Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Marie Kučerová

Početní fyzikální úlohy – proces řešení

Katedra didaktiky fyziky MFF UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Fyzika zaměřená na vzdělávání

Praha 2016

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V .... dne............ podpis

Chtěla bych poděkovat RNDr. Zdeňce Koupilové, Ph.D. za skvělé vedení práce, podporu a optimistický přístup, díky kterým se psaní práce stalo radostí.

Dále mé díky patří i RNDr. Marii Snětinové, Ph.D. za zapůjčení potřebné literatury a pomocnou ruku v rámci konzultací.

Tímto také děkuji všem studentům a učitelům, kteří se zúčastnili výzkumu a věnovali mi tak svůj drahocenný čas.

Na závěr děkuji svému partnerovi za nikde nekončící podporu, trpělivost a ochotu pomoci. Také mu blahořečím za vytvoření obrázků.

Název práce: Početní fyzikální úlohy – proces řešení

Autor: Marie Kučerová

Katedra: Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D, KDF MFF UK

Abstrakt: Řešení početních fyzikálních úloh vyplňuje nezanedbatelnou část výuky fyziky na základní i střední škole. Tato práce se zabývá otázkou, jakým způsobem řeší fyzikální úlohy studenti a jakým učitelé. Cílem práce je rozhodnout, zdali je možné přístupy použité studenty a učiteli přiřadit k přístupům popsaným v literatuře. Pro lepší uchopení rozdílů dvou zkoumaných přístupů je v práci uvedeno řešení osmi středoškolských fyzikálních úloh, která jsou podrobně rozebrána z hlediska obou přístupů. Bylo prozkoumáno řešení sedmi středoškolských studentů a jedenácti učitelů s různou délkou učitelské praxe. Na základě těchto řešení dospěla autorka k závěru, že přístupy použité v řešení lze přiřadit k přístupům popsaným v odborné literatuře.

Klíčová slova: kvalitativní výzkum, řešení početních fyzikálních úloh, algebraické řešení, syntetický a analytický přístup.

Title: Quantitative physics tasks – solution process

Author: Marie Kučerová

Department: Department of Physics Education

Supervisor: RNDr. Zdeňka Koupilová, Ph.D, Department of Physics Education, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University

Abstract: Solving of quantitative physics tasks makes out a considerable part of physics education. The goal of this work is to decide, whether the methods described in literature correspond in any way with the methods chosen by the students and teachers. For a better understanding of difference between two examined methods, eight physics task along with their detailed solution in term of both methods are presented in this work. The solution of seven high school students and eleven teachers with different length of teaching experience was examined. On the basis of this examination, the author came to conclusion that methods used by students and teachers when solving the given tasks correspond to those described in literature.

Keywords: qualitative research, solving of qualitative physics tasks, algebraic solution, synthetic and analytic approach

Obsah

1 Úvod ... 7
1.1 Motivace ... 7
1.2 Cíle práce ... 7
1.3 Postup ... 7
1.4 Struktura práce ... 8
2 Teoretická část ... 9
2.1 Úvod do řešení úloh, ... 9
2.1.1 Úloha č. 1: Solení jezera ... 15
2.1.2 Úloha č. 2: Brždění elektromotoru ... 18
2.1.3 Úloha č. 3: Dvouvodičové vedení ... 21
2.1.4 Úloha č. 4: Výpočet vrypů na 1 mm ... 24
2.1.5 Úloha č. 5: Hustota koule ... 28
2.1.6 Úloha č. 6: Změna ztrát při změně průřezu ... 31
2.1.7 Úloha č. 7: Zrychlení autobusu při jízdě do kopce ... 34
2.1.8 Úloha č. 8: Pohyb vodiče v magnetickém poli ... 37
2.2 Závěr k řešení úloh ... 40
3 Výzkumná část ... 41
3.1 Cíle výzkumu ... 41
3.2 Kritéria výběru výzkumného vzorku ... 42
3.3 Metody a průběh sběru dat ... 42
3.3.1 Studenti ... 43
3.3.2 Učitelé ... 45
3.3.3 Vybrané úlohy a pilotáž ... 46
3.4 Zpracování získaných dat ... 47
3.4.1 Studenti ... 47
3.4.2 Učitelé ... 64
3.5 Diskuse výsledků ... 88
4 Závěr ... 92
Seznam použité literatury ... 95
Přílohy ... 96

1 Úvod

1.1 Motivace

Schopnost řešení fyzikálních úloh je dle názoru autorky práce kruciální kompetence, kterou by měl libovolný student střední školy ovládat. S řešením problémů, ať už fyzikálních nebo praktických, se bude v životě potýkat každý. Je proto nasnadě, že by studenti navštěvující libovolné vzdělávací instituce měli být problémům vystavováni a trénováni v jejich řešení. Tyto a mnohé další důvody vedly autorku k tomu, aby se v rámci bakalářské práce věnovala právě řešení fyzikálních problémů.

Tato práce též navazuje na již proběhlé výzkumy, např. Snětinová (2015), Kürtiová (2014). Dále je tato práce míněna jako předvýzkum většího výzkumu, který by zkoumal uvedenou problematiku také metodami kvantitativními, a nikoli výhradně kvalitativními, jak je tomu v této práci, a který by se zabýval problematikou řešení úloh šířeji a vztáhl ji na úlohy v elektronické Sbírce řešených úloh. Jeho cílem by mohlo být zjistit, jaký přístup studentům vyhovuje, a přizpůsobit podle toho řešení ve Sbírce.

1.2 Cíle práce

Hlavním cílem této práce je prozkoumat způsob, jak učitelé a studenti postupují při řešení početních fyzikálních úloh, a zdali je možné jejich přístup k řešení přiřadit k přístupům, které jsou popsány v literatuře zaměřující se na didaktiku fyziky, popřípadě jsou popsány jako obecné přístupy k řešení problémů v psychologické literatuře.

V rámci této práce se zkoumá, podle čeho lze rozeznat dva vybrané přístupy k řešení a zdali se studenti a učitelé při řešení dané úlohy drží čistě jednoho způsobu, či zdali přepínají mezi oběma způsoby, případně využijí další popsané přístup, které nebyly vybrány za hlavní téma tohoto výzkumu.

1.3 Postup

Nejprve bylo zapotřebí prostudovat doporučenou literaturu a sepsat stručný úvod do zkoumané problematiky, tedy jaké členění způsobů řešení fyzikálních úloh nalezneme v literatuře zabývající se didaktikou fyziky a popsat vybrané psychologické členění možných postupů při řešení problémů. Z časových důvodů nebyla v rámci této práce prováděna rešerše více psychologických přístupů k řešení problémů.

Dále bylo nutné vytipovat vhodné fyzikální úlohy a detailně analyzovat jejich řešení a určit, zda jsou vhodné pro uvedený výzkum, popřípadě pozměnit zadání úloh tak, aby výzkumu vyhovovaly.

Jakmile byly dva výše uvedené cíle uskutečněny, nastala příprava sběru dat od učitelů a studentů. Pro tento účel bylo opět nutné nastudovat potřebnou literaturu týkající se kvalitativního sběru dat, vybrat vhodné úlohy, na kterých bude provedeno testování, a v neposlední řadě získat učitele a studenty, kteří byli ochotni se výzkumu zúčastnit.

Po tomto kroku následoval sběr dat a jeho vyhodnocení metodami kvalitativní analýzy. Dále bylo zapotřebí získané výsledky řádně diskutovat a formulovat závěry plynoucí z výzkumu.

1.4 Struktura práce

Tato práce je členěná do čtyř kapitol. V první, tedy v tomto Úvodu, je uvedena motivace autorky, která hrála při výběru tématu práce značnou roli. Dále zde čtenář nalezne cíle práce, postup při jejím zpracovávání a její strukturu.

Ve druhé kapitole, která nese název *Teoretická část*, je uvedena teorie získaná z doporučené literatury a nutná k pochopení problematiky způsobů řešení fyzikálních úloh. Tato kapitola též obsahuje osm úloh vyřešených dvěma různými přístupy. Na konci této kapitoly jsou shrnuté obecné poznatky ke způsobům řešení.

Třetí kapitola s názvem *Výzkumná část* popisuje provedený kvalitativní výzkum, který studuje použití různých přístupů při řešení fyzikálních úloh, jež jsou shrnuté v kapitole 2. Výzkumná část na začátku obsahuje stručně shrnuté základy vybraných aspektů kvalitativního výzkumu podstatných pro tuto práci. Ve třetí kapitole je též uvedena diskuse výsledků výzkumu

Poslední kapitola, tedy Závěr, shrnuje výsledky práce. V ní čtenář nalezne odpovědi na výzkumné otázky.

2 Teoretická část

V první podkapitole této kapitoly s názvem *Úvod do řešení úloh* čtenář nalezne vymezení pojmu fyzikální úloha a další pojmy potřebné pro tuto práci, a popis vybraných přístupů k řešení úloh.

Druhá podkapitola nese název *Analýza konkrétních úloh*. Zde je uvedeno detailní zpracování osmi početních fyzikálních úloh. Toto zpracování se řídí teorií uvedenou v první podkapitole.

Detailní zpracování fyzikálních úloh bylo potřeba provést ještě před započetím samotného výzkumu, aby bylo možné vybrat pro studenty nejvhodnější úlohy a aby byla zjištěna případná úskalí, která se mohou vynořit při řešení úloh studenty. Dále toto zpracování slouží jako trénink pro autorku samotnou, aby při výzkumu mohla snáze a rychleji rozpoznávat jednotlivé přístupy k řešení, a čtenáři práce nabídne konkrétní ukázky zkoumaných způsobů řešení. Poslední podkapitola se jmenuje *Závěr k řešení úloh a* shrnuje poznatky ke dvěma základním přístupům k řešení úloh, které jsou získané na základě detailní analýzy úloh uvedené v druhé podkapitole.

2.1 Úvod do řešení úloh

Pod pojmem *fyzikální úloha* rozumí Svoboda (2006) „formulaci požadavku na činnost žáka, kterou plní za daných předpokladů a podmínek, a to poměrně složitou a bohatě strukturovanou aktivitou či tvůrčí činností“. Tato práce se zabývá výhradně *početními fyzikálními úlohami*, tedy takovými fyzikálními úlohami, ve kterých je nutné použít matematický aparát a fyzikální vztahy.

V této práci nejsou nerozlišovány pojmy *způsob řešení, přístup k řešení a metoda řešení*.

Fyzikální úlohy je dle Svobody zpravidla možno řešit následujícími způsoby: heuristickým rozhovorem, aritmeticky, geometricky, graficky a algebraicky. Cílem zkoumání této práce je právě algebraický způsob řešení fyzikálních úloh.

Svoboda popisuje *algebraický způsob řešení fyzikálních úloh* jako řešení úlohy obecně. Tím je myšleno to, že řešení probíhá pomocí značek fyzikálních veličin tak, aby výsledný vztah na jedné straně obsahoval hledanou veličinu a na druhé straně pouze zadané veličiny a konstanty, které je možné dohledat v tabulkách (získáme tedy tzv. „obecné řešení“). Algebraické řešení je považováno za náročné, neboť vyžaduje pokročilou schopnost abstraktního myšlení a vyšší matematické dovednosti. Při algebraickém řešení je možné použít buď *hotový vzorec* nebo úvahové řešení *analytickým* či *syntetickým* způsobem.

Použití hotového vzorce je možné zpravidla aplikovat na jednodušší úlohy, ve kterých lze najít zákonitost, která se dá vyjádřit jediným známým vzorcem. Touto metodou řešení se v této práci nebudeme dále zabývat.

Řešit úlohy *syntetickým způsobem* znamená postupovat od známého k neznámému. Student vychází z veličin, které jsou uvedeny v zadání úlohy, a na základě známých zákonitostí spojuje dané veličiny mezi sebou a odvozuje vztahy pro další veličiny. Takto postupuje, dokud neobdrží hledanou veličinu vyjádřenou pouze pomocí zadaných či známých veličin.

Při řešení úlohy *analytickým způsobem* se vychází od zákonitosti, která odpovídá na otázku v úloze. Zákonitost se zapíše matematickým vztahem, který na jedné straně obsahuje hledanou veličinu a za neznámé (nezadané) veličiny na druhé straně se postupně dosazuje, dokud druhá strana neobsahuje pouze zadané veličiny. Postupuje se tedy od hledaného ke známému.

Volf (1998) píše, že algebraický způsob řešení fyzikálních úloh se používá, pokud je při řešení potřeba spojit několik fyzikálních vztahů. Můžeme ještě poznamenat, že v průběhu řešení se může v dílčích vztazích vyskytnout i veličina, která není ani zadána, ale ani není naším úkolem ji určit. Taková veličina je buď postupně vyjádřena jinými veličinami, nebo se při úpravách rovnic vykrátí, protože hledaná veličina na ní nezávisí.

Syntetická metoda je dle Volfa jednodušší, ovšem její charakteristika je shodná se Svobodovou (2006) – tedy opět vycházíme z daných veličin a snažíme se dopracovat k hledané veličině.

Volf dále tvrdí, že syntetická metoda je vhodná především pro žáky základních škol, jelikož odpovídá základnímu pedagogickému principu „od známého k neznámému“. Nevýhodu vidí v tom, že při procesu řešení mohou žáci snadno zabloudit do slepých uliček. Volf přirovnává syntetický způsob řešení bludišti s mnoha křižovatkami, přičemž pouze jedna cesta vede k cíli. Žákům se tak může stát, že zabloudí a k cíli vůbec nedospějí.

Jádro analytické metody vidí Volf stejně jako Svoboda, tedy v nalezení takové zákonitosti, která odpovídá na otázku úlohy. Začíná se tedy „koncem“ úlohy. Pro žáky je tato metoda považována za obtížnější, neboť vyžaduje precizní analýzu situace, vhled do úlohy a odpovídající teoretické vědomosti.

Volf dále tvrdí, že aby byl řešitel úspěšný v analytické metodě, musí být schopen plánovat dopředu a rozložit si úlohu na dílčí jednodušší problémy. Ovládnutí analytické metody podle něho koresponduje se schopností řešit problémové fyzikální situace.

Výše je popsán přístup k řešení fyzikálních úloh, který zaujímají didaktici fyziky a který by měl být využíván při výuce fyziky na školách. Porovnejme výše popsané způsoby řešení fyzikálních úloh uváděné v didaktické literatuře s přístupem k řešení problémů v obecné psychologii, konkrétně tím, který popisuje Sternberg (2002). Řešení fyzikálních úloh je koneckonců jeden z typů problémů obecně. Právě proto je vhodně se zabývat tím, jestli řešení obecných problémů popsaných v psychologii lze aplikovat i na konkrétní problém, kterým je řešení fyzikálních úloh. V neposlední řadě je taktéž dobré zmínit, že řešením fyzikálních úloh studenti rozvíjejí kompetenci řešit libovolné problémy, třeba i ty vyskytující se v osobním životě.

Sternberg (2002) rozlišuje při řešení problémů čtyři tzv. heuristiky a vysvětluje jejich použití na dvou příkladech ze života. Vzhledem k tomu, že první příklad se vztahuje k problému, který by bylo třeba zde velmi podrobně rozebrat, uvedeme pouze druhý příklad, a to: Jak cestovat letecky z místa bydliště po co nejpřímější cestě.

- *Analýza prostředků a cílů* – řešitel analyzuje problém tím, že vnímá cíl, ke kterému potřebuje dospět. Snaží se zmenšit rozdíl mezi koncovou a současnou pozicí v prostoru problému. (Př. Snažíme se minimalizovat vzdálenost mezi domovem a cílem.)
- *Postupování dopředu* – řešitel postupuje od začátku ke konci. (Př. Zjistíme všechny možné letecké trasy vedoucí z místa bydliště a vybíráme ty, které mají nejlepší přípoje do cíle.)
- *Postupování pozpátku* – řešitel začíná na konci a snaží se dostat na začátek. (Př. Najdeme všechny možné linky létající do cílové oblasti

a zjišťujeme, která z nich má nejvýhodnější přípoj z místa našeho bydliště.)

- *Produkování nápadů a jejich testování* – řešitel produkuje mnoho alternativních postupů (ne nutně systematicky) a zkouší, jestli fungují. (Př. Zjistíme všechny možné linky vedoucí z místa bydliště a mezi nimi vybíráme ty, které končí v cílové oblasti.)

Porovnáním obou uvedených přístupů, tj. didaktického a psychologického je možné si povšimnout, že zde nalezneme podobnosti. Sternbergovo *postupování dopředu* odpovídá Svobodovu *syntetickému způsobu* a *postupování pozpátku* zase *analytickému způsobu*. Tyto dva způsoby, resp. heuristiky a jejich odlišení jsou klíčové pro celou práci. Zbylé dvě Sternbergovy heuristiky sice nemají přímou analogii v didaktickém dělení a Svobodův způsob řešení úloh *užitím hotového vzorce* nelze ztotožnit s některou ze Sternbergových heuristik), avšak to neznamená, že je při výzkumu můžeme zcela opominout. Studenti či učitelé je mohou při řešení úloh použít. Dále je také si třeba uvědomit, že se může stát, že respondenti nebudou postupovat „čistě" synteticky či analyticky, ale bude se jednat například o směs syntetického a analytického přístupu. Analýza konkrétních úloh

V tomto oddíle je uvedeno osm obtížnějších středoškolských úloh, které byly vybrány ze Sbírky úloh z fyziky pro žáky středních škol (Kružík, 1984) a z elektronické Sbírky řešených úloh (KDF MFF UK, nedatováno). Tyto úlohy byly vybrané z různých témat probíraných na střední škole a základním kritériem jejich výběru bylo, aby je bylo možné řešit jak čistě syntetickým, tak čistě analytickým způsobem.

Ne všechny typy úloh však jsou pro následující výzkum vhodné. V obou zdrojích se často vyskytovaly buď úlohy velmi jednoduché, nebo naopak dosti složité.

Na řešení velmi jednoduchých úloh se aplikuje pouze přístup nazvaný ve Svobodovi (2006) jako *dosazení do hotového vzorce*. Jelikož ale zkoumání tohoto způsobu řešení není předmětem této práce, byly tyto úlohy z výběru vyloučeny.

Opačný extrém se vyskytuje hlavně u úloh v elektronické sbírce. Některé zajímavé úlohy jsou složitě zadané. Jsou to například tzv. *context rich problems* (Snětinová, 2015), tedy úlohy zadané krátkým příběhem a jejich obsahem jsou reálné fyzikální problémy ze života. Hlavním důvodem, proč takové úlohy byly z výběru vyloučeny, byla skutečnost, že by pro středoškolské studenty mohly být neobvyklé a velmi složité. Existovala zde tedy obava, zda by je studenti dokázali vůbec samostatně vyřešit.

Často lze také nalézt úlohy, jejichž zadání je ve formě několika podotázek, které ovšem řešitele tlačí do jediného způsobu řešení, a to obvykle syntetického způsobu. I tyto úlohy byly z výběru vyloučeny.

Níže uvedené řešení každé z osmi úloh je členěno vždy do pěti oddílů:

1. **Zadání úlohy:** v tomto oddíle je uvedeno celé zadání úlohy. Dále je na konci zadání uveden zdroj, ze kterého byla úloha přejata.
2. **Zápis a značení (popřípadě obrázek):** Zde je uvedeno značení zadaných veličin a hledané veličiny (řešitelé úloh si jednotlivé veličiny můžou označit jinak, než je tomu v této práci, na řešení samotném to však nic nemění), značení a hodnota veličin nalezených v Matematických, fyzikálních a chemických tabulkách pro střední školy (1988) a značení veličin, které se v průběhu řešení objevují, ale jejichž hodnoty nejsou v zadání uvedené. Dále je do tohoto oddílu zařazen i případný obrázek či nákres řešené situace. Tato úvodní část je společná pro oba dále uvedené přístupy k řešení dané úlohy. Obrázky uvedené u úloh ze Sbírky jsou převzaté přímo ze Sbírky samotné, obrázky uvedené u úloh z Kružíka jsou vytvořeny v programu CorelDraw X7.
3. **Syntetický způsob:** v tomto oddílu je uvedeno řešení úlohy čistě syntetickým způsobem. Vycházíme tedy z veličin zadaných ve znění úlohy a postupným vyjadřováním se dopracováváme k hledané neznámé.
4. **Analytický způsob:** v tomto oddílu je úloha řešena striktně analytickým způsobem. Vycházíme se ze vztahu, který obsahuje hledanou neznámou veličinu a postupným dosazováním za ostatní neznámé a nezadané veličiny dostáváme vztah obsahující pouze zadané nebo známé veličiny a hledanou veličinu. Tento vztah by měl být shodný se vztahem, ke kterému jsme dospěli syntetickým způsobem v předcházejícím oddílu.

5. **Číselné dosazení a odpověď:** v posledním oddílu, který je opět společný pro oba přístupy, je zaznamenáno číselné řešení úlohy dosazením zadaných veličin do výsledného vztahu, a to včetně převodu veličin a jejich jednotek. Odpověď pak už pouze slovně shrnuje výsledek úlohy.

Je nutné ještě zdůraznit, že níže uvedená řešení úloh nejsou řešení, kterými by je řešila autorka práce, ani její představa, jak by se dané úlohy měly řešit či jak by je měli řešit studenti. Níže uvedená řešení jsou chápány jako rozbor udělaný tak, aby byly použity oba přístupy v co nejčistší možné podobě, a tím vynikly rozdíly mezi nimi.

2.1.1 Úloha č. 1: Solení jezera

Zadání úlohy

Do jezera s průměrnou hloubkou 10 m a plochou 10 km^2 byla nasypána lžička soli (cca 2 g). Předpokládáme, že sůl se v jezeře rozpustila rovnoměrně. Kolik iontů sodíku bude obsaženo v jedné lžičce jezerní vody (cca 5 ml)? *(Sbírka, kód 338)*

Zápis a značení

h = 10 m	hloubka jezera
S = 10 km^2	plocha jezera
m = 2 g	hmotnost soli v jedné lžičce
V_l = 5 ml	objem lžičky
N_l = ?	počet iontů sodíku v jedné lžičce jezerní vody
Z tabulek	
A_r (Na) = 23,0	relativní atomová hmotnost sodíku
A_r (Cl) = 35,5	relativní atomová hmotnost chloru
$m_u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg	atomová hmotnostní konstanta
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}	Avogadrova konstanta
M_m(NaCl) = 58,44 g·mol^{-1}	molární hmotnost chloridu sodného
Značení dalších veličin během řešení	
N (NaCl)	celkový počet molekul soli v jedné lžičce soli
N (Na^+)	celkový počet iontů sodíku v jedné lžičce soli
m_0	hmotnost jedné molekuly

Syntetický způsob

Ze zadání můžeme rovnou určit objem jezera jako

$$V = Sh. \qquad 1.1.$$

Dále je možné ze zadání určit počet iontů sodíku ve dvou gramech soli. Musíme v tabulkách nalézt relativní atomovou hmotnost sodíku a chloru a určit relativní molekulovou hmotnost soli.

$$M_{\mathrm{r}}(\mathrm{NaCl}) = A_{\mathrm{r}}(\mathrm{Na}) + A_{\mathrm{r}}(\mathrm{Cl}) \qquad 1.2.$$

Počet molekul chloridu sodného je možné určit dvěma způsoby:

- použitím atomové hmotnostní konstanty:

$$N = \frac{m}{m_0} = \frac{m}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{NaCl})m_{\mathrm{u}}}, \qquad 1.3.$$

- použitím Avogadrovy konstanty a molární hmotnosti chloridu sodného:

$$N = \frac{mN_{\mathrm{A}}}{M_{\mathrm{m}}(\mathrm{NaCl})} = \frac{mN_{\mathrm{A}}}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{NaCl}) \cdot 10^{-3}}. \qquad 1.4.$$

Každá molekula chloridu sodného obsahuje právě jeden iont sodíku. Platí tedy, že počet molekul chloridu sodného NaCl je roven počtu sodíkových iontů.

