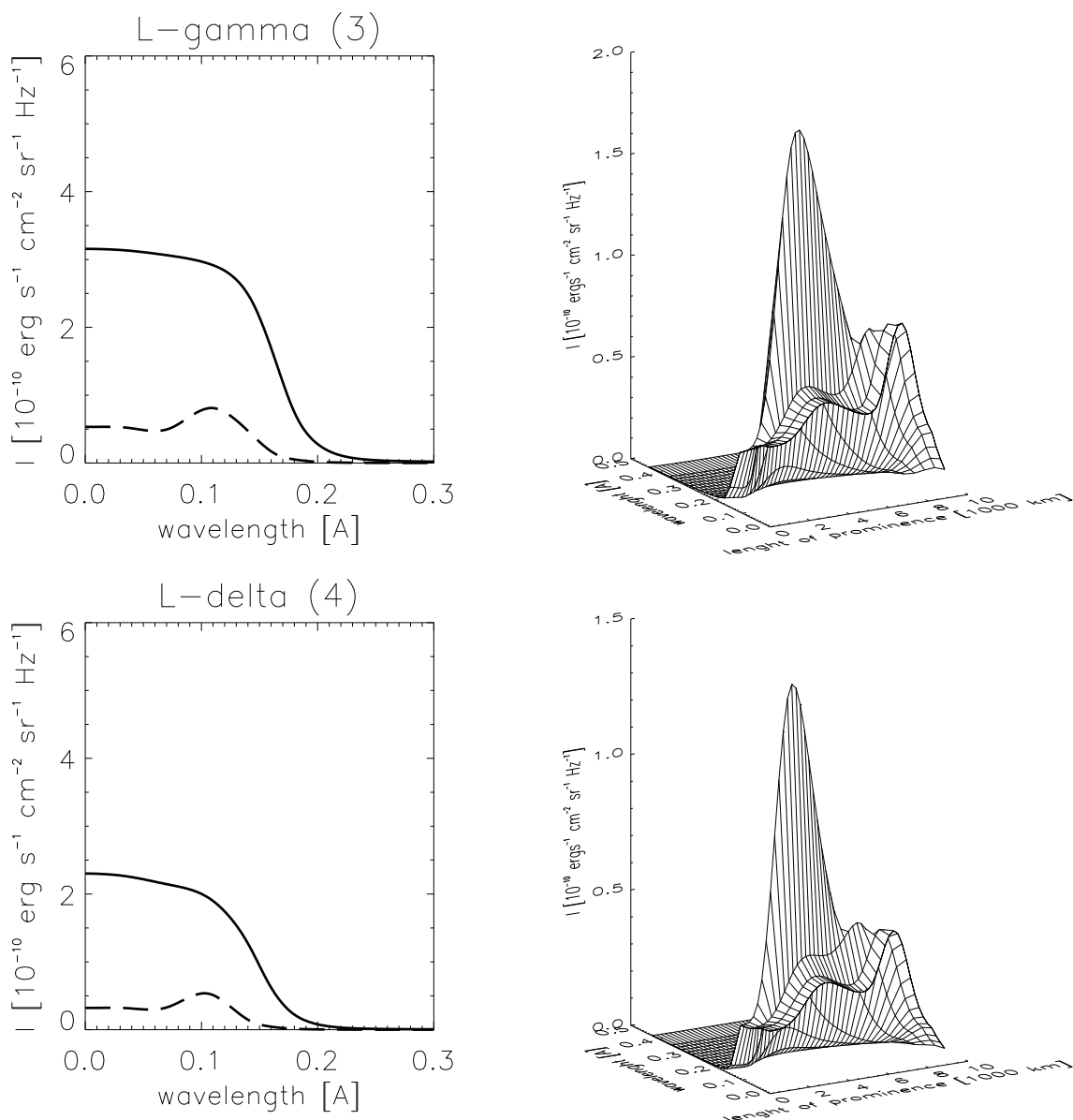
Obrázok B.11: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



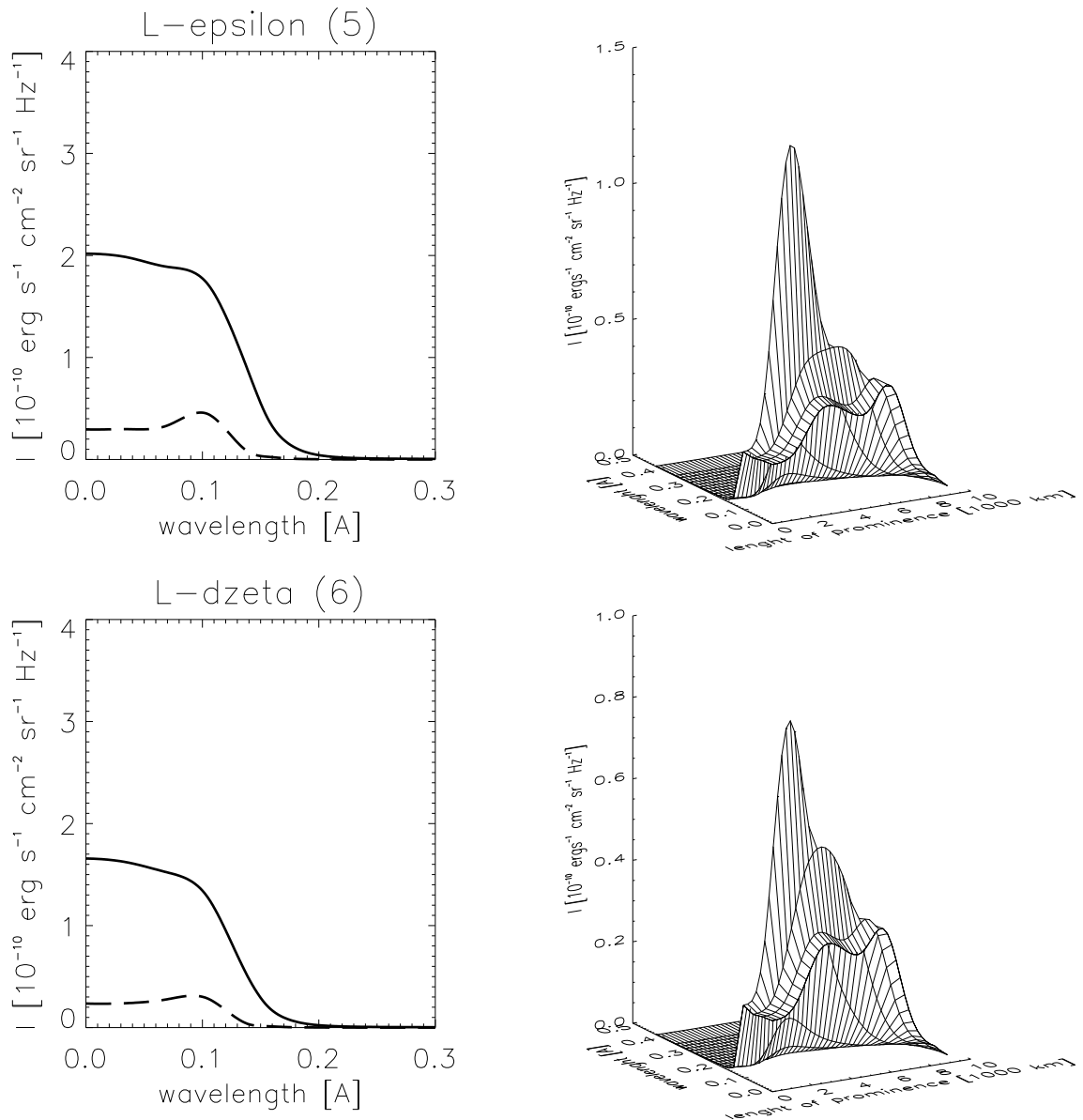
Obrázok B.12: Profily spektrálnych čiar modelu B_1 pre dvanásť hladín