V zadání je řečeno, že se sůl rovnoměrně rozpustí v celém objemu jezera. Koncentrace sodíkových iontů v jezeře a ve lžičce jezerní vody stejná. Platí tedy rovnost

$$\frac{N}{V} = \frac{N_{\mathrm{l}}}{V_{\mathrm{l}}}. \qquad 1.5.$$

K této rovnici je možné se dostat pomocí výše zmíněné úvahy o koncentraci, je ovšem možné použít i trojčlenku čím větší objem vody, tím větší počet iontů, a tak uvedený vztah získat.

Pro počet sodíkových iontů ve lžičce jezerní vody tedy platí

$$N_{\mathrm{l}} = \frac{N}{V}V_{\mathrm{l}} = \frac{m}{A_{\mathrm{r}}(\mathrm{NaCl})m_{\mathrm{u}}}\frac{V_{\mathrm{l}}}{Sh} = \frac{m}{[A_{\mathrm{r}}(\mathrm{Na}) + \mathrm{A}_{\mathrm{r}}(\mathrm{Cl})]m_{\mathrm{u}}}\frac{V_{\mathrm{l}}}{Sh} \qquad 1.6.$$

Analytický způsob

Při řešení této úlohy analytickým způsobem musíme nalézt výraz, na jehož jedné straně je neznámý počet sodíkových iontů v čajové lžičce. K takovému výrazu se dostaneme úvahou o stejnoměrném rozpuštění chloridu sodného v jezerní vodě. Vycházíme tedy ze vztahu

$$\frac{N}{V} = \frac{N_{\mathrm{l}}}{V_{\mathrm{l}}}, \text{resp. } N_{\mathrm{l}} = \frac{N}{V}V_{\mathrm{l}}. \qquad 1.7.$$

Na pravé straně rovnice (1.7.) se vyskytují dvě neznámé, a to počet iontů sodíku v jezeře a objem jezera. Objem lžičky je daný v zadání. Objem vody v jezeře je možné získat z hodnot plochy jezera a jeho průměrné hloubky jako

$$V = Sh. \qquad 1.8.$$

Jedna molekula chloridu sodného obsahuje právě jeden iont sodíku Na^{+}, počet molekul chloridu sodného bude tedy roven počtu sodíkových iontů. Počet molekul NaCl je stejně jako v syntetickém způsobu možné získat dvěma způsoby:

- použitím atomové hmotnostní jednotky:

$$N = \frac{m}{m_0} = \frac{m}{A_\mathrm{r}(\mathrm{NaCl})m_\mathrm{u}}, \qquad 1.9.$$

- použitím Avogadrovy konstanty a molární hmotnosti chloridu sodného:

$$N = \frac{mN_\mathrm{A}}{M_\mathrm{m}(\mathrm{NaCl})} = \frac{mN_\mathrm{A}}{A_\mathrm{r}(\mathrm{NaCl}) \cdot 10^{-3}}. \qquad 1.10.$$

Po dosazení do výchozího vztahu (1.7.) pak získáváme

$$N_\mathrm{l} = \frac{N}{V}V_\mathrm{l} = \frac{m}{A_\mathrm{r}(\mathrm{NaCl})m_\mathrm{u}}\frac{V_\mathrm{l}}{Sh} = \frac{m}{[A_\mathrm{r}(\mathrm{Na}) + \mathrm{A}_\mathrm{r}(\mathrm{Cl})]m_\mathrm{u}}\frac{V_\mathrm{l}}{Sh} \qquad 1.11.$$

Číselné dosazení a odpověď

$$N_\mathrm{l} = \frac{m}{[A_\mathrm{r}(\mathrm{Na}) + \mathrm{A}_\mathrm{r}(\mathrm{Cl})]m_\mathrm{u}}\frac{V_\mathrm{l}}{Sh}$$

$$N_\mathrm{l} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}}{[23{,}0 + 35{,}5] \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{10 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}^2 \cdot 10\ \mathrm{m}} = 1 \cdot 10^{9} \qquad 1.12.$$

V jedné lžičce jezerní vody se bude nacházet 10^9 iontů sodíku.

2.1.2 Úloha č. 2: Brždění elektromotoru

Zadání úlohy

Výkon elektromotoru 3 kW má být jištěn třecí brzdou, která mění mechanickou energii na teplo. Určete potřebný objem chladící vody, která musí protéct brzdou za jednu minutu, jestliže se teplota vody může zvýšit maximálně o 30 °C. *(Kružík, str. 131, př. 678)*

Zápis a značení

P = 3 kW	výkon elektromotoru
V = ?	objem chladicí kapaliny (vody)
Δt = 30 °C	změna teploty
τ = 1 min = 60 s	čas
Z tabulek	
ρ = 1000 $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$	hustota vody
c = 4200 $\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot {}^\circ C^{-1}}$	měrná tepelná kapacita vody
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
W	práce vykonaná elektromotorem za zadaný čas
Q	teplo, na které se přemění mechanická práce W

Syntetický způsob

Při řešení úlohy syntetickým způsobem vycházíme z veličin zadaných ve znění úlohy. Zde máme zadaný výkon elektromotoru, o kterém víme, že s prací vykonanou elektromotorem souvisí vztahem

$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{Q}{\tau}, \qquad 2.1.$$

Předpokládáme, že veškerá práce vykonaná elektromotorem se přemění na teplo.

Ze vztahu (2.1.) umíme určit teplo, jelikož máme zadaný jak výkon elektromotoru, tak čas τ:

$$P\tau = Q. \qquad 2.2.$$

Pro teplo Q dodané látce o hmotnosti m, aby se ohřála o Δt, platí vztah

$$Q = mc\Delta t. \qquad 2.3.$$

V rovnici (2.3.) známe měrnou tepelnou kapacitu vody a změnu teploty.

Porovnáním vztahů (2.2.) a (2.3.) získáme

$$P\tau = mc\Delta t. \qquad 2.4.$$

V této rovnici se ale stále nevyskytuje hledaný objem. Ten získáme z hmotnosti pomocí hustoty vody

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V, \qquad 2.5.$$

a dosadíme do rovnice (2.4).

$$P\tau = \rho V c\Delta t \qquad 2.6.$$

Nyní stačí vyjádřit hledaný objem vody

$$V = \frac{P\tau}{\rho c\Delta t} \qquad 2.7.$$

Analytický způsob

Nalezneme vztah, který na jedné straně obsahuje přímo hledanou veličinu, tedy objem. Vyjdeme z definičního vztahu pro hustotu vody a vyjádříme z něj objem

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{tedy } V = \frac{m}{\rho} \qquad 2.8.$$

V tomto vztahu známe hustotu vody – tu najdeme v tabulkách. Neznáme ovšem hmotnost chladicí kapaliny. Víme ovšem, že voda se bude při brždění ohřívat. Musíme tedy nějak spojit množství vody (hmotnost) s teplem, které při ohřívání přijme. Pro teplo Q dodané látce o hmotnosti m, aby se ohřála o Δt

$$Q = mc\Delta t, \qquad 2.9.$$

tedy

$$m = \frac{Q}{c\Delta t}. \qquad 2.10.$$

Dosadíme do výchozího vztahu (2.8.)

$$V = \frac{Q}{\rho c\Delta t}. \qquad 2.11.$$

Ve vztahu (2.11.) se nám stále vyskytuje jedna neznámá veličina, a to teplo Q. Předpokládáme, že veškerá práce se přemění na teplo, můžeme jej tedy určit pomocí zadaného výkonu

$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{Q}{\tau}, \text{tedy } Q = P\tau. \qquad 2.12.$$

Dosadíme do rovnice (2.12.) a získáme tím výsledný vztah pro určení objemu chladicí kapaliny

$$V = \frac{P\tau}{\rho c \Delta t} \qquad 2.13.$$

Číselné dosazení a odpověď

$$V = \frac{P\tau}{\rho c \Delta t} = \frac{3 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{°C}^{-1} \cdot 30 \text{ °C}} = 0{,}0014 \text{ m}^3 = 1{,}4 \text{ l} \qquad 2.14.$$

Na chlazení elektromotoru je zapotřebí použít 1,4 l vody za minutu.

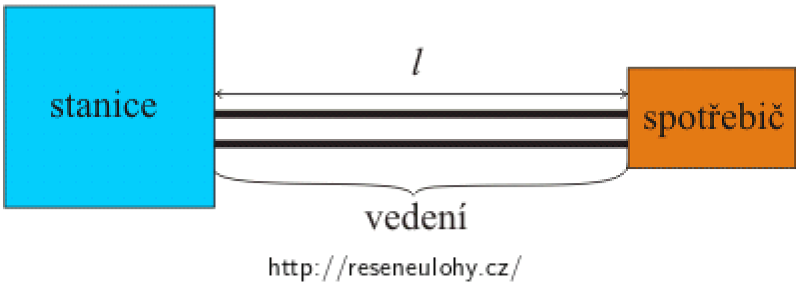
2.1.3 Úloha č. 3: Dvouvodičové vedení

Zadání úlohy

Výstupní napětí na elektroinstalaci je 5,6 kV. Spotřebič je ve vzdálenosti 10 km od stanice. Určete průřez měděného vodiče, který je nutno použít pro dvouvodičové vedení mezi elektroinstalací a spotřebičem, je-li proud 20 A a ztráty napětí ve vodičích nesmí přesáhnout 3 %. *(Sbírka, kód 1081)*

Zápis, značení a obrázek

U_v = 5,6 kV	výstupní napětí
l = 10 km	vzdálenost spotřebiče od elektroinstalace
I = 20 A	proud v elektroinstalaci
2η = 3 %	ztráty na dvou vodičích
S = ?	průřez vodiče
Z tabulek	
ρ = 0,018 μΩm	měrný elektrický odpor mědi
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
U	napětí na jednom vodiči



Obr. 3.1: Dvouvodičové vedení

Syntetický způsob

Při řešení této úlohy syntetickým způsobem začneme od toho, že máme zadané napětí na elektroinstalaci (neboli výstupní napětí) a maximální povolené ztráty ve vodičích. Musíme si jen uvědomit, že uvedené ztráty se týkají dvouvodičového vedení, čili dvou vodičů. Povolené ztráty na jednom vodiči pak musí být maximálně 1,5 %.

Napětí na vodiči vyjádříme pomocí povolených ztrát a výstupního napětí. Bude tedy platit

$$U = \eta U_{\mathrm{v}}. \qquad 3.1.$$

Ze zadaného proudu a spočítaného napětí na vodiči umíme vyjádřit elektrický odpor vodiče

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\eta U_{\mathrm{v}}}{I}. \qquad 3.2.$$

Dále si uvědomíme, že elektrický odpor vodiče konstantního průřezu se dá vyjádřit pomocí jeho rozměrů vztahem

$$R = \frac{\rho l}{S}. \qquad 3.3.$$

Porovnáním vztahů (3.2.) a (3.3.) získáme

$$\frac{U_{\mathrm{v}}\eta}{I} = \frac{\rho l}{S}. \qquad 3.4.$$

Nyní stačí vyjádřit hledaný průřez vodiče S

$$S = \frac{\rho l I}{\eta U_{\mathrm{v}}}. \qquad 3.5.$$

Analytický způsob

Při analytickém způsobu řešení vyjdeme ze vztahu

$$S = \frac{\rho l}{R}, \qquad 3.6.$$

který jsme získali ze závislosti elektrického odporu na průřezu drátu

$$R = \frac{\rho l}{S}. \qquad 3.7.$$

Ve vztahu (3.6.) známe měrný elektrický odpor a délku. Neznáme odpor vodiče, který určíme z Ohmova zákona

$$R = \frac{U}{I}. \qquad 3.8.$$

Dosadíme do vztahu 3.6. a tím obdržíme vztah

$$S = \frac{\rho l I}{U}. \qquad 3.9.$$

Ani ve vztahu (3.9.) však nemáme zadané všechny veličiny. Neznáme napětí na vodiči, které ovšem můžeme určit z napětí na elektroinstalaci (výstupního napětí) a povolených napěťových ztrát, tedy

$$U = \eta U_{\mathrm{v}}. \tag{3.10.}$$

Nyní dosadíme do vztahu 3.9.

$$S = \frac{\rho l}{R} = \frac{\rho l I}{U} = \frac{\rho l I}{\eta U_{\mathrm{v}}} \tag{3.11.}$$

Číselné dosazení a odpověď

$$\begin{aligned} S = \frac{\rho l I}{U_{\mathrm{v}} \eta} = \frac{0{,}018 \cdot 10^{-6}\ \Omega\mathrm{m} \cdot 10^{4}\ \mathrm{m} \cdot 20\ \mathrm{A}}{5{,}6 \cdot 10^{3}\ \mathrm{V} \cdot 0{,}015} = \\ = 4{,}3 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2 = 43\ \mathrm{mm}^2 \end{aligned} \tag{3.12.}$$

Průřez drátu musí být alespoň 43 mm^2.

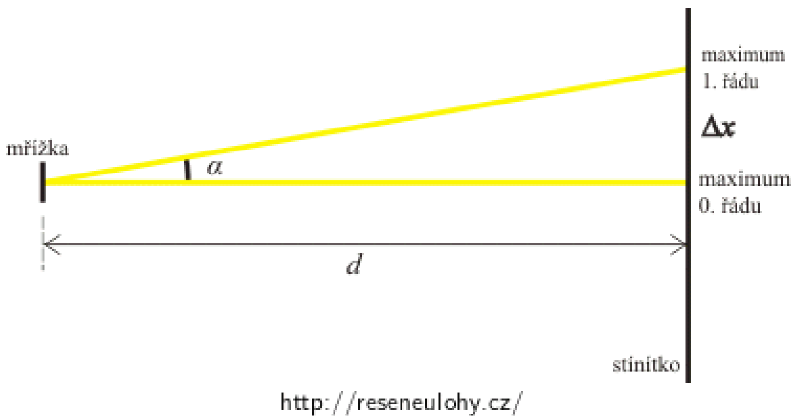
2.1.4 Úloha č. 4: Výpočet vrypů na 1 mm

Zadání úlohy

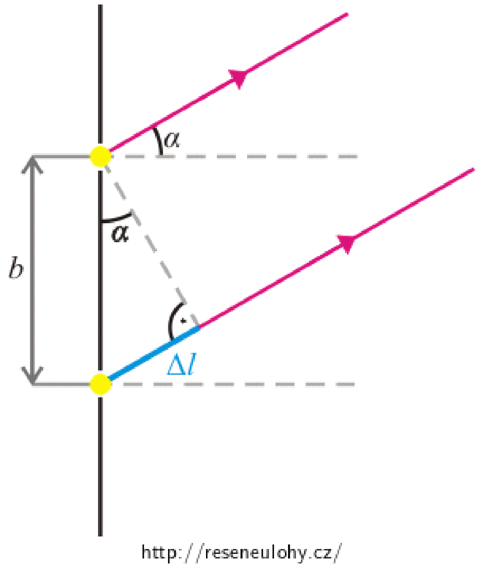
Na optickou mřížku dopadá kolmo monofrekvenční žluté světlo o vlnové délce 589 nm. Na stínítku vzdáleném 1 m od mřížky se maximum prvního řádu vytvoří ve vzdálenosti 5 cm od maxima nultého řádu. Určete počet vrypů připadajících na 1 mm této mřížky. *(Sbírka, kód 1622)*

Zápis, značení a obrázek

$\lambda = 589\ \mathrm{nm}$	vlnová délka dopadajícího světla
$d = 1\ \mathrm{m}$	vzdálenost mřížky od stínítka
$k = 1$	řád maxima
$\Delta x = 5\ \mathrm{cm}$	vzdálenost prvního maxima od nultého maxima
$N = ?$	počet vrypů na 1 mm
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
α	úhel odchýlení prvního maxima od nultého maxima
Δl	dráhový rozdíl paprsků ze dvou sousedních štěrbin mřížky
b	mřížková konstanta



Obr. 4.1: Ohyb světla na mřížce



Obr. 4.2: Dráhový rozdíl paprsků ze sousedních štěrbin mřížky

Syntetický způsob

Ze zadání a z obrázku 4.1 můžeme určit úhel α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta x}{d} \qquad 4.1.$$

Z obrázku 4.2 určíme vztah pro dráhový rozdíl dvou sousedních paprsků

$$\Delta l = b \sin \alpha . \qquad 4.2.$$

Pro malé úhly α můžeme provést přibližný vztah

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha , \qquad 4.3.$$

podle kterého pro sinus úhlu α platí

$$\sin \alpha \approx \frac{\Delta x}{d} . \qquad 4.4.$$

Ze zadání dále víme, kde se v uvedeném místě stínítka nachází maximum. Napíšeme tedy podmínku, která musí platit pro dráhový rozdíl, aby při interferenci vzniklo maximum

$$\Delta l = k\lambda . \qquad 4.5.$$

Nyní spojíme vztahy (4.2.) a (4.5.)

$$k\lambda = b \sin \alpha \qquad 4.6.$$

a dostaneme tzv. mřížkovou rovnici, ve které ovšem ještě neznáme mřížkovou konstantu b.

Pro hledaný počet vrypů na jeden milimetr mřížky platí

$$N = \frac{10^{-3}}{b}, \tag{4.7.}$$

odkud si vyjádříme mřížkovou konstantu b:

$$b = \frac{10^{-3}}{N}. \tag{4.8.}$$

Do mřížkové rovnice (4.6.) dosadíme vztahy (4.4.) a (4.8.) a tím získáme

$$k\lambda = b \sin\alpha \approx \frac{10^{-3}}{N}\frac{\Delta x}{d}. \tag{4.9.}$$

Nyní stačí vyjádřit hledaný počet vrypů na 1 mm

$$N \approx \frac{10^{-3}}{k\lambda}\frac{\Delta x}{d} \tag{4.10.}$$

Analytický způsob

Při řešení analytickým způsobem vyjdeme ze vztahu pro hledaný počet vrypů na 1 mm

$$N = \frac{10^{-3}}{b}. \tag{4.11.}$$

Vztah (4.11.) obsahuje neznámou mřížkovou konstantu b, kterou je ovšem možné vyjádřit z mřížkové rovnice, jež se dá odvodit z obrázku 4.2:

$$\Delta l = b \sin\alpha. \tag{4.12.}$$

Vyjádřením b získáváme

$$b = \frac{\Delta l}{\sin\alpha}. \tag{4.13.}$$

Ve vztahu (4.13.) neznáme ani dráhový rozdíl, ani úhel α.

Aby na stínítku vzniklo maximum, musí pro dráhový rozdíl platit podmínka

$$\Delta l = k\lambda, \tag{4.14.}$$

aby na stínítku vzniklo maximum.

Úhel α umíme určit z obrázku 4.1

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta x}{d}. \tag{4.15.}$$

Pro malé úhly α můžeme napsat přibližný vztah

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha, \tag{4.16.}$$

vidíme tedy, že pro sinus úhlu α platí vztah

$$\sin \alpha \approx \frac{\Delta x}{d}. \tag{4.17.}$$

Dosazením do výchozího vztahu (4.11.) získáváme výsledný vztah

$$N = \frac{10^{-3}}{b} = \frac{10^{-3}}{\Delta l} \sin \alpha = \frac{10^{-3}}{k\lambda} \sin \alpha \approx \frac{10^{-3}}{k\lambda} \frac{\Delta x}{d} \tag{4.18.}$$

Číselné dosazení a odpověď

$$N = \frac{10^{-3}}{k\lambda} \left(\frac{\Delta x}{d} \right) \approx \frac{10^{-3}\ \mathrm{m}}{1 \cdot 589 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} \frac{5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{m}} \approx 85 \tag{4.19.}$$

Na jeden milimetr mřížky připadá asi 85 vrypů.

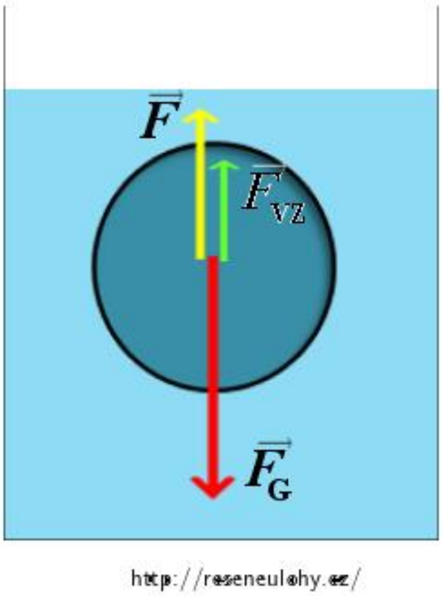
2.1.5 Úloha č. 5: Hustota koule

Zadání úlohy

Koule o hmotnosti 5,67 kg je ponořena do vody a napíná lano, na kterém visí, silou o velikosti 50,7 N. Určete hustotu koule. *(Sbírka, kód 1029)*

Zápis, značení a obrázek

m = 5,67 kg	hmotnost koule
F = 50,7 N	velikost síly, kterou je napínáno lano
ρ = ?	hustota koule
Z tabulek	
ρ_v = 1000 kg·m^{-3}	hustota vody
g = 9,81 m·s^{-2}	tíhové zrychlení
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
F_G	velikost tíhové síly působící na kouli
F_{vz}	velikost vztlakové síly působící na kouli
V	objem koule



Obr. 5.1: Nákres situace

Syntetický způsob

Z obr. 5. 1 vidíme, že pro velikost síly, která napíná vlákno, platí

$$F = F_{\mathrm{G}} - F_{\mathrm{vz}}. \tag{5.1.}$$

Velikost tíhové síly můžeme určit jako

$$F_{\mathrm{G}} = mg. \tag{5.2.}$$

Velikost vztlakové síly určíme pomocí vztahu

$$F_{\mathrm{vz}} = V\rho_{\mathrm{v}}g. \tag{5.3.}$$

Za neznámý objem koule ve vztahu (5.3.) můžeme dosadit z definičního vztahu pro hustotu:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}. \tag{5.4.}$$

Pro velikost vztlakové síly působící na kouli tedy platí

$$F_{\mathrm{vz}} = V\rho_{\mathrm{v}}g = \frac{m}{\rho}\rho_{\mathrm{v}}g. \tag{5.5.}$$

Ve vztahu (5.5.) se vyskytuje hledaná neznámá hustota koule, ostatní veličiny jsou známé.