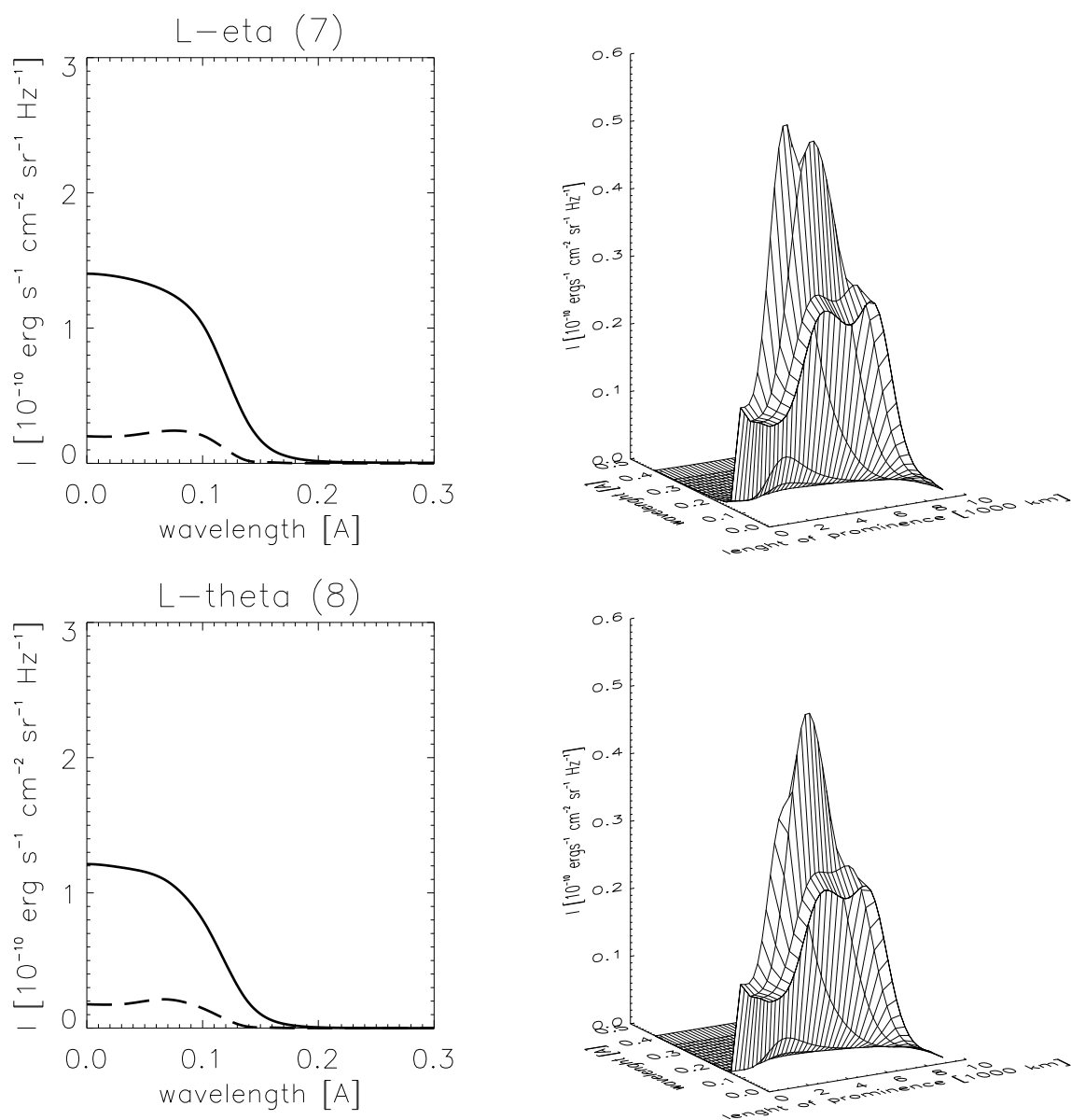
Obrázok B.13: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín



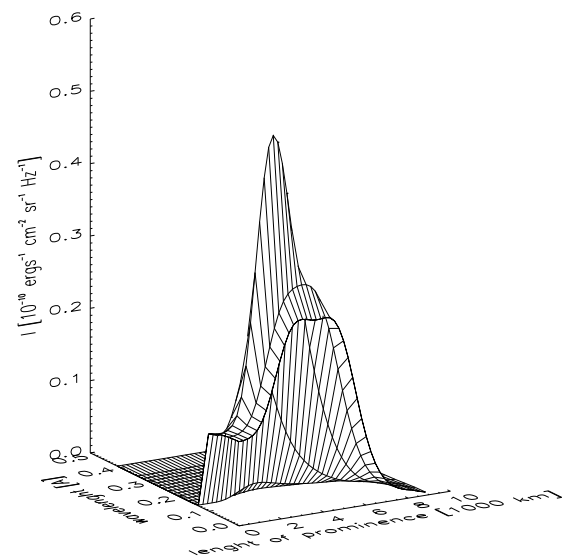
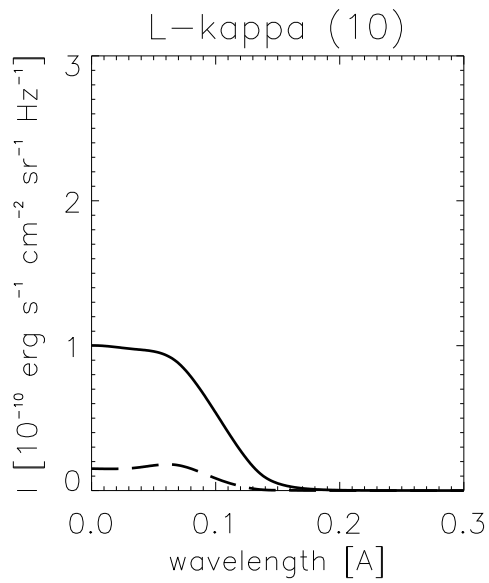
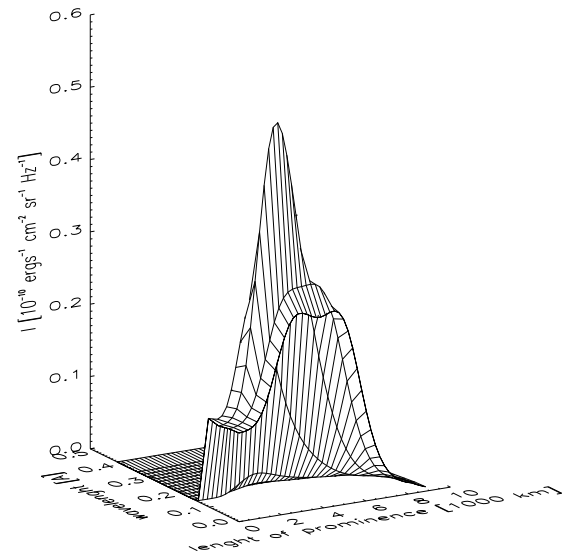
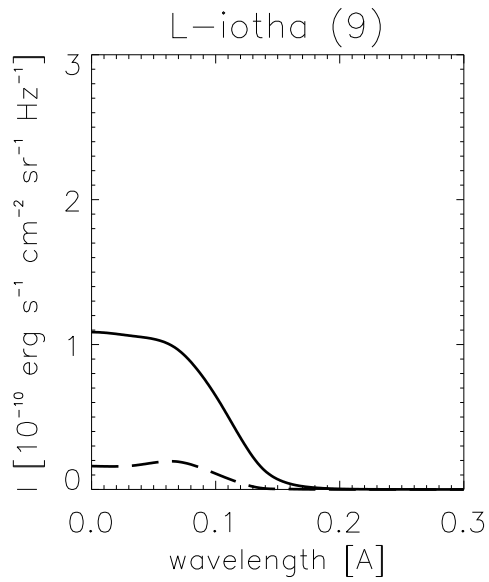
Obrázok B.14: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín



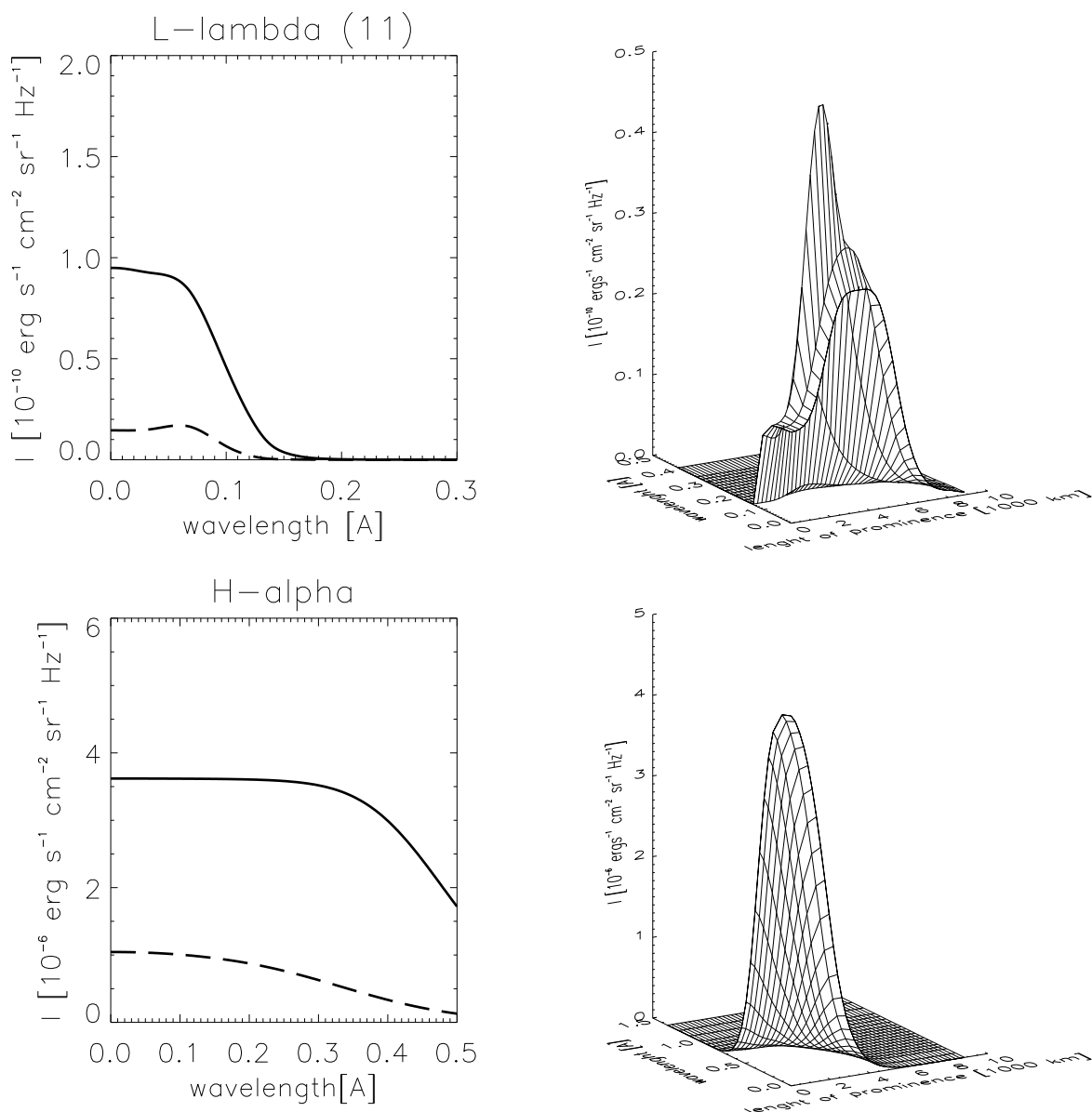
Obrázok B.15: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín



Obrázok B.16: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín



Obrázok B.17: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín



Obrázok B.18: Profily spektrálnych čiar modelu C_1 pre dvanásť hladín

Dodatok C

CD-príloha

CD príloha obsahuje grafické zobrazenia, ktoré bolo nemožné umiestniť v tlačenej verzii diplomovej práce. Obsah adresárov je nasledovný:

- **12level**

pre každý dvanásťhladinový model siete obsahuje súbor **surf.all.ps** s dvomi spôsobmi grafického zobrazenia pre spektrálne čiary $L\alpha(1)$ až $L\lambda(11)$ a $H\alpha$. Na pravej strane je zobrazená priestorová variácia intenzity pozdĺž osi x , kde každý profil je profil stredovaný cez svoje okolie 1000 km. Na ľavej strane je plnou čiarou zobrazený profil stredovaný cez y -ový rozmer (čiarkovaný profil z predchádzajúcich grafov) a čiarkovanou čiarou profil vystredovaný cez celý x -ový rozmer protuberancie.

- **5level**

pre každý päťhladinový model siete obsahuje súbor **surf.ps** s grafickým zobrazením pre spektrálne čiary $L\alpha(1)$ až $L\delta(4)$ a $H\alpha$. Systém zobrazovania je identický s **12level**.

- **contributions**

obsahuje grafické zobrazenie kontribučných funkcií pre diskutované modely A_1 , B_1 a C_1 a pre modely A_2 , A_3 a A_4 . Pre zvyšné modely neboli kontribučné funkcie spočítané, pretože každý model je potrebné znovu prepočítať postupne päť a dvanásťhladinovým programom upravenými tak, aby sa ukladali hodnoty emisných a absorbných koeficientov v každom bode súradnicovej siete. To je však náročné na výpočtový čas a najmä na priestor pevného disku. Spôsob zobrazenia kontribučných funkcií je popísaný v časti ??.

- **radiation_data**

obsahuje dátové súbory a programy spomínané v časti 5.3.1 a súbor **copmarasion.ps** obsahujúci grafické porovnanie dopadajúcich žiarení použité v práci.

CD-príloha obsahuje aj elektronickú verziu diplomovej práce vo formáte **.ps**, respektíve **.pdf**. Úvodné a záverečná strana sú uložené osobitne.