Dosadíme tedy za obě síly působící na kouli do vztahu (5.1.)

$$F = F_{\mathrm{G}} - F_{\mathrm{vz}} = mg - V\rho_{\mathrm{v}}g = mg - \frac{m}{\rho}\rho_{\mathrm{v}} \tag{5.6.}$$

a vyjádříme neznámou hustotu ρ

$$\rho = \frac{m\rho_{\mathrm{v}}g}{mg - F}. \tag{5.7.}$$

Analytický způsob

Při analytickém způsobu řešení této úlohy vyjdeme z definičního vztahu pro hustotu:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{5.8.}$$

Hmotnost koule je známa, neznáme však její objem. O tom víme, že na něm závisí vztlaková síla působící na ponořenou kouli

$$F_{\mathrm{vz}} = V\rho_{\mathrm{v}}g. \tag{5.9.}$$

Objem koule lze tedy vyjádřit jako

$$V = \frac{F_{\mathrm{vz}}}{\rho_{\mathrm{v}} g} \tag{5.10.}$$

a po dosazení do výchozího vztahu (5.8.) získáme

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m\rho_{\mathrm{v}} g}{F_{\mathrm{vz}}} \tag{5.11.}$$

V rovnici (5.11.) známe veličiny vyskytující se ve jmenovateli, neznáme však velikost vztlakové síly. Tu ovšem umíme zjistit z obrázku 5.1 pomocí vztahu

$$F_{\mathrm{vz}} = F_{\mathrm{G}} - F, \tag{5.12.}$$

kde máme zadanou velikost síly F, kterou je napínán provázek, a umíme určit velikost tíhové síly jako

$$F_{\mathrm{G}} = mg \tag{5.13.}$$

Po dosazení do rovnice (5.11.) získáváme výsledný vztah pro neznámou hustotu koule

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m\rho_{\mathrm{k}} g}{F_{\mathrm{vz}}} = \frac{m\rho_{\mathrm{k}} g}{F_{\mathrm{G}} - F} = \frac{m\rho_{\mathrm{k}} g}{mg - F} \tag{5.14.}$$

Číselné dosazení a odpověď

$$\rho = \frac{m\rho_{\mathrm{k}} g}{mg - F} = \frac{5{,}67\ \mathrm{kg} \cdot 1000\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}}{5{,}67\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} - 50{,}7\ \mathrm{N}} \doteq \\ \doteq 11\ 300\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \tag{5.15.}$$

Hustota koule je přibližně 11 300 kg·m^{-3}. Tato hodnota odpovídá hustotě olova.

2.1.6 Úloha č. 6: Změna ztrát při změně průřezu

Zadání úlohy

Vedení o délce 200 m předá výkon 22 kV při napětí 220 V. Plošný obsah průřezu drátů je $10\ \mathrm{mm^2}$, měrná vodivost drátů je $35 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$. O kolik procent se zmenší ztráty ve vedení, jestliže plošný obsah průřezu drátů zvětšíme na $25\ \mathrm{mm^2}$? *(Kružík str. 243, př. 1310)*

Zápis a značení

l = 200 m	délka vedení
P = 22 kV	výkon
U = 220 V	napětí na vedení
$\sigma = 35 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$	měrná vodivost drátů
$S_1 = 10\ \mathrm{mm^2}$	plošný obsah průřezu tenčího vodiče
$S_2 = 25\ \mathrm{mm^2}$	plošný obsah průřezu tlustšího vodiče
p	Počet procent, o který se zmenší ztráty
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
I	elektrický proud ve vodiči
R_1, R_2	elektrický odpor tenčího vodiče, resp. tlustšího vodiče
ρ	měrný elektrický odpor
P_{1Z},P_{2Z}	ztráty na vedení při použití tenčího vodiče, resp. tlustšího vodiče

Syntetický způsob

Ze zadání umíme určit proud tekoucí vodičem pomocí zadaného výkonu a napětí

$$P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U}. \qquad 6.1.$$

Dále umíme určit odpor tenčího a širšího vodiče pomocí vztahů

$$R_1 = \frac{\rho l}{S_1}, \qquad 6.2.$$

$$R_2 = \frac{\rho l}{S_2}. \qquad 6.3.$$

Pro měrný elektrický odpor platí

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \qquad 6.4.$$

Pro elektrický odpor tenčího a širšího vodiče tedy bude platit

$$R_1 = \frac{\rho l}{S_1} = \frac{l}{\sigma S_1}, \qquad 6.5.$$

$$R_2 = \frac{\rho l}{S_2} = \frac{l}{\sigma S_2}. \qquad 6.6.$$

Nyní tedy umíme určit elektrické ztráty v tenčím a širším vodiči pomocí získaného proudu a odporu

$$P_{1\mathrm{Z}} = R_1 I^2 = \frac{l}{\sigma S_1} I^2, \qquad 6.7.$$

$$P_{2\mathrm{Z}} = R_2 I^2 = \frac{l}{\sigma S_2} I^2. \qquad 6.8.$$

O kolik procent se zmenší ztráty, určíme přes úvahu, kolikrát jsou ztráty při použití tlustšího vodiče menší než ztráty při použití tenčího vodiče:

$$\frac{P_{2\mathrm{Z}}}{P_{1\mathrm{Z}}} = \frac{\frac{l}{\sigma S_2} I^2}{\frac{l}{\sigma S_1} I^2} = \frac{S_1}{S_2}. \qquad 6.9.$$

Nyní nové ztráty musíme odečíst od jedničky, abychom zjistili, o kolik procent se ztráty zmenší

$$p = 1 - \frac{P_{2\mathrm{Z}}}{P_{1\mathrm{Z}}} = 1 - \frac{S_1}{S_2}. \qquad 6.10.$$

Analytický způsob

To, o kolik procent se zmenší ztráty, vyjádříme tak, že od jedničky odečteme poměr mezi ztrátami při použití tlustšího vodiče a tenčího vodiče

$$p = 1 - \frac{P_{2\mathrm{Z}}}{P_{1\mathrm{Z}}}. \qquad 6.11.$$

Ztráty v tenčím a širším vodiči neznáme, umíme je však vyjádřit pomocí elektrického odporu a proudu

$$P_{1\mathrm{Z}} = R_1 I^2, \tag{6.12.}$$

$$P_{2\mathrm{Z}} = R_2 I^2. \tag{6.13.}$$

Elektrický odpor vodičů určíme pomocí měrného elektrického odporu, délky a obsahu průřezu drátu

$$R_1 = \frac{\rho l}{S_1}, \tag{6.14.}$$

$$R_2 = \frac{\rho l}{S_2}. \tag{6.15.}$$

V rovnicích (6.14.), resp. (6.15.) neznáme měrný elektrický odpor, umíme jej však určit pomocí měrné vodivosti drátů, jejíž hodnota je uvedena v zadání

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \tag{6.16.}$$

Elektrický proud získáme ze zadaného výkonu a napětí na vodiči

$$I = \frac{P}{U}. \tag{6.17.}$$

Po dosazení do výchozího vztahu (6.11.) tak získáváme

$$\frac{P_{2\mathrm{Z}}}{P_{1\mathrm{Z}}} = \frac{\frac{\rho l}{S_2} I^2}{\frac{\rho l}{S_1} I^2} = \frac{\frac{l}{\sigma S_2}\left(\frac{P}{U}\right)^2}{\frac{l}{\sigma S_1}\left(\frac{P}{U}\right)^2} = \frac{S_1}{S_2}. \tag{6.18.}$$

Číselné dosazení a odpověď

$$p = 1 - \frac{P_{2\mathrm{Z}}}{P_{1\mathrm{Z}}} = 1 - \frac{S_1}{S_2} = 1 - \frac{10 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}}{25 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} = 1 - 0{,}4 = 0{,}6 = 60\ \% \tag{6.19.}$$

Ztráty se zmenší o 60 %.

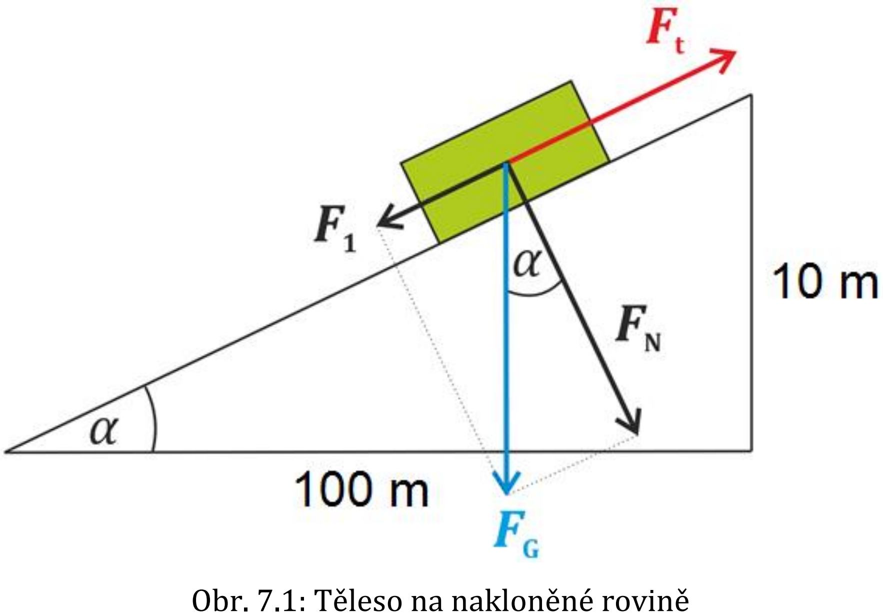
2.1.7 Úloha č. 7: Zrychlení autobusu při jízdě do kopce

Zadání úlohy

S jakým stálým zrychlením se bude rozjíždět autobus o hmotnosti 60 t do svahu se stoupáním 10 %, jestliže se po vodorovné silnici stejnou tahovou silou rozjíždí se zrychlením 1,6 m·s^{-2}? Při řešení neuvažujeme tření ani jiné odporové síly. *(Kružík, str. 31, př. 96)*

Zápis, značení a obrázek

m = 60 t	hmotnost autobusu
p = 10 %	stoupání
a_{vod} = 1,6 m· s^{-2}	zrychlení po vodorovné silnici
a_{kop} = ?	zrychlení při jízdě do kopce
Z tabulek	
g = 9,81 m· s^{-2}	tíhové rychlení
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
F_t	tahová síla motoru autobusu
F_G	tíhová síla působící na autobus
F_1	síla působící proti pohybu při jízdě do kopce
F	síla udělující zrychlení a_{kop} při jízdě do kopce
α	úhel sklonu svahu



Obr. 7.1: Těleso na nakloněné rovině

Syntetický způsob

V zadání je uvedeno, že stoupání svahu je 10 %. To znamená, že na každých 100 metrů vodorovné vzdálenosti vystoupáme o 10 metrů svislé vzdálenosti. Z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku 7.1 pak plyne

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{10}{100} = 0{,}1. \qquad 7.1.$$

Dále umíme určit velikost tahové síly autobusu po vodorovné silnici ze zrychlení

$$F_\mathrm{t} = m a_\mathrm{vod}. \qquad 7.2.$$

Tatáž tahová síla působí na autobus ve směru pohybu při jízdě do kopce. Nesmíme však opomenout složku tíhové síly působící proti směru pohybu. Tu určíme ze silového diagramu na obrázku jako

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{F_\mathrm{G}} \Rightarrow F_1 = F_\mathrm{G}\sin\alpha, \qquad 7.3.$$

kde velikost tíhové síly je dána vztahem

$$F_\mathrm{G} = mg. \qquad 7.4.$$

Pro malé úhly α můžeme provést následující zanedbání[1]

$$\mathrm{tg}\,\alpha \doteq \sin\alpha. \qquad 7.5.$$

Velikost síly udělující zrychlení při pohybu do kopce je pak rovna

$$F = F_\mathrm{t} - F_1 \qquad 7.6.$$

a zrychlení autobusu při jízdě do kopce je tedy dáno rovnicí

$$a_\mathrm{kop} = \frac{F}{m} = \frac{F_\mathrm{t} - F_1}{m}. \qquad 7.7.$$

Dosadíme z rovnic (7.2.), (7.3.), (7.4.) a (7.5.) a získáme výsledný vztah

$$a_\mathrm{kop} = \frac{F_\mathrm{t} - F_1}{m} = \frac{m a_\mathrm{vod} - mg\sin\alpha}{m} = a_\mathrm{vod} - \frac{1}{10}g. \qquad 7.8.$$

Analytický způsob

Při analytickém způsobu řešení budeme vycházet z rovnice pro zrychlení při jízdě do svahu

[1] Toto zanedbání zpravidla platí pro úhly do 5°, v našem případě je úhel α roven 5°47', takže použití zanedbání vytváří určitou nepřesnost. Nicméně se domníváme, že tato nepřesnost neovlivní ve velké míře výsledek úlohy.

$$a_{\mathrm{kop}} = \frac{F}{m}. \qquad 7.9.$$

Hmotnost autobusu známe. Velikosti síly F udělující toto zrychlení určíme ze silového diagramu na obrázku 7.1 jako

$$F = F_{\mathrm{t}} - F_1. \qquad 7.10.$$

Velikost tahové síly určíme pomocí skutečnosti, že autobus se po vodorovné silnici rozjíždí stejně velkou tahovou silou s daným zrychlením, tedy platí

$$F_{\mathrm{t}} = m a_{\mathrm{vod}}. \qquad 7.11.$$

Velikost síly působící proti směru pohybu umíme určit ze silového diagramu na obrázku 7.1

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{F_{\mathrm{G}}} \Rightarrow F_1 = F_{\mathrm{G}} \sin\alpha. \qquad 7.12.$$

Pro velikost tíhové síly platí vztah

$$F_{\mathrm{G}} = mg. \qquad 7.13.$$

Neznámý úhel α určíme z údaje o stoupání, které je 10 %. Platí tedy, že na každých 100 metrů vodorovné vzdálenosti vystoupáme o 10 metrů svislé vzdálenosti. Z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku 7.1 pak plyne

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}. \qquad 7.14.$$

Pro malé úhly α můžeme provést následující zanedbání

$$\mathrm{tg}\,\alpha \doteq \sin\alpha. \qquad 7.15.$$

Po dosazení odvozených vztahů do výchozího vztahu (7.9.) získáváme

$$a_{\mathrm{kop}} = \frac{F}{m} = \frac{F_{\mathrm{t}} - F_1}{m} = \frac{m a_{\mathrm{vod}} - \frac{1}{10} mg}{m} = a_{\mathrm{vod}} - \frac{1}{10} g \qquad 7.16.$$

Číselné dosazení a odpověď

$$a_{\mathrm{kop}} = a_{\mathrm{vod}} - \frac{1}{10} g = 1{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} - \frac{1}{10} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = \\ = 0{,}62\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \qquad 7.17.$$

Autobus se bude rozjíždět se zrychlením 0,62 m·s^{-2}.

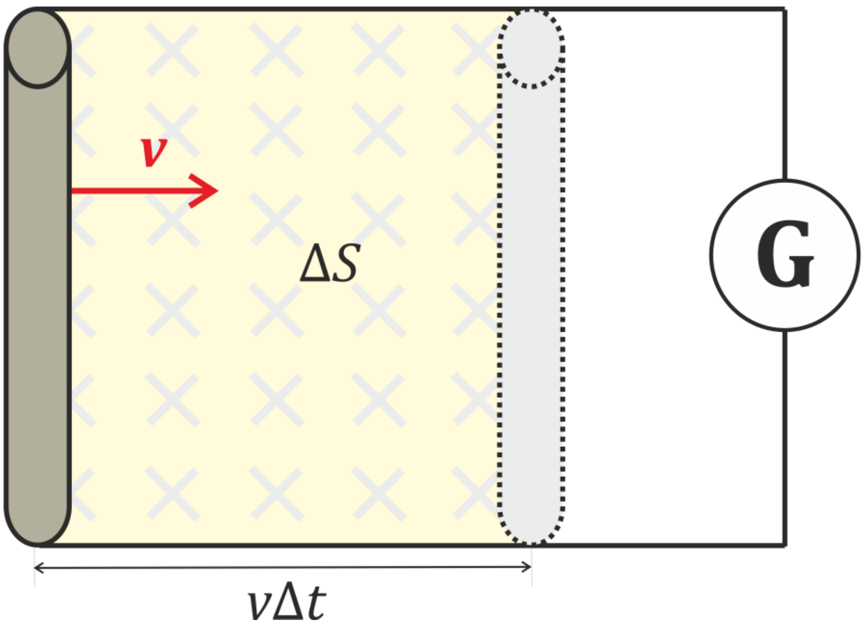
2.1.8 Úloha č. 8: Pohyb vodiče v magnetickém poli

Zadání úlohy

Určete magnetickou indukci B homogenního pole, ve kterém se přímý vodič o délce 12 cm pohybuje rychlostí 20 cm·s^{-1}. Galvanometr o odporu 0,6 Ω naměří proud 24 mA. *(Kružík, str. 231, př. 1229)*

Zápis, značení a obrázek

l = 12 cm	délka vodiče
v = 20 cm· s^{-1}	rychlost pohybujícího se vodiče
R_G = 0,6 Ω	odpor galvanometru
I_G = 24 mA	proud protékající galvanometrem
B = ?	magnetická indukce pole
Značení dalších veličin v průběhu řešení	
Φ	magnetický indukční tok
U	napětí na vodiči
Δt	doba, po kterou se vodič pohybuje
ΔS	plocha opsaná vodičem



Obr. 8.1: Nákres situace

Syntetický způsob

Při syntetickém způsobu řešení této úlohy budeme vycházet ze zadaných údajů. Ve znění úlohy máme zadaný odpor a proud na galvanometru, můžeme tedy spočítat napětí na galvanometru, respektive na vodiči jako

$$U = RI. \tag{8.1.}$$

Pro velikost napětí, které vzniká na vodiči s proudem, který se pohybuje v magnetickém poli, platí podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \tag{8.2.}$$

a pro magnetický indukční tok lze z obrázku odvodit vztah

$$\Delta\Phi = B\Delta S = Blv\Delta t. \tag{8.3.}$$

Pro napětí tedy platí

$$U = Blv. \tag{8.4.}$$

Po dosazení do vztahu (8.1.) dostáváme

$$RI = Blv, \tag{8.5.}$$

odkud vyjádříme hledanou elektromagnetickou indukci

$$B = \frac{RI}{lv}. \tag{8.6.}$$

Analytický způsob

Při analytickém způsobu řešení vycházíme ze vztahu, ve kterém se vyskytuje hledaná neznámá veličina, v tomto případě tedy vycházíme z magnetického indukčního toku, ze kterého vyjádříme hledanou magnetickou indukci B

$$\Delta\Phi = B\Delta S \Rightarrow B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}. \tag{8.7.}$$

Magnetický indukční tok určíme z Faradayova zákona elektromagnetické indukce

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\Phi = U\Delta t. \tag{8.8.}$$

Neznámé napětí určíme z Ohmova zákona

$$U = RI. \tag{8.9.}$$

Změnu plochy opsané vodičem odvodíme pomocí obrázku 8.1

$$\Delta S = lv\Delta t. \tag{8.10.}$$

Po dosazení do výchozího vztahu (8.7.) a zkrácení získáváme

$$B = \frac{RI\Delta t}{lv\Delta t} = \frac{RI}{lv}. \tag{8.11.}$$

Číselné dosazení a odpověď

$$B = \frac{RI}{lv} = \frac{0{,}6\ \Omega \cdot 24 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}}{12 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \cdot 20 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}} = 0{,}6\ \mathrm{T} \tag{8.12.}$$

Magnetická indukce homogenního pole je 0,6 T.

2.2 Závěr k řešení úloh

Z výše uvedených řešení úloh vidíme, že rozdíl mezi syntetickým a analytickým způsobem řešení tkví hlavně v prvních krocích řešení. Při syntetickém způsobu začínáme výhradně od toho, co známe. Máme-li například v úloze č. 6 zadaný výkon a napětí, začneme tím, že si uvědomíme, že z těchto veličin lze určit elektrický proud, a podobně postupujeme ve všech úlohách. Při analytickém způsobu řešení naopak vycházíme ze vztahu, který dává odpověď na otázku v zadání. Například v úloze č. 7 je otázka, s jakým zrychlením se bude pohybovat autobus při jízdě do kopce. Vyjdeme tedy ze vztahu, který dává odpověď na tuto otázku, tedy

$$a_{\mathrm{kop}} = \frac{F}{m}.$$

Způsob řešení, který si řešitel vybere, je tedy zřejmý již na začátku řešení, resp. Z prvního kroku nebo prvních několika. V průběhu řešení jsou oba způsoby podobné: využívají stejné vztahy, stejné přiblížení a dopracují se vždy ke stejnému obecnému výsledku.

Dále je z uvedených ukázek patrné, že syntetický způsob řešiteli umožňuje, aby postupně odvozené veličiny rovnou číselně vyjadřoval. Naproti tomu vybere-li si řešitel analytický způsob, číselně může dosadit zpravidla až na konci řešení po získání obecného vztahu.

Autorka práce při řešení těchto osmi úloh vždy jako první použila syntetický způsob řešení. Při vytváření řešení úlohy analytickým způsobem měla nutkání přepínat opět do syntetického. Z toho usuzuje, že ji osobně je vlastní syntetický přístup a analytický příliš neodpovídá jejímu způsobu řešení fyzikálních úloh. Ovšem to, že vytvořila detailní řešení osmi úloh oběma způsoby, ji umožnilo oba způsoby detailně poznat a v následném výzkumu jí to pomáhá oba způsoby rozlišit. Měla-li by porovnat oba postupy z hlediska náročnosti, pak syntetický způsob ji přijde jednodušší hlavně pro řešitele, který na začátku nevěnuje čas analýze úlohy a rovnou se pouští do řešení. Ovšem analytický způsob jí přijde víc logický a ucelený, a to také díky tomu, že vytyčuje jakousi pomyslnou cestu, která řešitele dovede k cíli.

3 Výzkumná část

Tato kapitola popisuje výzkumnou část této bakalářské práce. Člení se na čtyři podkapitoly s názvy: *Cíle výzkumu*, *Kritéria výběru výzkumného vzorku*, *Metody a průběh sběru dat*, *Zpracování získaných dat* a *Diskuse výsledků*

V první podkapitole nazvané *Cíle výzkumu* jsou rozebrány výzkumné otázky, na které tento výzkum hledá odpovědi.

Druhá podkapitola nesoucí název *Kritéria výběru výzkumného vzorku* se čtenář dočte, jakým způsobem byl výzkumný vzorek vybrán a kterými kritérii se jeho výběr řídil. V této kapitole jsou taktéž shrnuty podrobnější informace týkající se vybraného vzorku respondentů – studentů a učitelů. Také je zde možno nalézt zadání čtyř úloh, které byly ve výzkumu použity.

Třetí podkapitola s názvem *Metody a průběh sběru dat* shrnuje metody použité v tomto výzkumu. I když bylo nutné se před započetím výzkumu důkladně seznámit s příslušnou metodologií, není vzhledem k rozsahu a zaměření práce její podrobný popis zahrnut do textu.

Ve čtvrté podkapitole s názvem *Zpracování získaných dat* jsou zpracovávána získaná data. V této části se nejprve nachází rozbor řešení úloh studenty. Dále zde čtenář nalezne zpracovaná data získaná od středoškolských učitelů.

Pátá podkapitola nesoucí název *Diskuse výsledků* se zabývá, jak již název napovídá, diskutováním získaných výsledků výzkumu. Shrnuje řešení studentů a učitelů jako celek a uvádí okolnosti, které mohly hrát roli při získávání a zpracování výzkumných dat a také jsou zde formulovány závěry výzkumu.

V této kapitole se autorka práce označuje za *badatele*.

3.1 Cíle výzkumu

Jak již bylo uvedeno, výzkumným tématem této práce jsou způsoby řešení fyzikálních úloh a jejich odlišení. Vzhledem k tomu, že badatel v literatuře nenašel výsledky žádných empirických studií na toto téma, je tento výzkum koncipován kvalitativně, aby mu umožnil proniknout více do hloubky dané problematiky. Výzkumným plánem jsou případové studie studentského a učitelského řešení několika vybraných fyzikálních úloh.

Hlavní výzkumnou otázkou je, zda **je možné skutečné řešení konkrétní úlohy provedené studentem/učitelem přiřadit k některému způsobu, který je popsán v odborné literatuře**. Tato výzkumná otázka byla dále rozdělena na dílčí podotázky, konkrétně

- Podle čeho se dá poznat použitý přístup k řešení?
- Co potřebujeme vědět o průběhu řešení, aby bylo možné přiřazení daného řešení k jednomu z teoreticky popsaných způsobů?
- Drží se řešitel jednoho způsobu řešení nebo je možné, aby „přepínal" mezi syntetickým a analytickým přístupem?

3.2 Kritéria výběru výzkumného vzorku

Kritérium hrající hlavní roli při výběru studentů a učitelů byla jejich dostupnost. Dalšími kritérii byla snaha o rozmanitost vzorku, např. aby byly zastoupeny obě pohlaví, různé typy škol a u učitelů i různá délka praxe. Na druhou stranu do vzorku záměrně nebyl zařazen nikdo, kdo by v jakémkoli ohledu byl výrazně odlišný, tzv. deviantní případ.

Téměř všechny vybrané učitele badatel zná osobně a mají vazbu na KDF MFF UK. Studenty, které badatel oslovil, buď znal z doučování, akcí KDF MFF UK nebo mu byli doporučeni učiteli, kteří se výzkumu také zúčastnili. Tato bližší znalost je v uvedeném designu výzkumu spíše výhodou, protože při rozhovoru nebylo nutné překonávat tak velký ostych a lze předpokládat, že odpovědi studentů jsou otevřenější a upřímnější.

Další podstatné kritérium při výběru studentů bylo to, aby jednotliví studenti byli schopni předložené úlohy vyřešit. Z tohoto důvodu byli vybráni studenti třetích a čtvrtých ročníků, kteří měli zapsaný seminář z fyziky. Mladší studenti byli vybráni na základě doporučení jejich učitelů.

3.3 Metody a průběh sběru dat

Vybranou metodou sběru dat byla kombinace pozorování a polostrukturovaného rozhovoru pro studenty a krátký dotazník a analýza písemného záznamu řešení u učitelů.

Pro výzkum bylo důležité jednak samotné řešení úloh napsané na papíře, ale zároveň bylo nutné, aby studenti i učitelé doplnili toto řešení o komentáře, jak nad úlohou přemýšlejí či proč úlohu řeší takovýmto způsobem. Právě díky těmto komentářům bylo pak možné rozhodnout o přístupu k řešení, který si student nebo učitel vybral.

3.3.1 Studenti

Se studenty se badatel setkal tváří v tvář a zadával jim úlohy osobně, a to proto, že je jednak pozoroval při řešení úloh, jednak při vlastním řešení a po jeho skončení studenty podrobil polostrukturovanému rozhovoru, aby získal přehled o tom, jaký způsob řešení si studenti vybrali a jaké věty či myšlenky tomuto výběru předcházely. Další důvod, proč byla zvolena forma rozhovoru se studenty, byla obava, že pouze písemný zápis studentského řešení nebude dostatečně podrobný a že písemné zaznamenávání myšlenek mohlo být příliš obtížné.

Ještě před tím, než se badatel se studenty setkal, připravil si otázky, které během rozhovoru použije. Byly to jednak otázky či vhodné slovní pobídky, které by během řešení mohly studentovi napovědět, kudy dál, pokud by si s řešením úlohy nevěděl rady samostatně, a jednak otázky týkající se jeho přístupu k řešení, které se uplatnily v závěru rozhovoru. Seznam nachystaných otázek je uveden v Příloze 1.

Každý student dostal k vyřešení dvě úlohy, které byly vybrané tak, aby měl student látku, která se při řešení úloh používá, již absolvovanou. Dále se také badatel snažil, aby byly všechny čtyři úlohy mezi studenty rovnoměrně rozděleny.

Aby badatel mohl bez potíží sledovat řešení úlohy, požádal každého studenta, zdali by student mohl své řešení nahlas komentovat a v případě potřeby k tomu aktivně studenty vybízel. Celý rozhovor badatel po předchozím souhlasu studenta zaznamenal na diktafon. Badatel se pak nemusel soustředit na psaní podrobných poznámek během řešení studenta a mohl se studentovi více věnovat, sledovat i neverbální projevy a popřípadě mu v případně nutnosti vhodně radit.

Ke zvukovému zaznamenávání rozhovoru byla použita mobilní aplikace Easy Voice Recorder, která je zdarma přístupná pro Android. Kvůli tomu, že podstatnou roli ve výzkumu hrálo samotné řešení uvedené na papíře, nebylo nutné použít profesionální zařízení na zaznamenání zvuku. Mimo to si badatel důležité postřehy zapisoval již během samotného řešení.

Každý rozhovor zaznamenaný na diktafon pak badatel přepsal. Tyto přepisy rozhovorů jsou uvedeny na CD přiloženém k této práci. Přepisy nejsou opatřeny podrobnou minutáží, pouze občas při zapisování badatel zapsal čas důležité repliky, a to proto, aby se v rozhovoru lépe orientoval. Rozhovory také nebyly zpracovány dle metodiky zpracování hloubkového rozhovoru (například Švaříček, Šeďová a kol., 2014), a to opět z toho důvodu, že zaznamenaný rozhovor sloužil badateli k tomu, aby si mohl při zpracování řešení studentů ještě jednou projít, jak student své kroky komentoval. Pro naplnění cíle výzkumy bylo podstatné zaměřit se na průběh řešení úlohy, nikoli na detailní průběh rozhovoru.

Výzkumu se nakonec zúčastnilo celkem sedm z devíti oslovených studentů, šest chlapců a jedno děvče. Ze sedmi vybraných studentů jeden navštěvuje střední průmyslovou školu, zbylých šest studentů studuje na vyšším stupni gymnázia. Pro výzkum byla původně vybrána ještě jedna dívka, gymnazistka, ta se však nemohla z důvodu onemocnění zúčastnit. Dále byl ze zpracování vyřazen rozhovor se studentem střední průmyslové školy, protože z osobních důvodů na straně studenta rozhovor probíhal velmi nestandardně a získaná data byla pro výzkum nevyužitelná.

Každý student dostal zadání dvou úloh. Současně byl požádán, aby úlohy vyřešil a řešení slovně komentoval, popřípadě aby přemýšlel nahlas, i když si třeba není jistý, zda jsou jeho myšlenky správné. Během řešení mohl používat Tabulky, učebnice či své vlastní poznámky, protože cílem výzkumu nebylo to, zda je student schopen úlohu vyřešit, ale jak bude při jejich řešení postupovat.

Po vyřešení byl student požádán, aby řešení prošel ještě jednou a okomentoval ho tak, jako by ho vysvětloval kamarádovi nebo spolužákovi. Od tohoto kroku si badatel sliboval, že student bude mít možnost si jednotlivé kroky v řešení uspořádat tak, aby na sebe lépe navazovaly. Během řešení se totiž často vyskytl např. problém neznalosti potřebných vztahů či student začal úlohu řešit způsobem, který nebyl vhodný a zavedl jej do slepé uličky.

Student si během řešení obvykle vybral jeden z přístupů k řešení (syntetický či analytický). Po vyřešení a okomentování byl požádán, aby se zamyslel nad tím, zdali by se dalo začít i od jiného vztahu, než jakým při svém řešení začal. Cílem této otázky bylo zjistit, jestli druhý přístup k řešení je či není studentům cizí.

Pokud student druhý způsob vymyslel, zeptal se ho výzkumník, zdali by mohl porovnat tyto dva způsoby z hlediska obtížnosti či názornosti, popřípadě aby se zamyslel nad tím, který způsob by mu víc vyhovoval, kdyby tuto úlohu měl řešit učitel na tabuli.

Často se stávalo, že student na druhý způsob sám nepřišel. Badatel mu tedy ukázal, jakým dalším způsobem by se dala úloha vyřešit. Poté studenta vybídl, aby oba postupy porovnal.

3.3.2 Učitelé

Sběr dat od učitelů byl znatelně snazší. Každý učitel ochotný se výzkumu zúčastnit obdržel e-mailem úvodní dopis společně s malým dotazníkem (obojí je uvedené v Příloze 2) a zadáními čtyř fyzikálních úloh. V úvodním dopise se dočetl stručné informace o výzkumu, kterého se účastní, a také jak má postupovat při řešení jednotlivých úloh.

Bylo osloveno zapojeno třináct středoškolských učitelů s různou délkou učitelské praxe. Obdrželi úvodní dopis, který obsahoval informace k vyřešení úloh a malý dotazník, a čtyři úlohy na vyřešení s prosbou, aby je vyřešili a okomentovali tak, jak by je s žáky řešili v hodině. Dopis, dotazník a znění úloh je uvedeno v Příloze 2. Ze třinácti učitelů odevzdalo vyplněný dotazník a spočítané úlohy jedenáct z nich.

Všichni oslovení učitelé získali aprobaci na KDF MFF UK. Diversitu měly zaručovat dvě učitelky s aprobací získanou na jiných fakultách, které byly též oslovené, ale které dotazník ani vyplněné úlohy neodevzdaly.

Z jedenácti učitelů, jejichž odpovědi jsou zahrnuty do výzkumu, bylo osm mužů a tři ženy. Dále osm učitelů učí na různém stupni gymnázia, dva na střední průmyslové škole a jeden na střední odborné škole. Praxe jednotlivých učitelů se pohybovala od jednoho roku do třiatřiceti let.

3.3.3 Vybrané úlohy a pilotáž

Z úloh podrobně vyřešených ve druhé kapitole této práce byly pro výzkum vybrány čtyři, a to *Brždění elektromotoru*, *Hustota koule*, *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce* a *Pohyb vodiče v magnetickém poli*. Tyto úlohy byly zvoleny hlavně z toho důvodu, že řešení syntetickým a analytickým způsobem vykazuje očividné rozdíly, ale neméně důležitou roli hrála i přiměřená náročnost úloh, jelikož úlohy v rámci výzkumu řešili studenti navštěvující první až čtvrtý ročních středních škol. Záměrně se jedná o úlohy z různých oblastí fyziky.

Před započetím výzkumu byla provedena pilotáž pozorování a rozhovoru studentského řešení, a to se dvěma vysokoškolskými studentkami, a jednak byl dotazník vyplněn a úlohy písemně vyřešeny třemi začínajícími učiteli. Tato data nebyla zahrnuta do výzkumu. Cílem pilotáže s učiteli bylo zjistit, jestli jsou instrukce k vyplnění dotazníku a vypočítání úloh zřejmé a jednoznačné. Pilotáž se studentkami sloužila jako nácvik vedení rozhovoru, pomocí kterého byla získávána data od studentů.

Znění úlohy *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce* bylo po provedené pilotáži se studentkami pozměněno. Namísto údaje o desetiprocentním stoupání svahu byl zařazen údaj, že autobus stoupá do svahu se sklonem 5°. Toto rozhodnutí bylo učiněno z toho důvodu, že údaj o stoupání 10 % se studentkám jevil jako nezvyklý či obtížný a domnívaly se, že mnohé studenty by mohl během řešení úlohy zaskočit.

Na základě pilotáže provedené s učiteli bylo zadání úlohy *Pohyb vodiče v magnetickém poli* doplněno o informaci, že vodič se pohybuje rovnoměrně a kolmo na magnetické indukční čáry.

Již upravená zadání úloh jsou uvedena níže.

Brždění elektromotoru

Výkon elektromotoru 3 kW má být jištěn třecí brzdou, která mění mechanickou energii na teplo. Určete potřebný objem chladící vody, která musí protéct brzdou za jednu minutu, jestliže se teplota vody může zvýšit maximálně o 30 °C.

Hustota koule

Koule o hmotnosti 5,67 kg je ponořena do vody a napíná lano, na kterém visí, silou o velikosti 50,7 N. Určete hustotu koule.

Zrychlení autobusu při jízdě do kopce

S jakým stálým zrychlením se bude rozjíždět autobus o hmotnosti 60 t do svahu se sklonem $\alpha = 5°$, jestliže se po vodorovné silnici stejnou tahovou silou rozjíždí se zrychlením $1{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$? Neuvažujeme tření ani jiné odporové síly.

Pohyb vodiče v magnetickém poli

Určete magnetickou indukci B homogenního pole, ve kterém se přímý vodič o délce 12 cm pohybuje rychlostí $20\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$. Galvanometr o odporu 0,6 Ω naměří tímto vodičem proud 24 mA. Vodič se pohybuje rovnoměrně a kolmo na magnetické indukční čáry.

3.4 Zpracování získaných dat

Tato podkapitola se zabývá zpracováním dat. Nejdříve jsou zde zpracovány rozhovory se studenty, po nich následuje zpracování dotazníků a řešení úloh získaných od učitelů.

3.4.1 Studenti

V této sekci je podrobně rozebrán průběh pozorování a rozhovoru s každým studentem. Studenti jsou pro zachování anonymity označeni číslem 1 až 7. U každého studenta je uvedeno pohlaví, ročník, který studuje, typ školy a úlohy, které dostal k vyřešení. Dále je text členěn do dvou částí, v každá z nich se věnuje řešení jedné úlohy. Na konci každé části je uvedeno shrnutí způsobu, který si student při řešení vybral.

Studentka č. 1

Ročník: 3.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Brždění elektromotoru a Hustota koule*

○ *Brždění elektromotoru*

Studentka si nejprve napsala zápis úlohy a převedla zadané veličiny na základní jednotky. Poté v Tabulkách vyhledala vzorec pro mechanický výkon. Jelikož nevěděla, jak si poradit s mechanickou prací, kterou neměla zadanou, poradil jí badatel, ať si znovu přečte zadání a podívá se, o co v té úloze jde. Povšimla si, že se voda bude ohřívat, napsala si tedy rovnici pro teplo dodané látce o hmotnosti m, aby se ohřálo o Δt (dále jen rovnice pro teplo). Všimla si, že nemá zadanou hmotnost vody, vyjádřila ji tedy pomocí hustoty a objemu. Poté si uvědomila, že práce vystupující ve vztahu pro výkon bude odpovídat teplu, které je potřeba odevzdat vodě. Do vztahu pro výkon tedy za práci dosadila z rovnice pro teplo, kam už za hmotnost dosadila hustotu a objem. Následně osamostatnila objem a dosadila číselné hodnoty. Na závěr na kalkulačce spočítala hledaný objem vody.

Poté byla požádána, aby řešení příkladu ještě jednou prošla tak, jako by je vysvětlovala kamarádovi. Začala zápisem, aby věděla *„co znám a co ještě musím zjistit“*, na nějž navázala zapsáním vzorce pro výkon, *„protože se o něm mluví na začátku“.* Dále provedla úvahu o tom, že práce se dá považovat za teplo, přičemž v rovnici pro teplo se vyskytuje neznámá hmotnost vody, která se dá ovšem vyjádřit pomocí objemu, který máme určit a hustoty, kterou známe. Následovalo by vyjádření objemu, číselné dosazení a spočítání objemu.

Úskalí viděla studentka hlavně v neznalosti potřebných vzorců a v matematických úpravách. Na dotaz, zdali by dokázala začít od nějakého jiného vztahu, odpověděla: **„***Možná tady z tohohle* [ukázala na vztah $m = \rho V$]*? Ale vlastně ne, to bych tam nedala, protože by mi to vůbec nedávalo smysl. On ten výkon tam pro mě hraje asi nejdůležitější roli.“* Studentku tedy napadla možnost začít analyticky, tedy vyjít ze vztahu, který po jednoduché matematické úpravě dává odpověď na otázku úlohy. Tuto možnost však hned zavrhla, protože by zřejmě nevěděla, kudy dál. Dále se opět vrací ke vzorci pro výkon, který pro ni zřejmě v řešení úlohy hraje důležitou roli.

Přístup, který studentka zvolila, je čistě **syntetický**. Potvrzuje to i odpověď na otázku, proč začala vzorcem pro výkon, která jí byla položena hned po spočítání příkladu. Na tu odpověděla: *„Je to proto, že jsem ho objevila jako první. Že* *tady je hned na začátku o tom výkonu, takže se z toho dá vycházet. Taky tam byl jednoznačně zadaný.“*

- ***Hustota koule***

Před vlastním řešením druhé úlohy si studentka opět zapsala zadané veličiny a převedla je na základní jednotky. Poté si zapsala, že hledá hustotu koule. Nakreslila si náčrtek a do něj zakreslila síly, které na kouli působí. Pak se pokusila hustotu vyjádřit pomocí zadané hmotnosti a objemu koule, tedy $4\pi r^3/3$. Zjistila ovšem, že tudy cesta nepovede, neboť neměla zadaný poloměr koule. Vrátila se tedy k náčrtku a v Tabulkách vyhledala vzorec pro vztlakovou sílu. Následně si uvědomila, kam která síla působí a co platí pro zadanou výslednou sílu. Poté určila tíhovou sílu a pomocí výsledné síly a tíhové síly dopočítala vztlakovou sílu. Dosadila ji do vzorce, který si našla v tabulkách a vyjádřila objem koule. Všimla si, že objem koule se dá vyjádřit pomocí hledané hustoty koule a známé hmotnosti. Následovalo vyjádření hustoty koule a její číselné dopočítání.

Po vyřešení úlohy byla požádána, aby úlohu ještě jednou prošla tak, jako by ji vysvětlovala kamarádovi. Začala zapsáním zadaných veličin a pak řekla, že *„…a potom jsem úplně nesmyslně začala tím objemem, což nedávalo smysl.“* Poté by zakreslila obrázek a síly působící na kouli. Následovalo by dopočítání vztlakové síly pomocí zadané výslednice a tíhové síly. Pak by vyjádřila objem ze vzorce pro vztlakovou sílu a objem by vyjádřila pomocí hmotnosti a hustoty koule.

Úskalí viděla v tom si uvědomit, jakým směrem míří která síla. Poté jí byla položena otázka, zdali by zvládla začít i od jiného vzorce. Napadlo ji, že by začala ze vzorce pro hustotu, tedy hmotnost dělená objemem. Objem by si vyjádřila ze vztlakové síly, kterou ovšem nezná, ale dokázala by ji určit z výslednice a tíhové síly.

Přístup, který studentka zvolila, by se dal považovat za převážně **syntetický**. Nutno ovšem podotknout, že studentka začala tím, že si uvědomila, že hustota, na kterou se úloha ptá, závisí na objemu koule. Tento úsudek by se dal zařadit do **analytického** přístupu. Studentka ovšem tento přístup opustila, když si uvědomila, že nezná poloměr koule a ani v zadání úlohy nenašla žádné veličiny, ze kterých by se dal určit.

Vzhledem k tomu, že vymyslela i druhý způsob řešení – analytický, byla požádána, aby porovnala oba přístupy z hlediska náročnosti. Za lehčí způsob považovala ten analytický, neboť *„je to takové jako ucelenější, že bych věděla, kam tím mířím, a netápala“.* Studentce by víc vyhovoval analytický přístup k řešení, pokud by měl úlohu řešit učitel na tabuli a to také z důvodu větší ucelenosti postupu.

Student č. 2

Ročník: 1.

Typ školy: Střední průmyslová škola

Úlohy: *Hustota koule a Zrychlení autobusu při jízdě do kopce*

- ***Hustota koule***

Student začal řešení tím, že si udělal zápis zadaných veličin a poté si nakreslil náčrtek situace. Do něj zakreslil síly, které působí na ponořenou kouli. Díky tomuto náčrtku si uvědomil, že na kouli musí působit nějaká vztlaková síla. Určil tedy číselně její velikost pomocí zadané výsledné síly a síly tíhové.

I když se student o tom nahlas nezmínil, domníváme se, že si v ten moment uvědomil, že hustota souvisí s objemem, jelikož se pokusil objem spočítat pomocí vzorce pro objem koule, tedy $4\pi r^3/3$, ale narazil na problém, že nezná poloměr koule. Nyní nevěděl, kudy dál. V tomto okamžiku mu badatel poradil, aby si ještě jednou přečetl zadání a aby zjistil, co má určit. Dále se ho zeptal, proč se snažil spočítat objem tělesa. Odpověděl, že *„hustota nějak souvisí s objemem“*. Zapsal si vzorec pro hustotu, ovšem uvědomil si, že v tomto vztahu vystupují dvě neznámé – hustota tělesa a jeho objem. Proto mu badatel znovu poradil, aby se zamyslel nad tím, jestli existuje nějaký vzoreček, který by se dal použít v řešené situaci a ve kterém by se vyskytoval objem tělesa. Vzpomněl si na znění Archimédova zákona, badatel se tedy otázal, jestli zná vztah pro vztlakovou sílu. Přiznal, že ne, ale nalezl jej v Tabulkách. Z tohoto vztahu vyjádřil a vypočítal objem tělesa, za který pak dosadil do definičního vztahu pro hustotu. Následovalo číselné dosazení za hmotnost a určení hustoty koule.

Kamarádovi by řešení prý vysvětlil stejným způsobem, tedy začal by tím, že si určí velikost vztlakové síly. Pak by si napsal vzorec pro hustotu, ze kterého by viděl, že musí určit objem tělesa. Ten by získal z již spočítané vztlakové síly. Na jiný způsob řešení nepřišel.

Na první pohled se zdá, že student použil **syntetický** způsob řešení, neboť začal tím, že určil vztlakovou sílu. Druhým krokem ovšem bylo zapsání vztahu pro hustotu, díky kterému si uvědomil, že musí určit objem. Tyto dva za sebou jsoucí kroky lze považovat za **analytický** přístup k řešení, protože vztah pro hustotu mu nejen dává odpověď na otázku úlohy, ale zároveň mu vytyčuje jakousi cestu, po které musí jít. Ví, že aby určil hustotu, musí nejprve určit objem tělesa. Studentův postup se tedy dá shrnout tak, že první krok odpovídá řešení syntetickému přístupu, ale následující kroky již svědčí o přístupu analytickém

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Ve druhé úloze si student nejprve nakreslil obrázek a s pomocí badatele a svého sešitu do něj zakreslil všechny působící síly. V sešitě také nalezl vztah pro složku tíhové síly, která působí proti pohybu, o které si zprvu myslel, že je to síla urychlující autobus do svahu, ale při diskuzi s badatelem si uvědomil, že je to naopak a tato síla autobus brzdí. Poté číselně vypočítal velikost tíhové síly působící na autobus, pomocí které následně určil onu složku tíhové síly. Posléze student určil velikost tahové síly motoru, která působí na rozjíždějící se autobus na rovině. Následně si uvědomil, že tato síla bude při pohybu po nakloněné rovině zmenšená o velikost složky tíhové síly, kterou již určil. Dopočítal tedy číselně výslednou sílu urychlující autobus na nakloněné rovině a pomocí ní pak určil zrychlení autobusu.

Vysvětlení pro kamaráda by student začal tím, že by si spočítal složku tíhové síly působící proti pohybu tělesa. Následovalo by určení velikosti tahové síly motoru na rovině, na něž by navázal určením výsledné síly působící na autobus. Tu by pak dosadil do druhého Newtonova zákona a určil by zrychlení.

Pokud by měl jinak poskládat kroky v řešení tak, aby začínal od jiného vztahu, postupoval by takto: *„Můžu prvně určit sílu na rovině. Pak bych navázal silou* F_1 [složka tíhové síly působící proti směru pohybu] *a to by už bylo stejný."*
Na jiný způsob řešení nepřišel. Badatel mu naznačil, jak by mohl vypadat druhý přístup a zeptal se, co si o tomto přístupu myslí. Na tuto otázku odpověděl: *„Člověk se nad tím musí víc zamyslet a musí si určit tu logickou posloupnost. A pak se jen doplní ty základní neznámé."*

Student během řešení použil **syntetického** způsobu. Začal tím, co znal a postupně se dopracoval k neznámému zrychlení při jízdě do kopce. Na **analytický** způsob sám nepřišel, ale když mu byl sdělen, popsal ho jako náročnější, protože vyžaduje větší pochopení problému.

Nutno podotknouti, že badatel během řešení této úlohy studentovi radil více než v jiných případech, dával si však vědomě velký pozor na to, aby jej nenavá-děl do jednoho způsobu řešení. Nelze však vyloučit, že nějaká rada, ač míněna neutrálně, způsobila, že se student rozhodl použít právě syntetický způsob ře-šení.