Literatúra

- [1] Anzer, U. a Heinzel, P.: 1999, *Astron. Astrophys.* **349**, 974.
- [2] Auer col rates !!!
- [3] Auer, L.H. a Paletou, F.: 1994, *Astron. Astrophys.* **285**, 675
- [4] Bommier, V., Landi degl'Innocenti, E., Leroy, J.-L. a Sahal-Bréchet, S.: 1994, *Solar Phys.* **154**, 231
- [5] Chiuderi Drago, F., Engvold, O. a Jensen, E.: 1992, *Solar Phys.* **139**, 47.
- [6] Cannon, C.J.: 1973, *Astrophys. J.* **185**, 621.
- [7] Castor, J.I., Dykema, P.G. a Klein, R.I.: 1992, *Astrophys. J.* **387**, 561.
- [8] Engvold, O., Hirayama, T., Leroy, J.-L., Priest, E.R. a Tandberg-Hanssen, E.: 1990, *Dynamics of Quiescent Prominences*, Proc. IAU Coll. 117, Lecture Notes in Physics 363, Springer-Verlag, Berlin, 294.
- [9] Gouttebroze, P., Heinzel, P. a Vial, J.C.: 1993, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **99**, 513.
- [10] Heasley, J.N. a Mihalas, D.: 1976, *Astrophys. J.* **205**, 273.
- [11] Heinzel, P.: 1981, *JQSRT* **25**, 483.
- [12] Heinzel, P.: 1985, *Comptes-rendus des seminaires de l'Observatoire de Nice*, Vol. 4, X-1.
- [13] Heinzel, P. a Anzer, U.: 1999, *Solar Phys.* **184**, 103
- [14] Heinzel, P. a Anzer, U.: 2001, *Astron. Astrophys.* **375**, 1082.
- [15] Heinzel, P., Schmieder, B., Vial, J.C. a Kotrč, P.: 2001, *Astron. Astrophys.* **370**, 281.
- [16] Heinzel, P.: 2004, *zbiierka z letnej školy a workshopu "Solar Magnetic Phenomena"*, *Kanzelhöhe, August 2003*, ed. A. Hanselmeier a A. Veronig, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, v tlači.
- [17] Hubeny, I.: 1992, *The Atmospheres of Early-Type Stars*, Lecture notes in Phys. 401, Springer, Berlin, p. 377.

-
- [18] Hubeny, I.: 1997, *Stellar Atmospheres Theory -An Introduction*, in *Stellar Atmospheres: Theory and Observations*, Proceedings of the 9th EADN Summer School in Brussels, (Ed. by J.-P. De Greve, R. Blomme, and H. Hensberge), Lecture Notes in Physics, Berlin, p.1
- [19] Kippenhahn, R. a Schlüter, A.: 1957, *Z. Astrophys.* **43**, 36.
- [20] Kunasz, P. a Auer, L.H.: 1998, *JQSRT* **39**, 67.
- [21] Kuperus, M. a Raadu, M.A.: 1974, *Astron. Astrophys.* **31**, 189.
- [22] Mihalas, D., Heasley, J.N. a Auer L.H.: 1975, *NCAR Tech. Note*, 104.
- [23] Mihalas, D.: 1978, *Stellar Atmospheres*, W.H. Freeman, San Francisco.
- [24] Mihalas, D., Auer, L.H. a Mihalas, B.R.: 1978, *Astrophys. J.* **220**, 1001.
- [25] Peraiah, A.: 2002, *An Introduction to Radiative Trasfer*, Cambridge University Press, Cambbridge.
- [26] Poland, A.I. a Anzer, U.: 1971, *Solar Phys.* **19**, 401.
- [27] Poland, A.I. a Mariska, J.T.: 1988, in *Dynamics and Structure of Solar Prominences*, Université des Illes Baléares, 133.
- [28] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. a Flannery, B.P.: 1992, *Numerical Recipes in C*, Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge.
- [29] Rybicki, G.B. a Hummer, D.G.: 1991, *Astron. Astrophys.* **245**, 171.
- [30] Secchi, A.: 1877, *Le Soleil*, Gauthier-Villars, Paris.
- [31] Stehlé, C. a Huucheon, R.: 1999, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **140**, 93.
- [32] Tandberg-Hanssen, E.: 1995, *The Nature of Solar Prominences*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht.
- [33] Warren, H.P., Mariska, J.T. a Wilhelm, K.: 1998, *Astrophys. J.* **119**, 105.