Student č. 3

Ročník: 3.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce a Pohyb vodiče v magnetickém poli*

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Třetí student začal řešení úlohy tím, že si vypsal veličiny, které má zadané a které musí určit. Poté je převedl na základní jednotky. Nevěděl, jak pokračovat dál, ale posléze přišel na to, že může určit tahovou sílu motoru, která působí na autobus rozjíždějící se na rovině. Pak s pomocí badatele nakreslil obrázek problému a zanesl do něj všechny síly, které na autobus působí. Dále si v Tabulkách našel vzorec pro složku tíhové síly působící proti směru pohybu. Tento krok je dle badatele součástí naučeného postupu, který student využívá při počítání úloh s nakloněnou rovinou. Následně si po radě badatele uvědomil, že výsledná síla urychlující autobus při jízdě do kopce bude menší než tahová síla motoru, a to přesně o složku tíhové síly působící proti směru pohybu. Napsal si tedy rovnici pro výslednou sílu a dosadil do ní dříve vypočítanou tahovou sílu motoru a složku tíhové síly. Dále si všiml, že výsledná síla se dá zapsat pomocí hledaného zrychlení a zadané hmotnosti autobusu. Následovalo vyjádření zrychlení a jeho číselné určení.

Vysvětlení pro kamaráda by začal rozborem sil, které působí na autobus při jízdě do kopce, *„aby to nebylo jen dosazování do vzorce“*. Ukázal by mu, jak získá výslednou sílu udělující autobusu zrychlení při jízdě do kopce. Tahovou sílu motoru umí určit ze zadaných veličin, vztah pro složku tíhové síly se dá nalézt v Tabulkách. Pak již stačí jen dosadit do druhého Newtonova zákona pro výslednou sílu a vypočítat zrychlení.

Úskalí této úlohy viděl student v tom, že pro něj bylo náročné *„ujasnit si, s čím tam počítá, zorientovat se v té úloze"*. Na otázku, zdali by dokázal vyjít z jiného vztahu, než z určení tahové síly motoru, odpověděl záporně. Badatel mu tedy sdělil, jakým druhým způsobem by se dalo začít, tedy vyjít ze vztahu pro zrychlení $a = F/m$. Na to poznamenal: *„To by mi řeklo, že se musím doptat na to F, takže by mi to asi rychleji cvaklo. Takže bych si pak hledal nějaký vzoreček pro tu sílu. Ale stejně bych si musel uvědomit ten obrázek a ty síly."*

Student při řešení této úlohy použil **syntetický** způsob řešení. Při svém samostatném řešení začal tím, že ze zadaných údajů určil tahovou sílu motoru. Pokud by řešení úlohy vysvětloval kamarádovi, začal by od vyjádření výsledné síly působící na autobus, kterou by odvodil z obrázku. Velkou roli v tomto rozhodnutí ovšem může hrát i fakt, který na začátku řešení sám přiznal, a sice že nevěděl, jak začít.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Student opět začal řešení úlohy zápisem a převedením na základní jednotky. Následně našel v Tabulkách vztah pro magnetickou sílu působící na vodič s proudem v magnetickém poli a jal se do něj dosazovat. Brzy si však uvědomil, že nezná magnetickou sílu a ani nemá zadané potřebné veličiny k tomu, aby ji určil. Badatel mu tedy poradil, aby se zamyslel nad tím, jak je možné, že ačkoli vodič není připojen ke zdroji napětí, přesto galvanometr naměří elektrický proud. Uvědomil si, že se v této úloze bude pracovat s indukovaným napětím. Vyhledal si tedy jeho definiční vztah v Tabulkách. Za napětí dosadil z Ohmova zákona zadaný odpor a proud a za magnetický indukční tok dosadil magnetickou indukci a plochu opsanou vodičem. Tuto plochu s mírnou pomocí badatele vyjádřil pomocí známých veličin. Následně osamostatnil magnetickou indukci a dopočítal její hodnotu.

Kamarádovi by řešení vysvětlil následovně: nejdříve by si vypsal zadané veličiny a jejich hodnoty a převedl je na základní jednotky. Nakreslil by si obrázek a našel potřebné vzorce, tedy Faradayův zákon elektromagnetické indukce a vztah pro magnetický indukční tok. Pak už by bylo jen nutné určit plochu opsanou vodičem. Také by kamarádovi doporučil, aby nedosazoval rovnou čísla, protože je řešení bez nich přehlednější.

Na otázku, zdali by dokázal začít i od jiného vztahu odpověděl: *„Mě prvně napadl ten indukční tok, a ten bych si nejdřív vypočítal.“* Úskalí viděl v začátku řešení úlohy. Nevěděl totiž, jak začít.

Uvedený student použil v této úloze **syntetický** způsob řešení. Vycházel z Faradayova zákona elektromagnetické indukce a následně za indukované napětí dosadil z Ohmova zákona. **Analytický** způsob mu zřejmě ale také není úplně cizí, neboť ho napadalo začít od určení magnetického indukčního toku, který ve svém vyjádření již obsahuje hledanou magnetickou indukci. O pokusu o analytický přístup také svědčí jeho úplně první krok, tedy zapsat si vztah pro velikost magnetické síly, ve kterém magnetická indukce též vystupuje.

Student č. 4

Ročník: 4.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce a Pohyb vodiče v magnetickém poli*

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Student nejprve provedl zápis zadaných veličin a převedl je na základní jednotky. Následně určil tahovou sílu motoru, která působí na autobus rozjíždějící se po rovině. Poté si vyjádřil zrychlení autobusu při jízdě do kopce jako sílu lomenou hmotností. Zde ovšem zaváhal, neboť si uvědomil, že za sílu F vyskytující se v tomto vztahu nemůže dosadit tahovou sílu motoru, kterou si právě určil. Uvědomil si, že by mu vyšlo zrychlení stejné jako zrychlení na rovině. V Tabulkách tedy vyhledal vzorec pro složku tíhové síly působící proti směru pohybu autobusu. Vypočítal tíhovou sílu, která v něm figuruje. Pomocí ní tedy mohl číselně určit velikost této složky. Poté číselně dopočítal výslednou sílu působící na autobus rozjíždějící se do kopce a tu dosadil do vztahu pro zrychlení, který měl již napsaný. Následovalo vypočítání hodnoty zrychlení autobusu.

Při vysvětlování řešení úlohy kamarádovi by začal zápisem a pak by navázal spočítáním tahové síly motoru autobusu na rovině. Poté by si napsal vztah pro vodorovnou složku tíhové síly působící na autobus na nakloněné rovině. Tu by vypočítal, přičemž by ještě před tím musel určit tíhovou sílu. Následně by spočítal výslednou sílu působící na autobus na nakloněné rovině. Až nyní by z druhého Newtonova zákona vyjádřil zrychlení autobusu na nakloněné rovině a dosadil by za sílu a hmotnost.

Na otázku, zdali by své kroky dokázal uspořádat i tak, aby začínal od jiného vztahu, odpověděl, že by mohl začít i *„nakloněnou rovinou"*, čili spočítáním vodorovné složky tíhové síly. Badatel se ho optal, zdali by uměl začít i ze vztahu $a = F/m$, čili tím, že začne řešení „odzadu". Student odpověděl: *„Kdybych začínal já, tak bych si prostě vždycky nejdřív spočítal tu tahovou sílu."* Badatel mu tedy následně vysvětlil, jakým způsobem by se z takovéhoto vztahu dalo vyjít, a zeptal se ho, jestli by jej mohl porovnat se svým způsobem řešením. Student odpověděl: *„Myslím, že ta druhá možnost* [míněno řešení „odzadu"] *je taková pochopitelnější."* Své řešení student popisuje následovně: *„Jako o sobě vím, že jsem zmatkář, napíšu vzoreček a první, co mě napadne, to zkusím. A když to nejde, tak hledám jinou cestu."*

Závěrem tedy lze napsat, že student řešení úlohy začal tím, že určil tahovou sílu motoru při rozjíždění na rovině. Tento krok se jeví jako část **syntetického** způsobu řešení – vychází z toho, co zná. Následně však napsal vztah $a = F/m$, což naznačuje **analytický** způsob. Student však zřejmě chtěl do tohoto vztahu rovnou dosadit vypočítanou tahovou sílu motoru. K této myšlence nás vede i skutečnost, že při vysvětlování řešení kamarádovi tento „analytický krok" již neuváděl. Když zjistil, že tudy cesta k určení zrychlení autobusu nevede, postupoval dále syntetickým způsobem, tedy určil vodorovnou složku tíhové síly a tíhovou sílu. Až poté se znovu začal zabývat dříve zavrženým vztahem.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

I u této úlohy si student nejprve vypsal zadání a převedl zadané veličiny na základní jednotky. V Tabulkách nalezl vztah pro magnetickou sílu působící na vodič s proudem v magnetickém poli a vyjádřil z něj magnetickou indukci. Po krátké konzultaci s badatelem si uvědomil, že se v situaci popsané v této úloze uplatní Faradayův zákon elektromagnetické indukce. Vycházel ze vztahu pro indukované napětí. Magnetický indukční tok vyjádřil pomocí magnetické indukce a plochy opsané vodičem. Poté vyjádřil tuto plochu s použitím zadané rychlosti vodiče a jeho délky. Dosadil ji do Faradayova zákona a vyjádřil z něj magnetickou indukci. Za indukované napětí následně dosadil z Ohmova zákona. Nyní se pokusil dosadit do dříve odvozeného vztahu pro magnetickou indukci, ve kterém vystupuje síla působící na vodič s proudem v magnetickém poli. Uvědomil si však, že nezná potřebné veličiny, aby tuto sílu mohl určit a zároveň by tím ztratil z rovnice hledanou indukci. Badatel mu tedy poradil, aby si opět přečetl zadání. Poté už student pouze dosadil zadané hodnoty do vyjádřeného vztahu a zjistil, že už může dopočítat magnetickou indukci.

Při vysvětlování řešení pro kamaráda by vycházel z Faradayova zákona elektromagnetické indukce. Magnetický indukční tok by vyjádřil pomocí magnetické indukce a plochy opsané vodičem, kterou by získal z jeho známé rychlosti a délky. Poté by vyjádřil magnetickou indukci. Indukované napětí by vyjádřil z Ohmova zákona a pak už by zbývalo pouze číselně dosadit a magnetickou indukci dopočítat.

Pokud by měl vyjít z jiného vztahu, než z Faradayova zákona, vyšel by z Ohmova zákona tak, že by pomocí něj určil indukované napětí.

Student si v tomto příkladu vybral řešení, které by se dalo považovat spíše za **analytické**. Úplně na začátku řešení se totiž vydal cestou magnetické síly působící na vodič s proudem, byť se následně ukázala jako nesprávná. Ale v tomto kroku si uvědomil, že bude muset určit magnetickou indukci, kterou si z onoho vztahu vyjádřil. Další krok – zápis Faradayova zákona – byl ovšem **syntetický** a to v tom smyslu, že si napsal vztah, který vlastně vůbec nenavazoval na jeho původní myšlenku. Zde ovšem zřejmě sehrála velkou roli nápověda od badatele. Dále postupoval již samostatně a to synteticky.

Student č. 5

Ročník: 2.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Brždění elektromotoru* a *Hustota koule*

- ***Hustota koule***

Tento student začal druhou úlohou. Řešení započal tím, že si vypsal známé veličiny a následně prohlásil: *„Určete hustotu koule. Takže to je příklad na hustotu. Základní vzoreček pro hustotu je hmotnost lomená objemem. Tu hmotnost máme a potřebuju ten objem.“*

Dále pokračoval tím, že si nakreslil obrázek situace a zanesl do něj všechny síly. Pomocí tohoto náčrtku si uvědomil, že výsledná síla působící na ponořenou kouli vznikne složením síly tíhové, kterou rovnou určil z hlavy, a vztlakové. Určil tedy velikost vztlakové síly, dosadil ji do vztahu pro vztlakovou sílu vyhledaného v učebnici a vyjádřil si neznámý objem, který následně dopočítal. Tento objem dosadil do vztahu pro hustotu, který si napsal na začátku řešení a vypočítal hustotu koule.

Vysvětlení řešení kamarádovi by začal zápisem známých veličin a následně by si napsal definiční vztah pro hustotu. Pak by zapsal vztah pro vztlakovou sílu a zároveň by načrtl obrázek s působícími silami. Odečtením výsledné síly působící na provázek od tíhové síly by získal sílu vztlakovou. Tu by dosadil do vztahu pro vztlakovou sílu vyhledaného v Tabulkách, ze kterého by poté vyjádřil objem koule. Ten by následně dosadil do definičního vztahu pro hustotu.

Úskalí viděl tento student v tom, že je důležité si uvědomit směr působících sil, vzpomenout si na vzorečky a dále také v matematických úpravách.

Na otázku, zdali by dokázal začít jiným vztahem než vztahem pro hustotu, student odpověděl, že by začal určením tíhové síly, ale především by začal načrtnutím obrázku. Dále by si zapsal vztah pro výslednici sil, ze kterého by později určil vztlakovou sílu.

Studentovi přijde tento druhý způsob jednodušší, protože *„to na sebe navazuje“*. Student svůj způsob řešení – tedy ten, v němž začíná zapsáním vztahu pro hustotu – označuje jako chaotický, protože jednotlivé kroky na sebe nenavazují (například zapsání vztahu pro hustotu a vypočítání tíhové síly). Měl-li by posoudit, jaký způsob by mu víc vyhovoval, pokud by tuto úlohu řešil učitel na tabuli, vybral by si první způsob řešení, tedy vycházení ze vztahu pro hustotu, protože *„bych věděl, čeho se tady mám chytnout“*.

Student své řešení započal **analytickým** způsobem, tedy napsal odpověď na otázku úlohy. Všiml si, že aby mohl určit hustotu koule, musí nějak zjistit její objem. Věděl, že v úloze bude hrát roli vztlaková síla. Ovšem v této době ještě neznal vztah pro vztlakovou sílu. Můžeme se pouze domnívat, že tušil, že vztlaková síla závisí na objemu ponořeného tělesa. Pokud by tomu tak bylo, pak další jeho kroky jsou opodstatněné – aby mohl ze vztlakové síly určit objem, musí nejprve určit samotnou vztlakovou sílu, a to pomocí síly výsledné a tíhové.

Pokud ovšem nastal ten případ, kdy student ještě nevěděl, jak objem získá (jelikož neznal vztah pro vztlakovou sílu), dalo by se tvrdit, že jeho další kroky nenavazovaly na první vztah. Zdánlivě nesmyslně opustil vztah pro hustotu a začal se zabývat tíhovou silou. Tento krok by jej tedy odvedl od analytického přístupu, tedy další řešení by bylo **syntetické**.

Pravda může ležet i někde mezi těmito dvěma možnostmi: student věděl, že musí určit vztlakovou sílu, pomocí které snad bude schopen dopočítat objem, nevěděl ovšem, jestli je tato úvaha správná, či jestli to je slepá ulička. Tento přístup by se dal zařadit do heuristiky **analýza prostředků a cílů**, neboť se student snaží zmenšit vzdálenost mezi známým a neznámým.

- ***Brždění elektromotoru***

Student si na začátku řešení úlohy opět vypsal zadané veličiny a převedl je na základní jednotky. Následně v Tabulkách nalezl vztah pro výkon. Poté provedl úvahu o tom, že práce vykonaná elektromotorem se přemění na teplo. Napsal si tedy rovnici pro teplo. V ní nahradil hmotnost vody pomocí hustoty a objemu. Aby si takto mohl vyjádřit hmotnost, zapsal si vedle vztah pro objem jako $V = m/\rho$. Nyní z upravené rovnice pro teplo vyjádřil objem. Za teplo vyskytující se v čitateli dosadil ze vztahu pro výkon, dosadil číselné hodnoty a objem vypočítal.

Při vysvětlování řešení kamarádovy by vycházel z rovnice pro teplo, protože se v zadání vyskytuje pojem teplo. Za hmotnost vyskytující se v rovnici pro teplo by dosadil hustotu a objem a následně by objem vyjádřil. Nyní by zbývalo vyjádřit teplo pomocí výkonu a času.

Měl-li by student začít své řešení použitím jiného vztahu než rovnice pro teplo, začal by vztahem pro objem $V = m/\rho$. Rovnice pro teplo mu ovšem dle jeho slov přijde jako klíčový vztah v řešení této úlohy: *„Tadyhle jsem v první větě viděl teplo a napadlo mě, že když tam je to teplo, tak se to od něj bude odvíjet a tomu zbytku jsem věnoval míň pozornost a prostě jsem se zaměřil na teplo.“*

Pokud by si měl vybrat, který způsob by mu vyhovoval víc (začínat rovnicí pro teplo nebo vztahem $V = m/\rho$, pokud by tuto úlohu řešil učitel na tabuli, vybral by si spíše druhý způsob řešení.

Student si při řešení této úlohy vybral **syntetický** způsob, začal totiž od zadaného výkonu a pokračoval rovnicí pro teplo, která pro něj v této úloze hrála důležitou roli. Nebránil se ovšem ani **analytickému** způsobu řešení, uvítal by jej například v případě, kdy by se daná úloha řešila v hodině fyziky na tabuli.

Student č. 6

Ročník: 1.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Brždění elektromotoru* a *Hustota koule*

- ***Brždění elektromotoru***

Tento student začal řešení úlohy v porovnání s ostatními respondenty poněkud netradičně. Provedl slovní analýzu toho, o co v té úloze jde a co se bude při brždění elektromotoru dít. Napsal si rovnici pro teplo. Následně provedl nesprávnou úvahu o tom, že se výkon bude měnit na teplo. Badatel ho zarazil a doporučil mu, ať se podívá, jaký je vztah pro výkon. Uvědomil si, že nikoli výkon, ale práce se bude měnit při brždění na teplo. Tuto práci číselně dopočítal. Vypočítanou práci dosadil do rovnice pro teplo za dodané teplo, dosadil za měrnou tepelnou kapacitu a za rozdíl teplot a vypočítal hmotnost potřebné vody. Následně z definičního vztahu pro hustotu vyjádřil hledaný objem, dosadil za hustotu a hmotnost číselné hodnoty a objem vypočítal.

Při vysvětlování řešení kamarádovi opět začal analýzou situace a rozebráním toho, o co v té úloze jde. Poté by ze zadaného výkonu určil mechanickou práci, o které ví, že se bude měnit na teplo. Tuto vypočítanou práci by dosadil za teplo do rovnice pro teplo. Vypočítal by hmotnost. Vzhledem k tomu, že dle zadání úlohy je nutné vypočítat objem, použil by vztah pro hustotu, ze kterého by objem vyjádřil a dosadil by hustotu a vypočítanou hmotnost vody.

Student vidí úskalí v tom, že by si sám nejspíš neuvědomil, že nikoli výkon, ale práce se mění na teplo. Všiml si ovšem toho, že výkon a teplo mají jiné jednotky, takže by mu nejspíše došlo, že nemůže dosadit výkon za teplo.

Pokud by měl začít jiným vztahem než vzorcem pro výkon, začal by rovnicí pro teplo, do které by dosadil známé veličiny a vyjádřil by si teplo v závislosti na hmotnosti vody.

Student nejprve provedl slovní analýzu situace, což bychom mohli chápat jako využití heuristiky **analýza prostředků a cílů**. Po tomto zmapování situace si pro vyřešení této úlohy vybral **syntetický** způsob řešení. Začal tím, že si ze zadaných hodnot vypočítal práci vykonanou elektromotorem. I pokud by začínal z rovnice pro teplo, jednalo by se spíše o syntetický přístup. Analytický způsob jej nenapadl.

- ***Hustota koule***

Ihned po přečtení zadání student prohlásil: *„Budeme potřebovat hustotu, to znamená hmotnost děleno objem."* Následně načrtl situaci a do obrázku zanesl všechny síly působící na kouli. Úvahou spočítal vztlakovou sílu ze zadaných sil a poté se podíval do Tabulek, jaký je obecný vztah pro tuto sílu. Do tohoto vztahu dosadil spočítanou vztlakovou sílu a ostatní zadané veličiny a vyjádřil objem. Tento objem dosadil do definičního vztahu pro hustotu a hustotu vypočítal.

Při vysvětlování řešení kamarádovi by začal tím, čím podle svých slov sám nezačínal, tedy spočítáním tíhové síly. Porovnáním tíhové síly a výsledné síly působící na provázek by zjistil, že na kouli musí působit ještě jedna síla, a to proti síle tíhové. Takto by určil vztlakovou sílu. Našel by si vztah popisující tuto sílu a do něj by dosadil známé veličiny, načež by z něj vyjádřil objem koule. Dále by napsal vztah pro hustotu a do něj by dosadil známou hmotnost a určený objem koule.

Badatel se ho následně otázal, jestli vidí nějaký rozdíl v přístupu, kterým úlohu řešil on – tedy začínal vztahem pro hustotu – a v přístupu, kterým řešení vysvětloval kamarádovi – začínal určením tíhové, resp. vztlakové síly. Student odpověděl, že si při čtení zadání všiml, že se tam zmiňuje hmotnost a že má určit hustotu. Dále prohlásil: *„Když máme určit hustotu, tak si napíšu hned vzoreček na hustotu, protože to asi bude potřeba, protože hustotu samostatnou nezískáme jinak než pomocí tohohle vzorečku.“*

Pokud by ovšem měl tuto úlohu řešit učitel na tabuli, vyhovoval by studentovi přístup druhý, tedy na začátku řešení načrtnutí obrázku a určení vztlakové síly. Podle něj by první způsob byl pro ostatní studenty příliš matoucí a označil jej za obtížnější.

Student si při vlastním řešení úlohy vybral **analytický** způsob řešení. Ihned po přečtení řešení totiž napsal vztah pro hustotu, jelikož, jak sám tvrdil, má-li určit hustotu koule, tak určitě bude tento vzoreček potřebovat. Další kroky se ovšem jevily jako **syntetické**, neboť zdánlivě nenavazovaly na tento napsaný vztah. Zřejmě ale tušil, že potřebuje určit objem koule, protože během řešení ani jednou nezaváhal, nemusel si znovu číst zadání ani nevyžadoval pomoc badatele. Při vysvětlování kamarádovi by student zvolil syntetický způsob, stejně tak by mu tento způsob víc vyhovoval, pokud by tuto úlohu řešil učitel na tabuli.

Student č. 7

Ročník: 4.

Typ školy: Víceleté gymnázium

Úlohy: *Hustota koule a Pohyb vodiče v magnetickém poli*

- ***Hustota koule***

Student při řešení této úlohy vycházel z náčrtku situace a z rovnováhy sil. Zapsal si rovnici, kde se na jedné straně vyskytuje zadaná výsledná síla a na druhé straně síla vztlaková a tíhová. Vztlakovou sílu si rozepsal pomocí objemu koule, hustoty kapaliny a tíhového zrychlení. Objem koule zapsal použitím hmotnosti a hustoty koule. Z rovnice pak vyjádřil neznámou hustotu koule. Příklad nedopočítal číselně, neboť se mu nechtělo a badateli obecný výsledek stačil.

Vysvětlování řešení kamarádovi by student začal rozborem sil působících na kouli. Dále by napsal rovnici pro rovnováhu sil a rozepsal by si vztlakovou sílu. Za objem by dále dosadil pomocí hmotnosti a hustoty koule. Neznámou hustotu koule by posléze z rovnice vyjádřil a tím by byla úloha vyřešena.

Badatel se ho následně otázal, jestli by zvládl začít i od jiného vztahu než z rovnováhy sil. Student nevěděl, jak začít, a tak mu badatel naznačil druhý způsob řešení, při kterém se vychází z definičního vztahu hustoty. Student úlohu vypočítal i tímto způsobem a řekl: *„Já to třeba dělám tak, když mám zadanou úlohu, že si pod sebe napíšu všechno, co mám zadaný. Pak třeba si vypíšu vzorce, který bych mohl potřebovat, ty, ve kterých se vyskytujou ty neznámý, a pak to nějak skloubím dohromady… Třeba si i napíšu vzorec, kterej nepotřebuju.“*

Badatel se jej otázal, který ze dvou uvedených způsobů by mu víc vyhovoval, kdyby tuto úlohu měl řešit učitel na tabuli. Studentovi by víc vyhovoval způsob, který sám použil, neboť druhý způsob (analytický) mu přijde víc *„mechanický“*

a *„…lidi musí mít větší znalost, větší vhled do toho příkladu, aby pochopili, co ten učitel dělá za ty kroky“*.

O svém způsobu řešení se student vyjádřil následovně: *„Zatímco ten druhej způsob* [studentův] *mi přijde, že přijdu, kouknu na to, co tam všechno může být, co tam je, co tam není, jaký všechny síly tam působí. Uvědomím si, jaký všechny síly mají být v rovnosti, a dosadím.“*

Student si pro řešení této úlohy vybral **syntetický** způsob řešení, začal totiž tím, co znal. Nejprve zapsal rovnici pro rovnováhu sil, ve které se mu až po dalších úpravách vyskytla hledaná hustota koule. Na **analytický** způsob sám nepřišel, ale poté, co mu badatel naznačil jeho charakteristiky, vyřešil danou úlohu i tímto způsobem. Na závěr sdělil badateli svůj přístup k řešení podobných úloh, který by se dal popsat jako hromadění nápadů a který zřejmě koresponduje se Sternbergovou heuristikou **produkování nápadů a jejich testování**.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Student řešení druhé úlohy moc nekomentoval, z badatelova pozorování, které zachytil ve svých terénních poznámkách pořízených během rozhovoru, však vyplývá, že student začal řešení úlohy zápisem zadaných veličin a jejich převodem na základní jednotky. Dále chtěl student dosadit do vztahu pro magnetickou indukci kolem přímého vodiče s proudem, neboť tvrdil, že *„mám všechny veličiny zadané“.* Badatel mu následně poradil, aby se zamyslel nad tím, jak je možné, že ve vodiči, který není připojený ke zdroji napětí, teče elektrický proud. Student si tedy uvědomil, že se v něm bude indukovat napětí, a tedy že je zapotřebí použít Faradayova zákona elektromagnetické indukce. Napsal si tedy tento zákon a za změnu magnetického indukčního toku dosadil pomocí magnetické indukce a plochy opsané vodičem. Dále si tuto plochu vyjádřil jako součin délky vodiče, rychlosti pohybu vodiče a časové změny. Vztah dále upravil a vyjádřil magnetickou indukci, přičemž za indukované napětí dosadil součin elektrického proudu a odporu. Číselně magnetickou indukci opět nedopočítal, a to ze stejného důvodu, jako je uveden výše.

Pokud by měl řešení vysvětlit kamarádovi, začal by z Faradayova zákona elektromagnetické indukce a pak by postupoval stejně, jako postupoval při svém řešení této úlohy.

Badatel jej posléze poprosil, aby zkusil začít z jiného vztahu než z Faradayova zákona. Student tedy začal tím, že by si napsal vzorec pro magnetický indukční tok a z něj by vyjádřil magnetickou indukci. Následně by dosadil za magnetický indukční tok, který by si vyjádřil z Faradayova zákona, a za plochu opsanou vodičem, jež by opět vyjádřil stejným způsobem jako v přechozím způsobu řešení. Nakonec by za indukované napětí dosadil součin elektrického proudu a odporu.

I v této úloze student použil **syntetický** způsob řešení, které začal zapsáním Faradayova zákona. Je sice pravda, že na úplném začátku řešení chtěl student dosadit do vzorce pro magnetickou indukci kolem přímého vodiče s proudem, protože dle svých slov má všechny veličiny potřebné na spočítání magnetické indukce zadané. Tento způsob řešení by se dal zařadit pod přístup řešení, který Svoboda označuje jako **použití hotového vzorce**.

Student byl schopen vyřešit úlohu i **analytickým** způsobem, přičemž začínal ze vztahu pro magnetický indukční tok, ze kterého vyjádřil neznámou magnetickou indukci.

3.4.2 Učitelé

V této podkapitole je uvedeno vyhodnocení výzkumu, kterého se zúčastnilo jedenáct středoškolských učitelů. Pro zachování jejich anonymity jsou jednotliví učitelé označeni číslem 1 až 11.

U každého učitele jsou dále uvedeny informace získané prostřednictvím krátkého dotazníku, který obdrželi společně se zadáním úloh a který je uveden v příloze 1. Ve zmíněném dotazníku vyplňovali učitelé i kolonku tázající se na vysokou školu, kde získali aprobaci. Vzhledem k tomu, že všichni učitelé odevzdavší dotazník a řešení úloh vystudovali KDF MFF UK, je tato informace u všech učitelů vynechána.

Odpovědi na otázku, proč oslovení učitelé řeší se studenty výpočtové fyzikální úlohy, jsou rozebírány na konci této podkapitoly a nikoli u každého učitele zvlášť.

Někteří učitelé hýřili doprovodnými poznámkami a někteří naopak byly na komentáře skromní. Z tohoto důvodu se délka popisu řešení u jednotlivých úloh značně liší.

Učitel č. 1

Délka praxe: 17 let

Typ školy, na které učí: střední průmyslová škola

Část výuky věnovaná řešení úloh: cca 35 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel začíná řešení úlohy zápisem zadaných veličin a hledané veličiny. Dále pokračuje fyzikálním rozborem situace. Píše, že v úloze se uplatňuje zákon zachování energie, tedy že vykonaná práce se rovná teplu předanému chladicí vodě. Z tohoto zákona učitel vychází. Dále vyjadřuje práci pomocí zadaného výkonu a času a dosazuje do zákona zachování energie. Za teplo dosazuje z rovnice pro teplo. Pak se vrací k zadání, které se ptá na potřebný objem chladicí kapaliny. Za hmotnost vystupující v rovnici pro teplo tedy dosadí pomocí hustoty a objemu. Hledaný objem vyjádří a dosadí zadané hodnoty a určí hodnotu objemu. Na závěr uvádí diskusi výsledků. V úplném závěru je uvedena poznámka týkající se převodu jednotek °C na K.

Učitel si při řešení této úlohy vybral převážně **syntetický** přístup. Jeho řešení se odvíjí od zákona zachování energie, což bychom mohli považovat za krok patřící do heuristiky **analýza prostředků a cílů**, potom již ale pokračuje vyjádřením práce pomocí výkonu a času. Postupně se dopracovává k hledanému objemu, který se v rovnici vyskytne až později.

- ***Hustota koule***

Učitel opět začíná řešení zápisem zadaných veličin a hledané veličiny. Jeho dalším krokem je náčrtek situace a zanesení sil působících na kouli. Pomocí tohoto náčrtku sestavuje rovnici pro rovnováhu sil, kde na jedné straně se vyskytuje zadaná výslednice a na druhé straně je rozdíl tíhové a vztlakové síly. Dále učitel za jednotlivé síly dosazuje dle jejich definičních vztahů. Vyjádří a dopočítá neznámý objem, který následně dosadí do definičního vztahu pro hustotu. V závěrečných pedagogických poznámkách učitel osvětluje některé své kroky. Například to, že nejprve číselně vypočítá objem a pak jej dosadí do vztahu pro hustotu, by dělal s méně zdatnou třídou. S rychlejší třídou by dosadil objem vyjádřený obecně. Dále zde diskutuje používané značení.

Při tomto řešení učitel použil **syntetický** způsob. Při řešení vychází z rovnice pro rovnováhu sil, které jsou zadané, dále nejprve určí objem koule a až poté se v řešení vyskytuje definiční vztah pro hustotu.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Učitel opět začíná zápisem zadaných veličin a hledané veličiny. Dále si zakresluje jak situaci na rovině, tak situaci na nakloněné rovině, a vynáší do obrázků síly, které na zrychlující autobus působí. Dále předpokládá, že žáci by již absolvovali rozbor pohybu po nakloněné rovině, zapíše tedy jen vektorové rovnice pro rovnováhu sil a vyvodí závěr, že důležité jsou ty síly, které působí po nebo proti směru pohybu. Zapíše tedy příslušný skalární zápis síly působící na autobus při rozjíždění na rovině a na nakloněné rovině. Uvádí, že pro výslednou sílu, která udává zrychlení autobusu při jízdě po nakloněné rovině, platí, že je dána rozdílem tahové síly motoru autobusu a složky tíhové síly působící proti směru pohybu autobusu. Za tahovou sílu motoru učitel dosazuje pomocí známé hmotnosti a zrychlení autobusu na rovině. Dále z obrázku odvozuje velikost složky tíhové síly, která působí proti směru pohybu autobusu. Po dosazení této složky do výchozí rovnice a zkrácení hmotnosti osamostatňuje učitel hledané zrychlení na nakloněné rovině a dosazuje zadané hodnoty.

Učitel použil **syntetický** způsob řešení úlohy, neboť se opřel o rovnici rovnováhy sil. Vyjádření hledaného zrychlení je jedním z posledních kroků, které učitel během řešení provádí.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel začíná zápisem zadaných veličin a hledané veličiny. Dále pokračuje náčrtkem situace a rozborem úlohy pomocí otázek *Jak vznikne elektrický proud ve vodiči? Kde je zdroj napětí?* Dále učitel uvádí, že by s žáky vymysleli, že zdrojem napětí je samotný vodič. Učitel následně zapisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce, a jelikož změna magnetického indukčního toku nastává vlivem změny plochy, dosazuje do čitatele za změnu magnetického indukčního toku pomocí magnetické indukce, změny plochy opsané vodičem a kosinu úhlu, který svírá vektor magnetické indukce s normálovým vektorem plochy opsané vodičem. Učitel dále za plochu dosazuje pomocí délky drátu a jeho rychlosti a času, po který změna plochy nastává. Po zkrácení této změny času dosazuje za indukované napětí pomocí zadaného elektrického proudu a odporu. Následně učitel vyjádří hledanou magnetickou indukci a dosadí číselné hodnoty veličin, čímž získá hodnotu magnetické indukce. V závěrečných poznámkách učitel uvádí, že takto odvozuje Faradayův zákon, tudíž diskuse o tom, kde se bere elektrický proud, by v jeho třídě proběhla rychle.

Učitel si vybral **syntetický** způsob řešení. Vychází z Faradayova zákona a postupně se dopracovává k hledané magnetické indukci.

Učitel č. 2

Délka praxe: 1 rok

Typ školy, na které učí: střední průmyslová škola

Část výuky věnovaná řešení úloh: cca 70 %

Učitel ještě před samotným řešením uvádí, že obvykle nechává studenty, aby sami navrhli postup řešení a kroky, které dále uvádí, by jim předestřel až tehdy, pokud by neměli žádné nápady.

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel začíná řešení tím, že zakreslí obrázek situace a vypíše zadané a neznámé veličiny. Dále pokládá otázku: *Jakou veličinu je možné určit ze zadaného výkonu a času?* Tímto vede studenty k tomu, aby spočítali energii uvolněnou za danou dobu. Učitel se následně ptá: *Umíme určit množství (hmotnost) vody, která při přijetí této energie zvýší teplotu o 30 °C?* Touto otázkou vede učitel studenty k tomu, aby si napsali rovnici pro teplo. Následně ze zákona zachování energie učitel odvodí, že energie odevzdaná motorem je stejná jako energie přijatá vodou. To této rovnice pro rovnost energií dosadí teplo z rovnice pro teplo a práci určenou pomocí výkonu a času a vyjádří neznámou hmotnost. Tu přepočítá na objem tím, že zjednodušeně *kilogramy odpovídají litrům.* Učitel zvolil tento postup, jelikož jej považuje za velmi přímočarý. Ze zadaných hodnot se dá energie uvolněná motorem vypočítat i zpaměti.

Tento způsob řešení se dá charakterizovat jako čistě **syntetický**, což dokládá první otázka položená učitelem, tedy *jakou veličinu je možné určit ze zadaného výkonu a času*. Učitel vychází z toho, co má jednoznačně uvedené v zadání a postupně se dopracovává k hledanému objemu.

- ***Hustota koule***

Učitel začíná řešení náčrtem situace a vypsáním zadaných hodnot. Dále vznáší otázku, *jakou silou by se lanko napínalo, kdyby koule nebyla ponořená ve vodě*, a situaci nakreslí. Následně se studenty rozebere, čím je způsoben rozdíl v síle napínající lano v těchto dvou případech (koule ve vodě a koule ve vzduchu), čímž si studenti uvědomí, že ve vodě musí působit ještě vztlaková síla, a určí její velikost. Poté ze znění Archimédova zákona odvodí vztah pro vztlakovou sílu, ze kterého vyjádří objem koule. Tento objem dosadí do definičního vztahu hustoty a určí hustotu koule.

Učitel postupoval **syntetickým** způsobem. Zaobíral se rozborem, jak by situace vypadala, kdyby koule nebyla ponořená do vody. Ke vztahu pro hustotu, ze kterého by se vycházelo při analytickém řešení, se dopracoval až na samý závěr řešení.

- *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce*

Učitel začíná řešení náčrtem situace a vypsáním zadaných hodnot. Následně učitel řeší otázku, *jak velkou tahovou sílu má motor při rozjíždění na rovině*, čímž vede studenty k tomu, aby použili druhý Newtonův zákon a určili velikost této síly. Následuje rozbor sil v situaci, kdy se autobus rozjíždí po nakloněné rovině. Učitel vede studenty k tomu, aby si uvědomili rozklad tíhové síly na složky, na což následně navazuje otázkou, *jaký vliv mají jednotlivé síly na pohyb autobusu*. Dále určí velikost brzdící složky tíhové síly pomocí lepšího náčrtku nakloněné roviny, ve kterém je lépe vidět potřebný pravoúhlý trojúhelník. Učitel vede žáky, aby si uvědomili, že tato síla působí proti tahové síle motoru a bude se tedy od tahové síly odečítat, čímž získají výslednou sílu, díky níž se autobus rozjíždí do kopce. Pomocí této síly určí hledané zrychlení opět použitím druhého Newtonova zákona.

Učitel při řešení této úlohy postupoval **synteticky**, neboť vycházel z určení tahové síly motoru při rozjíždění na rovině. K vyjádření hledaného zrychlení se dopracoval až v samém závěru řešení.

- *Pohyb vodiče v magnetickém poli*

Učitel začíná řešení náčrtem situace a vypsáním zadaných hodnot. Dále vede studenty k tomu, aby ze zadaného elektrického proudu a odporu určili indukované napětí. Otázkou *Jak vyjádříme indukované napětí pomocí magnetické indukce* vede žáky k napsání Faradayova zákona elektromagnetické indukce. Rozepsáním změny magnetického indukčního toku a změny plochy za čas získává indukované napětí jako součin magnetické indukce, rychlosti pohybu vodiče a délky vodiče. Porovnáním těchto dvou vztahů pro indukované napětí nalezne hledanou magnetickou indukci.

Učitel k tomuto řešení uvádí, že se mu osvědčilo začínat vždy nejsnadnější částí úlohy, byť by to znamenalo „jít od konce“. Dle jeho názoru to dodá studentům sebevědomí v dalším řešení.

I v této poslední úloze používá učitel **syntetický** přístup k řešení. Sám totiž ve svých poznámkách uvádí, že začíná od nejsnadnější části úlohy, čímž se vyznačuje i syntetický způsob řešení. Zde začíná určením indukovaného napětí ze zadaného elektrického proudu a odporu.

Učitel č. 3

Délka praxe: 10 let

Typ školy, na které učí: střední odborná škola (učí hlavně informatiku, fyziku jen okrajově), předtím gymnázium (učil hlavně fyziku)

Část výuky věnovaná řešení úloh: 30-40 %, na gymnáziu 50%

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel začíná řešení zápisem zadaných veličin a hledané veličiny. Následuje zapsání výkonu jako práce za čas, přičemž je tento krok doplněn úvahou, že práce se mění na teplo, namísto práce tedy učitel začíná psát teplo. Za teplo dosazuje z rovnice pro teplo a osamostatňuje neznámou hmotnost chladicí vody. Poté číselně dosadí, vypočítá hmotnost a úvahou, že *litr vody váží kilo*, dopočítá hledaný objem.

Učitel si vybral čistě **syntetický** způsob řešení, jelikož vycházel ze vztahu pro výkon elektromotoru. Vztah určující objem (resp. hmotnost) se vyskytl až na samém konci řešení.

- ***Hustota koule***

Učitel začíná řešení tím, že nakreslí obrázek a zapíše zadané veličiny. Poté iniciuje dialog s žáky týkající se toho, jaké síly na kouli působí. Předpokládá, že žáci přijdou na to, že na kouli působí kromě tíhové síly ještě síla vztlaková, tedy že zadaná síla je výslednice vzniklá složením síly vztlakové a tíhové. Dále učitel zapíše vztah pro hustotu, neboť úloha se ptá na hustotu koule. Hmotnost koule je zadaná, učitel ovšem nezná objem koule. Namísto toho má zadanou výslednou sílu působící na kouli. Napíše ji tedy jako rozdíl tíhové a vztlakové síly, kterou vyjádří pomocí objemu tělesa, hustoty vody a tíhového zrychlení. Z této rovnice osamostatní objem tělesa (koule) a dosadí jej do vztahu pro hustotu. Následně upraví složený zlomek a dosadí zadané a tabulkové hodnoty.

Učitel úlohu řešil převážně **analytickým** způsobem. Začal sice rozborem zadané situace (nakreslením obrázku), což by se dalo zařadit do syntetického způsobu nebo do **analýzy prostředků a cílů**, ale poté se zaměřil na hledanou veličinu. Jelikož se úloha ptá na hustotu koule, vyházel definičního vztahu hustoty, ve kterém se vyskytovala pouze jedna neznámá, a to objem. Ten vyjádřil z Archimédova zákona pomocí zadané výsledné síly a tíhové síly.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Na počátku řešení učitel zapíše zadané a hledané veličiny. Poté nejprve rozebírá situaci, kdy se autobus rozjíždí po rovině a dopočítává tahovou sílu motoru. Následně zakresluje autobus na nakloněné rovině a do obrázku vynáší jednotlivé síly na autobus působící. Otázkami dovede studenty k tomu, aby si uvědomili, že tíhová síla se rozloží na složky a brzdná složka tíhové síly působí proti tahové síle motoru. Tuto složku určí z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku. Dále učitel zapíše výslednou sílu podílející se na zrychlování autobusu jako rozdíl tahové síly motoru a brzdné složky tíhové síly. Za jednotlivé síly dosadí a vytkne hmotnost. Následně se vrací zpátky k zadání úlohy, které se ptá na zrychlení při jízdě do svahu. Učitel tedy napíše zrychlení vyjádřené z druhého Newtonova zákona a za sílu dosadí výslednou sílu vyjádřenou v předchozím kroku. Následuje zkrácení hmotnosti, kontrola jednotek a dopočítání hledaného zrychlení.

Učitel začal úlohu řešit **syntetickým** způsobem. Určil tahovou sílu motoru na rovině, k čemuž má všechny potřebné veličiny zadané. Dále rozebral situaci na nakloněné rovině a určil výslednou sílu urychlující autobus. Pak ovšem udělal **analytický** krok, tedy vrátil se zpět k zadání, aby zjistil, co má určit. Napsal si vztah pro zrychlení, který odpovídá na otázku úlohy, a dosadil do něj již předem určenou výslednou sílu.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel před samotným řešením úlohy provádí rozbor úlohy z hlediska toho, o co v této úloze jde. Mimo jiné se zmiňuje, že s žáky odvozuje vztah pro indukované napětí jakožto součin magnetické indukce, rychlosti vodiče a délky vodiče v hodině a tudíž jej používá i při řešení této úlohy. Následně provádí zápis zadaných veličin a hledané veličiny. Pak již pouze dosadí do dříve odvozeného vztahu za indukované napětí z Ohmova zákona, osamostatní hledanou magnetickou indukci a dosadí číselné hodnoty.

Rozhodnout, který způsob učitel použil, je v tomto případě náročnější. Vzhledem k tomu, že učitel použil již dříve odvozený vzorec, vypadlo z řešení několik kroků, podle kterých by bylo možné poznat, zda při odvození použitého vzorce postupoval synteticky či analyticky. Řešení úlohy se takto v podstatě redukovalo na metodu **použití hotového vzorce**.

Učitel č. 4

Délka praxe: 15 let

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: 30 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel na začátku řešení vypíše známé veličiny a převede je na základní jednotky. Dále předpokládá, že se všechna mechanická práce přemění beze zbytku na teplo. Napíše tedy rovnost mezi prací a teplem a práci vyjádří pomocí zadaného výkonu a času. Za teplo dosadí z rovnice pro teplo. Neznámou hmotnost vyjádří pomocí známé hustoty a neznámého objemu. Vyjádří objem a dosadí číselné hodnoty veličin.

Učitel si při řešení této úlohy vybral spíše **syntetický** způsob. Vycházel ze zákona zachování energie (což by se dalo zařadit pod heuristiku **analýza prostředků a cílů**) a vztahu pro výkon. Ke vztahu určujícímu hledaný objem se dopracoval až v samém závěru řešení.

- ***Hustota koule***

Učitel nejprve zapisuje známé veličiny a kreslí obrázek, do kterého vynáší síly působící na ponořenou kouli. Z rovnice pro rovnováhu sil vyjádří tíhovou sílu a za vztlakovou sílu dosadí dle Archimédova zákona. Dále vyjádří objem tělesa pomocí hmotnosti a hustoty. Z rovnice následně osamostatní hustotu tělesa a dosadí číselné hodnoty.

Postup použitý při tomto řešení je **syntetický**. Učitel vychází z rovnice pro rovnováhu sil, přičemž hledaná hustota se v této rovnici vyskytne až v průběhu řešení.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Učitel začíná řešení úlohy tím, že zapíše známé veličiny, načrtne situaci na rovině a ve svahu a zakreslí síly, které na autobus v jednotlivých situacích působí. Učitel dále určuje velikost tahové síly motoru při rozjíždění autobusu na rovině. V situaci, kdy se autobus rozjíždí do kopce, používá vektorový zápis sil působících na autobus, přičemž síly následně rozkládá na složky. Zajímají jej pouze složky sil působící ve směru pohybu autobusu. Z rovnice popisující výslednou sílu zapříčiňující zrychlení autobusu do kopce pak vyjádří hledané zrychlení a dosadí číselné hodnoty.

Učitel použil **syntetický** způsob řešení. Nejprve se zabýval tahovou silou motoru při rozjíždění na rovině. Hledaným zrychlením se zabýval až ve druhé části řešení.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel opět začíná řešení úlohy vypsáním zadaných veličin a náčrtkem situace. Dále zapisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce. Změnu magnetického indukčního toku zapíše jako součin magnetické indukce a změny plochy opsané vodičem. Tuto plochu vnímá jako plochu obdélníka, jehož jedna strana je tvořena vodičem a druhá s časem roste; vyjádří plochu tedy jako součin délky vodiče, rychlosti pohybu vodiče a času, po který se vodič pohybuje. Po dosazení do výchozí rovnice lze čas zkrátit. Dále učitel vyjádří indukovaný elektrický proud pomocí Ohmova zákona jako napětí dělené odporem. Za napětí dosadí dříve vyjádřený vztah obsahující magnetickou indukci. Tu posléze z rovnice vyjádří a dosadí číselné hodnoty.

Učitel u této úlohy postupoval **syntetickým** způsobem. Zaměřil se na Faradayův zákon, ve kterém se následně objevila hledaná magnetická indukce.

Učitelka č. 5

Délka praxe: 5 let

Typ školy, na které učí: gymnázium – nižší stupeň

Část výuky věnovaná řešení úloh: 50 %

Učitelka v dotazníku píše, že učí fyziku pouze na nižším stupni gymnázia, kde se ovšem některá látka potřebná pro vyřešení úloh neprobírá (například elektromagnetická indukce v úloze Pohyb vodiče v magnetickém poli). V řešení této úlohy chybí doprovodné komentáře řešení, které se u předchozích tří úloh vyskytují.

- ***Brždění elektromotoru***

Učitelka začíná řešení úlohy tím, že zapíše zadané hodnoty veličin, hledanou veličinu a stručně zapíše, o co v úloze jde – přeměna mechanické energie na teplo. Následně vede studenty k tomu, aby si uvědomili, že se v této úloze používá zákon zachování energie a aby tento zákon zapsali. Dále se jich učitelka ptá, jak souvisí vykonaná práce s výkonem, čímž je vede ke kroku, aby práci zapsali jako součin výkonu a času. Za teplo dosazuje z rovnice pro teplo. Právě v této rovnici se vyskytuje hmotnost potřebné vody. Úloha se ovšem ptá na objem. Učitelka tedy pokládá otázku, jestli *je možné vyjádřit hmotnost vody pomocí jejího objemu*. Za hmotnost vody tedy dosadí součin hustoty a hledaného objemu vody. Ten následně osamostatní a dosadí číselné hodnoty.

Učitelka si vybrala převážně **syntetický** způsob řešení. Vychází ze zákona zachování energie (což by se opět dalo zařadit pod heuristiku **analýza prostředků a cílů**) a vztahu pro výkon. Hledaný objem se v jejím řešení vyskytuje až v samém závěru.

- ### *Hustota koule*

Učitelka na začátku řešení provádí zápis zadaných veličin a hledané veličiny. Dále pokračuje tím, že rozebírá, jak by situace vypadala, pokud by koule nebyla ponořená ve vodě, ale visela by na laně ve vzduchu. K tomu kreslí doprovodný obrázek, který doplňuje o síly působící na kouli. Vede studenty k tomu, aby si uvědomili, že v této situaci je lano napínáno stejně velkou silou, jako je tíha koule. Poté ponoří kouli do vody a ptá se, jak se změní působící síly, čímž navádí studenty k tomu, aby si všimli, že na kouli v tomto případě působí ještě vztlaková síla vody. Zapíše výslednou sílu jako rozdíl tíhové a vztlakové síly a obě síly vyjádří dle jejich definičních vztahů. Tímto se v rovnici vyskytne objem koule, který sice není zadán, ale je možné jej vyjádřit pomocí hustoty a hmotnosti, čímž do rovnice zanáší hledanou hustotu koule. Následuje osamostatnění hustoty a číselné dosazení.

I při řešení této úlohy použila učitelka **syntetický** přístup. Vycházela z rovnice pro výslednou sílu, kam postupně dosazovala tak, až se v rovnici vyskytla hledaná hustota koule.

- ### *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce*

Na začátku řešení zapisuje učitelka zadané hodnoty veličin a hledanou veličinu. Dále rozebírá, jak situace vypadá na rovině a jak na svahu. Z obrázku nakloněné roviny odvozuje, že výsledná síla působící na autobus je dána rozdílem tahové síly motoru a složky tíhové síly působící proti směru pohybu. Do této rovnice dosadí za výslednou a tahovou sílu z druhého Newtonova zákona jako hmotnost krát příslušné zrychlení. Velikost brzdné složky tíhové síly odvodí z pravoúhlého trojúhelníku. Rovnici vydělí hmotností autobusu a osamostatní hledané zrychlení do svahu. Poté číselně dosadí.

Přístup použitý při řešení této úlohy lze považovat za **syntetický**. Učitelka vycházela ze vztahu pro výslednou sílu, kam postupně dosazovala, dokud neměla na jedné straně hledané zrychlení a na straně druhé pouze zadané či tabulkové veličiny.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Na začátku řešení této úlohy učitelka opět vypisuje zadané hodnoty veličin a hledanou veličinu. Následně pokládá otázku: *Jaký vztah platí pro magnetickou indukci?* Magnetickou indukci zapíše jako napětí ku součinu rychlosti a délky vodiče. Dále z Ohmova zákona vyjádří napětí jako součin elektrického proudu a odporu. Následně už jen dosazuje číselné hodnoty.

Při řešení této úlohy použila učitelka zřejmě **analytický** způsob řešení. Na začátky řešení se ptá, jaký vztah pro hledanou magnetickou indukci platí, a do tohoto vztahu dále dosazuje. Je ovšem zřejmé, že vychází ze vztahu, který někteří učitelé odvozují při zavádění Faradayova zákona a nikoli ze samotného Faradayova zákona. Vyskytuje se zde tedy podobný problém jako u učitele č. 3, tedy že by se přístup dal zařadit i do kategorie **použití hotového vzorce**.

Učitel č. 6

Délka praxe: 17 let

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: 50-60 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel na začátku řešení vypíše zadané hodnoty veličin a převede je na základní jednotky. Dále se studentů táže, *co vyjadřuje výkon a jak souvisí s energií*, čímž studenty navádí k zapsání výkonu jako práce za čas. Dle zadání se mechanická energie mění na teplo, učitel tedy dále zapisuje zákon zachování energie. Teplo vyjadřuje pomocí rovnice pro teplo. Měrnou tepelnou kapacitu vody je možné vyhledat v Tabulkách, rozdíl teplot je uvedený v zadání, učitel ovšem nezná hmotnost vody. Vyjádří ji tedy pomocí hledaného objemu a hustoty vody. Následně učitel zkusí všechno dosadit do vztahu pro výkon. Všimne si, že v rovnici se vyskytuje pouze jediná neznámá, a to hledaný objem vody. Ten tedy osamostatní a dosadí číselné hodnoty a napíše odpověď.

Učitel si při řešení této úlohy vybral **syntetický** způsob. Vychází ze vztahu pro výkon elektromotoru a zákona zachování energie. Hledaný objem se v řešení vyskytuje až v závěru.

- ***Hustota koule***

Na začátku řešení úlohy učitel opět vypisuje zadané hodnoty a pokládá otázku, *čím je dána síla působící na lano*. Následně kreslí obrázek, do kterého vynáší všechny síly působící na ponořenou kouli. Z tohoto obrázku dále odvozuje, že zadaná síla je výslednicí síly tíhové a vztlakové, zapíše ji tedy jako rozdíl velikosti tíhové a vztlakové síly. Za obě síly dosadí jejich definiční vztahy. Učitel nezná objem koule vyskytující se ve vztahu pro vztlakovou sílu, ale vyjadřuje jej pomocí hustoty a hmotnosti koule. Po dosazení zůstává v rovnici pouze jedna neznámá, a to hledaná hustota koule. Tu učitel osamostatní a dosadí do rovnice číselné hodnoty.

Tento způsob řešení lze charakterizovat jako čistě **syntetický**. Učitel vychází ze zadaných sil, poté si nakreslí obrázek a z něj odvodí rovnici pro rovnováhu sil, kterou postupně obrábí, dokud se v ní nevyskytne hledaná veličina – hustota koule

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Učitel na začátku řešení opět zapíše zadané veličiny. Poté úlohu rozdělí na dva případy: autobus rozjíždějící se na rovině a autobus rozjíždějící se do svahu. Obě situace opatří obrázkem. Pomocí zadaného zrychlení autobusu na rovině určí tahovou sílu motoru autobusu. Poté rozebere síly působící na autobus na nakloněné rovině a výslednou sílu působící na autobus zapíše jako rozdíl tahové síly motoru a brzdící složky tíhové síly. Tuto složku zapíše pomocí hmotnosti autobusu, tíhového zrychlení a sinu úhlu. Za tahovou sílu motoru a výslednou sílu dosadí z druhého Newtonova zákona. Rovnici vydělí hmotností autobusu a dosadí číselné hodnoty, čím spočítá hledané zrychlení autobusu ve svahu.

Učitel při řešení této úlohy použil **syntetický** způsob. Vycházel ze zadaného zrychlení na rovině, ze kterého určil tahovou sílu motoru. Hledané zrychlení ve svahu se v řešení vyskytlo až v závěru.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel nejprve danou situaci zakresluje a vypisuje zadané hodnoty veličin a převádí je na základní jednotky. Dále používá již odvozený vzorec pro indukované napětí, které je dáno součinem magnetické indukce a délky a rychlosti pohybujícího se vodiče. Napětí vyjádří pomocí zadaného elektrického proudu a odporu a z rovnice vyjádří hledanou magnetickou indukci.

Přístup použitý v této úloze lze opět charakterizovat jako **použití hotového vzorce**, neboť učitel použil odvozený vztah pro indukované napětí, čímž z jeho řešení vypadlo několik kroků podstatných pro rozeznání způsobu řešení.

Učitelka č. 7

Délka praxe: 9 let

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: 20 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitelka začíná řešení úlohy rozborem toho, co se v úloze děje. Poté pokládá otázku, *jakou práci vykoná elektromotor*. Vede studenty k tomu, aby vyjádřili práci pomocí zadaného výkonu a času. Tuto práci číselně dopočítá. Dalším krokem je určení tepla, které ohřívá vodu. Ze zákona zachování energie je toto teplo rovné právě spočítané práci, ale zároveň se dá napsat rovnice pro teplo. Učitelka z rovnice vyjádří hmotnost a dosadí za teplo, měrnou tepelnou kapacitu a rozdíl teplot číselné hodnoty a hmotnost dopočítá. Posledním krokem je určení potřebného objemu vody.

Přístup použitý při řešení úlohy je **syntetický**. Učitelka vychází ze vztahu pro výkon elektromotoru a hledaný objem vyjadřuje až v posledním kroku řešení.

- ***Hustota koule***

V prvním kroku učitelka rozebírá situaci, kreslí obrázek a zakresluje síly působící na ponořenou kouli. Z obrázku vyplývá, že zadaná síla je daná rozdílem síly tíhové a vztlakové. Učitelka tedy vyjádří vztlakovou sílu a číselně ji dopočítá. Dále zapíše vztlakovou sílu jako součin objemu koule, hustoty kapaliny a tíhového zrychlení. Z rovnice vyjádří objem koule a určí jej číselně. Nakonec tento objem dosadí do vztahu pro hustotu.

Učitelka použila **syntetický** způsob řešení. Vycházela ze vztahu pro výslednou sílu působící na kouli, pomocí kterého postupným dosazováním určila objem koule, který pak dosadila do vztahu pro hustotu.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Samotnému řešení úlohy opět předchází rozbor situace a náčrt autobusu na nakloněné rovině společně se silami, které na autobus působí. Dále učitelka určuje tahovou sílu motoru při rozjíždění autobusu na rovině. Ve svahu působí proti této síle složka tíhové síly, kterou učitelka určuje pomocí pravoúhlého trojúhelníku na obrázku. Velikost této složky určí číselně. Následně se zaměří na výslednou sílu způsobující zrychlování autobusu do svahu. Ta je daná rozdílem tahové síly motoru a brzdící složky tíhové síly. Zároveň ji lze napsat pomocí druhého Newtonova zákona jako součin hmotnosti a zrychlení. Z této rovnice učitelka vyjádří hledané zrychlení, dosadí odvozené vztahy a číselné hodnoty a zrychlení vypočítá.

I v případě tohoto řešení se jedná zejména o **syntetický** způsob řešení. Učitelka po rozboru situace na obrázku určí velikost tahové síly motoru na rovině a pak se zaobírá určením výsledné síly působící na autobus na svahu. Hledané zrychlení vyjadřuje až na konci řešení.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Na počátku samotného řešení učitelka opět provádí rozbor situace doplněný obrázkem. Dále zapisuje zadané veličiny a jejich hodnoty a převádí je na základní jednotky. Následně učitelka zapisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce a změnu indukčního toku píše jako součin magnetické indukce a změny plochy opsané vodičem, kterou pomocí dalšího obrázku určí jako součin délky vodiče, jeho rychlosti a změny času. Po zkrácení získává indukované napětí jakožto součin magnetické indukce a délky a rychlosti vodiče. Napětí na vodiči (indukované napětí) určí z Ohmova zákona jako součin elektrického proudu a odporu. Z rovnice vyjádří magnetickou indukci a dosadí číselné hodnoty.

Způsob použitý při řešení této úlohy lze považovat za **syntetický**, neboť učitelka při řešení vychází z Faradayova zákona elektromagnetické indukce.

Učitelka č. 8

Délka praxe: 16 let

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: nižší stupeň – cca 20 %, vyšší stupeň – cca 50 %

- ***Brždění elektromotoru***

Dotazovaná učitelka rozděluje řešení této úlohy na dva případy: v prvním případě je úloha zařazena do tématu Práce, výkon, energie; ve druhém případě je zařazena do tématu Teplo.

Rozeberme nejdříve případ první. Učitelka začíná řešení úlohy tím, že vypíše zadané veličiny, převede je na základní jednotky a posléze se ptá, *co se děje ve třecí brzdě*. Chce, aby se studenti dopracovali k tomu, že v brzdě se přeměňuje práce na teplo. Dále studentům připomíná rovnici pro teplo a to, že práce motoru musí být kompletně převedena na teplo. Dále sestavuje rovnici (zřejmě vychází právě ze zákona zachování energie), vyjadřuje hmotnost vody a číselně ji vypočítává. Dalším krokem je převedení hmotnosti na objem.

Ve druhém případě učitelka předpokládá, že úlohu zařazuje pro procvičení pojmu teplo. Pokládá tudíž otázku, *kde se bere teplo, které přijímá voda, v důsledku čehož se zvyšuje její teplota.* Dále se ptá, *jak souvisí práce s výkonem.* Napíše vztah pro práci pomocí výkonu a času. Za práci dosadí z rovnice pro teplo a dále postupuje stejně jako v prvním případě.

Učitelka použila v obou rozebíraných postupech spíše **syntetický** způsob řešení. Vycházela buď ze vztahu pro výkon (první postup), nebo ze vztahu pro teplo (druhý postup).

- ***Hustota koule***

Na počátku řešení této úlohy zakreslí učitelka uvedenou situaci na tabuli a se studenty *rozebere, které síly na kouli působí, a vztahy mezi nimi* (zřejmě tedy píše, že výsledná síla je rovna rozdílu síly tíhové a vztlakové). Dále napíše vztahy pro jednotlivé síly. Následně studentům připomene vztah pro hustotu a ptá se, *co je zapotřebí zjistit a co je zadané.* Hmotnost je zadaná, objem tělesa nikoli, ale je možné jej určit ze vztlakové síly. Na úrovni základní školy by učitelka objem nejdříve číselně dopočítala a až poté dosadila do vztahu pro hustotu. Na úrovni střední školy by objem vyjádřila obecně a do vztahu pro hustotu by dosadila tento obecný vztah.

Na začátku řešení se přístup jeví jako **syntetický**, neboť učitelka vycházela z rovnice pro výslednou sílu. Dále ovšem napsala vztah pro hustotu a ptala se, co je zadáno a co je zapotřebí zjistit. Tento krok by se dal zařadit do **analytického** přístupu.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Na začátku řešení rozebírá učitelka situaci na rovině, tedy autobus o dané hmotnosti se pohybuje s daným zrychlením, působí na něj tedy síla daná součinem hmotnosti a zrychlení. Učitelka se dále ptá, *co se děje ve svahu*. Nakreslí obrázek autobusu na nakloněné rovině, kam zakreslí tíhovou sílu a její složky. Určí velikost složky tíhové síly působící proti směru pohybu autobusu. Poté napíše vztah pro zrychlení z druhého Newtonova zákona, tedy jako sílu lomenou hmotností. Za sílu dosadí rozdíl tahové síly motoru a brzdné složky tíhové síly. Dále buď dosadí obecné vztahy, nebo spočítá každou sílu zvlášť a dosadí až číselné hodnoty.

Postup, který si učitelka vybrala, se dá zpočátku označit za **syntetický**, neboť nejprve vycházela ze zadaných údajů a určila tahovou sílu motoru, následovanou brzdnou složkou tíhové síly. Poté ovšem vynechala výpočet výsledné síly ve směru pohybu a „skočila“ ke vztahu pro hledané zrychlení, což by se dalo chápat jako část **analytického** řešení.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Před započetím samotného řešení učitelka vypisuje hodnoty zadaných veličin a převádí je na základní jednotky. Poté se studenty vyjasňuje otázku, proč vodičem protéká elektrický proud a je-li podstatné, že se vodič v magnetickém poli pohybuje. Dále použije vztah pro indukované napětí jakožto součin magnetické indukce a délky a rychlosti vodiče. Za napětí dosadí z Ohmova zákona pomocí elektrického proudu a odporu. Poté jen vyjádří hledanou magnetickou indukci a číselně ji určí.

Tento přístup by se dal zařadit do přístupu nazvaného **použití hotového vzorce.** Učitelka používá dříve odvozený vzorec pro indukované napětí, díky čemuž vypadlo z řešení několik kroků podstatných k posouzení přístupu.

Učitel č. 9

Délka praxe: 33 let

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: 40 %

- ***Brždění elektromotoru***

Na začátku samotného řešení učitel vypisuje hodnoty zadaných a potřebných tabulkových veličin a převádí je na základní jednotky. Pak se učitel pouští do rozboru situace, v němž popisuje, co se s třecí brzdou při brždění děje. Dospěje tak k prvnímu termodynamickému zákonu, a sice že změna vnitřní energie je rovna součtu práce vykonané elektromotorem a tepla vyměněného s okolím. Nemá-li se teplota brzdy zvyšovat, musí být změna vnitřní energie rovna nule, práce vykonaná elektromotorem tedy musí být rovna odebranému teplu. Učitel tedy zapíše práci pomocí výkonu a času a teplo pomocí rovnice pro teplo. Za hmotnost vody vyskytující se v rovnici pro teplo dosadí pomocí hledaného objemu a hustoty vody. Objem osamostatní a dosadí číselné hodnoty a vypočítá jej. Na závěr napíše odpověď.

Učitel při řešení této úlohy použil **syntetický** způsob řešení, při kterém vycházel ze zákona zachování energie. Hledaný objem vody se v rovnici vyskytl až na závěr řešení. Rozbor situace a zapsání zákona zachování energie by se daly zařadit pod heuristiku **analýza prostředků a cílů**.

- ***Hustota koule***

Na počátku řešení učitel opět vypisuje hodnoty zadaných a tabulkových veličin. Dále provádí rozbor situace s náčrtkem a ptá se, *jaké síly na ponořenou kouli působí*. Koule je v rovnováze, platí tedy rovnováha tří sil. Tíhovou sílu zapíše jako součet zadané a vztlakové síly. Za tíhovou a vztlakovou sílu dosadí definiční vztahy a osamostatní objem koule. Dále napíše vztah pro hustotu koule, kam za objem dosadí výše odvozený vztah. Upraví složený zlomek, dosadí číselné hodnoty a hustotu vypočítá.

Učitel vycházel ze vztahu pro rovnováhu sil, použitý přístup by se tedy dal popsat jako **syntetický**. Poté z rovnice pro rovnováhu sil vyjádřil objem, na který se ovšem úloha neptá. Ten posléze dosadil do vztahu pro hustotu, kterýžto krok se dá označit za **analytický**.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Učitel ještě před samotným řešením úlohy vypisuje hodnoty zadaných veličin a převádí je na základní jednotky. Poté zakresluje situaci na vodorovné silnici a ptá se, *jaké síly působí na autobus*. Dochází k závěru, že pro pohyb je důležitá pouze tahová síla motoru. Pro pohyb autobusu platí druhý Newtonův zákon, tedy tahová síla motoru je daná součinem hmotnosti autobusu a zrychlení na rovině. Dále se učitel ptá, *jak se situace změní, bude-li silnice do kopce*, a zakresluje obrázek. Proti tahové síle motoru působí složka tíhové síly. Učitel zapisuje druhý Newtonův zákon pro výslednou sílu urychlující autobus do kopce, zároveň tuto výslednou sílu zapisuje jako rozdíl tahové síly motoru a složky tíhové síly působící proti směru pohybu autobusu. Za tahovou sílu motoru dosazuje z předchozí situace na rovině a za brzdnou složku tíhové síly dosazuje zřejmě předem odvozený vztah (součin hmotnosti, tíhového zrychlení a sinu úhlu). Rovnici vydělí hmotností a tím získává hledané zrychlení autobusu při jízdě do kopce. Dále už jen číselně dosadí a zrychlení dopočítá.

Tento přístup k řešení úloh by se dal opět označit za **syntetický**. Učitel postupoval od zadaného zrychlení na vodorovné silnici a postupně se propracovával k hledanému zrychlení ve svahu.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Ještě před započetím vlastního řešení učitel zapisuje hodnoty zadaných veličin a převádí je na základní jednotky. Poté situaci zakresluje do obrázku. Ptá se, *jaká bude polarita indukovaného napětí a kam poteče elektrický proud*. Pomocí Flemingova pravidla určí polaritu a dokreslí směr elektrického proudu. Dále zapisuje velikost indukovaného napětí jako součin magnetické indukce a délky a rychlosti pohybujícího se vodiče. Následně zapisuje Ohmův zákon pro obvod, indukované napětí zapisuje jako součin elektrického proudu a odporu. Porovnáním obou vztahů získá rovnici, ve které se vyskytuje pouze jediná neznámá, a to hledaná magnetická indukce. Tu vyjádří, dosadí číselné hodnoty a vypočítá ji. Na závěr diskutuje, že výsledná magnetická indukce je poměrně velká vzhledem k magnetickému poli Země, může jej tedy při výpočtech zanedbat.

Použitý přístup by se dal opět charakterizovat jako **použití hotového vzorce**. Učitel vycházel ze vztahu pro indukované napětí, který si zřejmě se studenty odvodil ještě před počítáním takovéto úlohy, čímž ovšem z řešení vypadne několik kroků podstatných k rozlišení způsobu řešení.

Učitel č. 10

Délka praxe: 2,5 roku

Typ školy, na které učí: gymnázium

Část výuky věnovaná řešení úloh: 33 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel na začátku řešení úlohy se studenty rozebírá, zdali rozumí úloze a vědí, co mají spočítat. Dále se jich táže, *jestli mají nějaký odhad, jak by úloha měla vyjít*. Učitel provede odhad potřebného objemu vody a to tak, že spočítá mechanickou práci pomocí zadaného výkonu a času, kterou vydělí zaokrouhlenou měrnou teplenou kapacitou. Výsledek vydělí třiceti stupni Celsia a vyjde mu, že na uchlazení brzdy bude zapotřebí asi 1,5 litru.

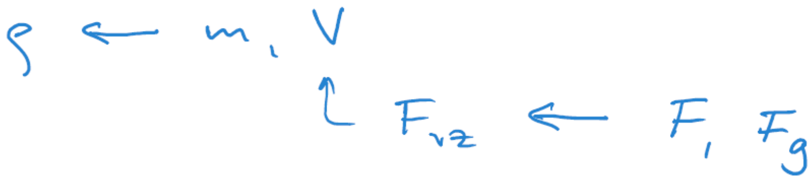
Až posléze se pustí do precizního výpočtu. Zapíše hodnoty zadaných veličin a převede je na základní jednotky. Dále určí energii dodávanou chladící vodě pomocí zadaného výkonu a času. Tuto energii zapíše i pomocí rovnice pro teplo. Porovnáním těchto dvou zápisů získá rovnici, ve které se vyskytuje jen jedna neznámá, a to hmotnost vody. Tu nahradí součinem objemu a hustoty vody a hledaný objem z rovnice vyjádří. Dosadí číselné hodnoty a vypočítá jej. Na závěr vypočítaný objem porovnává s původním odhadem.

Učitel při řešení používá **syntetický** způsob řešení. Vychází ze vztahu pro mechanickou energii (práci), kterou určí pomocí zadaného výkonu a času. Rozbor a odhad situace by se dal zařadit do heuristiky **analýza prostředků a cílů**.

- ***Hustota koule***

Učitel začíná řešení tím, že načrtne obrázek a do něj síly působící na kouli. Dále pokládá otázku, *jak získáme hustotu koule*. Zakresluje zajímavé schéma (viz obr. 1), pomocí kterého vidí, že na to, aby zjistil hustotu, potřebuje znát hmotnost a objem koule. Objem koule získá ze vztlakové síly a vztlakovou sílu dokáže určit pomocí tíhové síly a zadané výsledné síly. Z tohoto schématu vychází. Na začátku tedy určí vztlakovou sílu tak, že porovná rozdíl tíhové a výsledné síly s definičním vztahem vztlakové síly. Z této rovnice vyjádří objem koule. Poté tento vztah dosadí do vzorce pro hustotu, upraví složený zlomek, dosadí číselné hodnoty a objem dopočítá.

Díky schématu, které učitel uvedl na začátku samotného řešení, se dá tento přístup popsat jako **analytický**. Ze schématu totiž plyne, že učitel vychází ze vztahu pro hustotu. Aby ji určil, potřebuje znát objem koule, který určí ze vztlakové síly, jíž je možnou určit pomocí tíhové a vztlakové síly.



Obr. 1: Schéma použité učitelem při řešení úlohy *Hustota koule* (část z písemného záznamu jeho řešení dané úlohy)

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

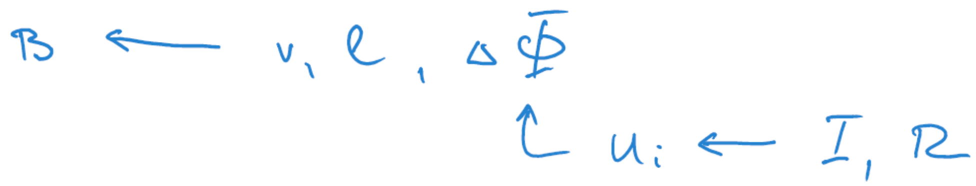
Učitel na začátku řešení vypíše hodnoty zadaných veličin. Poté nejspíš zakreslí obrázek autobusu na nakloněné rovině, kam zakreslí síly na autobus působící. Posloupností kroků není jednoznačná, protože učitel své kroky nečísloval. Následuje rovnice pro rovnováhu sil, která je již zkrácena hmotností. Lze tedy předpokládat, že učitel zapíše rovnici pomocí sil tak, že výsledná síla způsobující zrychlení autobusu je rovna tahové síle motoru zmenšené o brzdnou složku tíhové síly. Jednotlivé síly pak tedy nejspíše rozepíše dle druhého Newtonova zákona (složku tíhové síly určí z pravoúhlého trojúhelníka) a rovnici podělí hmotností. Tím získá hledané zrychlení ve svahu.

Učitel byl při řešení této úlohy skromný na komentáře, bylo tedy nutné jednotlivé kroky domyslet. Proto je složité rozhodnout o použitém způsobu řešení. Badatel by se osobně přiklonil spíše k **syntetickému** způsobu řešení, a to z toho důvodu, že podle uspořádání záznamu na papíře učitel zřejmě vycházel z rovnice pro rovnováhu sil.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel zahajuje řešení diskuzí, v níž by se rád dobral k tomu, že studenti pochopí, že se v této úloze jedná o elektromagnetickou indukci. Nakreslí obrázek, na němž by znázornil, že vodič s galvanometrem tvoří smyčku. Následně opět jako již v jedné z předchozích úloh kreslí schéma postupu řešení. Magnetickou indukci získá pomocí rychlosti, délky a změny indukčního toku. Tuto změnu indukčního toku určí pomocí indukovaného napětí, které lze spočítat díky zadanému elektrickému proudu a odporu. Dále se učitel pouští do vlastního řešení úlohy. Zapíše indukované napětí jako součin elektrického proudu a odporu a jako změnu indukčního toku za čas. Změnu indukčního toku vyjádří pomocí magnetické indukce a změny plochy opsané vodičem. Tuto plochu určí pomocí rychlosti pohybu vodiče, jeho délky a doby pohybu vodiče. Po zkrácení času vyjádří z rovnice hledanou magnetickou indukci, dosadí číselné hodnoty a indukci dopočítá.

Učitel na začátku samotného řešení uvádí schéma řešení, tedy co je zapotřebí určit, aby bylo možně spočítat magnetickou indukci. Toto schéma zapadá do **analytického** přístupu k řešení. Kdyby ovšem toto schéma nebylo v řešení uvedeno, splňoval by přístup spíše charakteristiku **syntetického** přístupu, neboť učitel vychází z Faradayova zákona elektromagnetické indukce a Ohmova zákona.



Obr. 2: Schéma použité učitelem při řešení úlohy *Pohyb vodiče v magnetickém poli koule* (část z písemného záznamu jeho řešení dané úlohy)

Učitel č. 11

Délka praxe: 5 let

Typ školy, na které učí: gymnázium – vyšší stupeň

Část výuky věnovaná řešení úloh: 20-70 %

- ***Brždění elektromotoru***

Učitel na začátku řešení zapisuje hodnoty zadaných veličin a převádí je na základní jednotky. Dále se ptá, *o co v úloze jde z hlediska fyziky.* Vede žáky k tomu, aby si uvědomili, že se mechanická energie elektromotoru přeměňuje třením na teplo. Zapíše tedy zákon zachování energie ve tvaru, že vykonaná práce se rovná dodanému teplu. Mechanickou práci vyjadřuje pomocí výkonu a času, teplo zapisuje pomocí rovnice pro teplo. Dále se ptá, *kde se* v *rovnici vyskytuje hledaný objem*. Tímto navádí studenty na zapsání hmotnosti v rovnici pro teplo pomocí hustoty a objemu vody. Objem z rovnice posléze vyjádří, dosadí číselné hodnoty a objem vypočítá.

Učitel použil spíše **syntetický** způsob řešení, jelikož vycházel ze zákona zachování energie. Tuto rovnici následně upravoval tak dlouho, dokud se v ní nevyskytl hledaný objem vody. Otázka *O co v úloze jde z hlediska fyziky* a zapsání zákona zachování energie vede na heuristiku **analýza prostředků a cílů**.

- ***Hustota koule***

Na začátku řešení učitel opět zapisuje hodnoty zadaných veličin. Dále se ptá, *které síly na ponořenou kouli působí* a *je-li mezi nimi nějaký vztah*, a zakresluje obrázek. Uvádí, že dle prvního Newtonova zákona platí, že vektorový součet tahové síly lana, tíhové síly a vztlakové síly musí být roven nulovému vektoru. Pro velikosti sil tedy platí, že tíhová síla zmenšená o součet síly výsledné a vztlakové musí být rovna nule. Do rovnice učitel posléze dosazuje vztahy pro tíhovou a vztlakovou sílu. V rovnici se ovšem stále nevyskytuje hledaná hustota koule. Učitel tedy vyjadřuje objem vystupující ve vztlakové síle pomocí hmotnosti a hustoty koule. Nyní je v rovnici pouze jediná neznámá, a to hledaná hustota koule. Tu učitel vyjádří, dosadí číselné hodnoty a vypočítá ji.

I v této úloze se učitel přiklonil k **syntetickému** způsobu řešení. Vycházel z rovnice pro rovnováhu sil a snažil se do rovnice zanést hledanou hustotu koule.

- ***Zrychlení autobusu při jízdě do kopce***

Na začátku učitel opět vypisuje hodnoty zadaných veličin. Poté se ptá, *co je v zadání zásadní* a *jaké dvě situace je možné rozlišit*. Následně z druhého Newtonova zákona určuje velikost tahové síly motoru v první situaci na rovině. Druhou situaci ve svahu nejprve zakresluje do obrázku, kam vynáší i síly působící na autobus. Zapisuje výslednou sílu urychlující autobus do svahu pomocí druhého Newtonova zákona. Z obrázku ovšem také plyne, že výsledná síla je rovna tahové síle motoru zmenšené o brzdící složku tíhové síly působící proti směru pohybu autobusu. Porovnáním těchto dvou vztahů získává rovnici, v níž se vyskytuje hledané zrychlení ve svahu. Za tahovou sílu motoru dosadí z první rozebírané situace, brzdící složku tíhové síly vyjádří pomocí pravoúhlého trojúhelníku na obrázku. Rovnici dále podělí hmotností, čímž získá hledané zrychlení autobusu ve svahu. Dosadí číselné hodnoty a zrychlení vypočítá.

Učitel použil při řešení **syntetický** způsob řešení. Vycházel ze vztahu mezi zrychlením na vodorovné silnici a tahovou sílou motoru.

- ***Pohyb vodiče v magnetickém poli***

Učitel opět začíná zapsáním hodnot zadaných veličin a převedením na základní jednotky. Poté se táže, z *čeho vyjít, když pohyb vodiče v magnetickém poli dává vznik proudu.* Vede studenty k tomu, aby zapsali Faradayův zákon elektromagnetické indukce. Dále učitel rozepisuje změnu magnetického indukčního toku jako součin magnetické indukce, změnu plochy opsané vodičem a kosinu úhlu, který svírá normála plochy s vektorem magnetické indukce. Změnu plochy vyjadřuje pomocí délky vodiče, jeho rychlosti a doby pohybu. Po zkrácení času zbyde indukované napětí vyjádřené pomocí součinu magnetické indukce a délky a rychlosti pohybujícího se vodiče. Učitel následně dosazuje za indukované napětí z Ohmova zákona pomocí elektrického proudu a odporu a osamostatňuje hledanou magnetickou indukci. Na závěr dosadí číselné hodnoty a indukci vypočítá.

Učitel použil **syntetický** způsob řešení. Začal tím, že vyjádřil Faradayův zákon elektromagnetické indukce a do něj postupně dosazoval tak dlouho, dokud neměl v rovnici pouze jednu neznámou, a to hledanou magnetickou indukci.

Důvody řešení výpočtových úlohy

Učitelé v rámci výzkumu zodpovídali otázku, proč se studenty řeší výpočtové úlohy. Níže uvedené důvody jsou pokusem o zobecnění odpovědí učitelů. Jde ale jen o shrnutí získaných údajů bez jejich podrobnější diskuze.

Protože se jednalo o otevřenou otázku, každý učitel na otázku odpovídal jinak. Někteří se rozepsali a uvedli několik důvodů i s podrobným zdůvodněním, někteří učitelé uvedli jedno nebo dvě krátká hesla. Odpovědi shrnuje následující tabulka.

		Číslo učitele										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Uvedený důvod řešení výpočtových úloh	1. Ilustrace fyzikálních jevů	■						■				■
	2. Procvičení vzorců a výpočtů				■	■		■	■			
	3. Odvození nových vztahů								■			
	4. Pochopení probrané látky					■			■			
	5. Ověření pochopení látky						■		■			
	6. Praktická aplikace matematiky										■	■
	7. Zlepšení řešení praktických problémů ze života	■					■			■	■	
	8. Příprava ke studiu vysoké škole	■	■								■	■
	9. Získání návyků při řešení problémů						■					
	10. Rozvíjení abstraktního myšlení		■									
	11. Příprava na zkoušení		■	■								

Tabulka 1: Proč učitelé řeší se studenty výpočtové úlohy

Z Tabulky 1 plyne, že důvody, proč učitelé se studenty řeší fyzikální úlohy, lze rozdělit do čtyř skupin: opakování a procvičení (1., 2., 4. a 5. řádek), pragmatické důvody (8., 10. a 11. řádek), praktické důvody (6., 7. a 9. řádek) a výklad nové látky (3. a 10. řádek).

3.5 Diskuse výsledků

Připomeňme, že cílem práce bylo zjistit, zda vybrané přístupy k řešení fyzikálních úloh popsané v literatuře jsou odlišitelné pouze teoreticky, či zda je lze poznat i v reálném řešení úloh studentů a učitelů. Na toto téma byl proveden kvalitativní výzkum, kterého se zúčastnilo sedm středoškolských studentů a jedenáct učitelů.

Každý student dostal k vyřešení dvě fyzikální úlohy a byl požádán, aby své řešení nahlas komentoval a zároveň jej zapisoval na papír. Tento slovní komentář byl nahráván pro možnost dalšího použití při vyhodnocení výzkumu. Z terénních poznámek badatele, ze studentova zápisu řešení úlohy a ze zaznamenaného rozhovoru pak badatel vyhodnotil, který přístup k řešení student použil. Jednotlivá řešení studentů a jejich zpracování jsou uvedena výše.

Již na první pohled se jeví, že většina dotazovaných studentů použila při svém řešení *syntetický* způsob. Ze čtrnácti řešení bylo devět řešení provedeno syntetickým způsobem, dvě analytickým a tři (všechny tři řešení se týkaly úlohy *Pohyb vodiče v magnetickém poli*) byly započaty chybným vztahem, který by se dal zařadit do analytického řešení. Badatel do chybného řešení zasáhl a studenti pak již úlohy vyřešili synteticky.

Při řešení se často stávalo, že student nevěděl, jak danou úlohu vyřešit, či jak postupovat dál. Několikrát též student začal postupovat směrem, který jej nemohl dovést k řešení – vybral si slepou uličku. V takovýchto případech do řešení zasáhl badatel a poradil studentům tak, aby jim pomohl, ale zároveň se snažil je nenatlačit do jednoho způsobu řešení. Při čtení rozborů řešení i přepsaných rozhovorů se však může zdát, že některé rady přímo ponoukaly k jednomu přístupu řešení. Nelze samozřejmě popřít, že badatelova rada byla někdy tak nevhodně formulovaná, že studenta navedla na jeden způsob řešení. Aby se však tomuto problému badatel vyhnul, opíral se při razení o věty, které studenti předtím použili, popřípadě o vztahy, které napsali, či se odkazoval na zadání úlohy. Tímto neformuloval nové myšlenky, ke kterým studenti ještě nedospěli, ale spíše je naváděl, ať si danou problematiku znovu rozmyslí.

Badatel studentům napovídal z toho důvodu, jednak aby úlohy vyřešili v čase, který si s nimi badatel vyhradil (cca 45 minut), ale jednak pro to, aby je nesprávné řešení nedemotivovalo. Zpětně lze konstatovat, že by bylo zajímavé vědět, jak by studenti postupovali, pokud by badatel do jejich chybného řešení nezasáhl.

Během rozhovorů se studenty badatel zkoumal, zdali studenti vymyslí i druhý přístup k řešení než ten, který použili. Někteří na něj přišli, některým jej badatel předestřel. Lze ovšem vypozorovat, že někteří studenti, kteří vyřešili úlohu syntetickým způsobem, by uvítali, kdyby učitel tuto úlohu řešil na tabuli analytickým způsobem a naopak.

Při výzkumu se studenty si badatel všiml, že studenti nemají potřebné vztahy „v hlavě“ a často je hledali v Tabulkách, učebnicích či v sešitě. Tato práce se nezaměřuje na to, jak zlepšit upevnění používaných vztahů ve studentských hlavách. Je však nutné se zamyslet nad tím, jestli by si studenti vybrali stejný způsob řešení, pokud by vztahy znali. Odpověď na tuto otázku tento výzkum nepřináší. Pokud by studenti vztahy znali, možná by jim vzrostlo sebevědomí při řešení úloh nebo by se například před započetím samotného řešení více věnovali analýze dané situace.

Jeden student (č. 6) začal řešení obou úloh slovním rozborem, o co v dané úloze jde. Tato strategie patří k nejnáročnějším a také nejdůležitějším krokům při řešení úloh (Snětinová, 2015). Badatel se od učitelky, která mu studenta doporučila, dozvěděl pouze to, že patří k velmi šikovným studentům. Bohužel nezná další okolnosti, pomocí kterých by mohl zjistit, jestli se například jedná o studenta velmi zkušeného v řešení problémů či zda se analýzu situace naučil od svého učitele.

Během čtení výše uvedeného zpracování studentských řešení se čtenář může pozastavit nad tím, že všichni tři studenti, kteří řešili úlohu *Pohyb vodiče v magnetickém poli*, ji začali řešit použitím nevhodného vztahu. Badatel se již při výběru úloh obával, že tato úloha by mohla studentům dělat problémy, nicméně z původně vybraných osmi úloh se jevila jako nejméně náročná. Jedná se o velmi typovou úlohu, kterou někteří učitelé používají k odvození Faradayova zákona (což koneckonců někteří učitelé ve svém řešení zmínili). Je tedy možné, že učitelé řešení takovýchto úloh netrénují, a proto měli žáci s touto úlohou problém.

Učitelé obdrželi krátký dotazník a zadání čtyř úloh k vyřešení. Zároveň byli požádáni, aby svá řešení úloh opatřili komentářem tak, jak by úlohu řešili se studenty v hodině. Díky těmto komentářům a zápisu řešení pak badatel rozhodl o použitém přístupu k řešení.

Lze vypozorovat, že většina učitelů při řešení použila syntetický způsob. Při řešení úlohy *Brždění elektromotoru* se často vyskytuje i heuristika popsaná Sternbergem jako analýza prostředků a cílů (vyznačuje se tím, že řešení začíná rozborem situace nebo tzv. „z prostředka“, u této úlohy učitelé například začínají řešení ze zákona zachování energie nebo). Někteří učitelé během řešení přepnuli ze syntetického do analytického přístupu.

Téměř všechna řešení úloh jsou započatá zápisem zadaných hodnot a obrázkem zachycujícím situaci. Někteří učitelé navíc ještě uváděli rozbor úlohy a zjišťovali, zdali studenti zadání rozumí. Je také vhodné upozornit na učitele č. 10, který řešení dvou úloh opatřil schématem, které popisuje cestu při řešení úlohy. Toto schéma je tedy jakýmsi grafickým znázorněním analytického přístupu, který daný učitel při řešení použil.

Shrneme-li řešení studentů a učitelů dohromady, vidíme, že při řešení fyzikálních úloh převažuje syntetický přístup. Analytický přístup byl nejčastěji použit při řešení úlohy *Hustota koule*. To může být mimo jiné i z toho důvodu, že se jedná o úlohu spíše snazší, kterou by bylo možné zadat i žákům na základní škole. Úloha *Pohyb vodiče v magnetickém poli* se pro tento výzkum ukázala jako nevhodná, neboť pro některé studenty byla tato úloha náročná na pochopení. Někteří učitelé zase v hodinách odvozují vztah pro indukované napětí daný součinem magnetické indukce, délky vodiče a rychlosti pohybu. Při řešení tento vztah použili, aniž by jej znovu odvodili, čímž z jejich řešení vypadly kroky podstatné k tomu, aby se dal přístup zařadit. Proto jsme jejich přístup označili za tzv. použití hotového vzorce dle rozdělení algebraických způsobů řešení dle Svobody (viz kapitola 2).

Studenti často začínali tím, že provedli zápis úlohy a převedli zadané hodnoty na základní jednotky, stejně jako většina učitelů. Dále zakreslili situaci do obrázku, stejně tak učitelé. Na takto malém vzorku nelze porovnávat řešení studentů a učitelů, vybízí to ovšem k dalšímu zkoumání této problematiky. Mezi otázky, které výsledky provedeného výzkumu přinesly, rozhodně patří: Používají studenti výhradně postupy, které používá jejich učitel? Co je hlavní příčinou toho, že studenti téměř nepoužívají analytický způsob řešení – je pro ně obtížnější, nebo skutečnost, že tento způsob nepoužívají jejich učitelé?

4 Závěr

Tato bakalářská práce se zabývala způsoby řešení fyzikálních úloh a jejich odlišením. Pokládala základní výzkumnou otázku, zda je možné skutečné řešení provedené učitelem či studentem přiřadit k některému způsobu, který je popsán v odborné literatuře. Konkrétně se tedy zabývala způsobem syntetickým a analytickým (viz kapitola 2 a Svoboda, 2006). Na toto téma byla provedena analýza osmi úloh a byl proveden kvalitativní výzkum, kterého se zúčastnilo sedm středoškolských studentů a jedenáct učitelů.

Základní výzkumná otázka byla rozdělena na dílčí podotázky:

- **Podle čeho se dá poznat použitý přístup k řešení?**

  Přístup k řešení se dá rozeznat podle toho, z jakého vztahu řešitel vychází. Pokud se opírá o to, co je uvedené v zadání úlohy (tedy postupuje od známého k neznámému), pak se jedná o přístup *syntetický*. Jestli však řešitel vychází ze vztahu, který dává odpověď na otázku úlohy (neboli postupuje odzadu – od neznámého ke známému), pak používá *analytický* přístup.

  Takto jsou popsané přístupy v literatuře věnující se didaktice fyziky. Obecným řešení problémů se zabývá i psychologie. Uvedenému dělení jsou velmi blízké *heuristiky*, které uvádí Sternberg (2002). Heuristika *postupování dopředu* odpovídá přístupu syntetickému a heuristika *postupování pozpátku* zase analytickému. Heuristiky *Analýza prostředků a cílů* a *Produkování nápadů a jejich testování* však svůj didaktický ekvivalent nemají. Při rozboru řešení respondentů je však nelze opominout, neboť v přístupech některých studentů a učitelů jsme rysy těchto heuristik také nalezli.

- **Co potřebujeme vědět o průběhu řešení, aby bylo možné přiřazení daného řešení k jednomu z teoreticky popsaných způsobů?**

  K tomu, aby se řešení dalo přiřadit k popsaným způsobům je nezbytně zapotřebí znát, jak řešitel uvažuje, samotný zápis jeho řešení nestačí. Například učitel č. 10 při řešení úlohy *Zrychlení autobusu při jízdě do kop-*

ce zapsal pouze samotné řešení, ale byl skoupý na komentáře. V tomto případě bylo přiřazení přístupu obtížné a bylo nutné jednotlivé kroky domýšlet, což ovšem mohlo vést k chybnému závěru.

Student 7 řešení úlohy *Pohyb vodiče v magnetickém poli* také nekomentoval a při vyhodnocování bylo nutné se opřít o terénní poznámky ohledně chování studenta pořízené během rozhovoru. Ovšem při rozhovoru se studenty hrála nezanedbatelnou roli možnost do řešení vstoupit a na „myšlenkové pochody“ se doptat. U učitelů tato možnost nebyla.

- **Drží se řešitel jednoho způsobu řešení nebo je možné, aby „přepínal“ mezi syntetickým a analytickým přístupem?**

  Z výzkumu vyplývá, že někteří studenti i učitelé při řešení úloh začali jedním způsobem a posléze přepnuli na druhý způsob. Dokládá to například řešení učitele č. 3 (úloha *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce)*, učitele č. 8 (úlohy *Hustota koule* a *Zrychlení autobusu při jízdě do kopce*), učitele č. 9 (úloha *Hustota koule*), kteří začali úlohu řešit syntetickým způsobem a posléze pokračovali analytickým způsobem. Učitel č. 10 v úloze *Pohyb vodiče v magnetickém poli* naopak přešel z analytického do syntetického způsobu.

  Někteří učitelé i studenti také použili společně s jedním Svobodovým přístupem i některou Sternbergovu heuristiku. Například student č. 6 před samotným řešením slovně analyzoval situaci, což lze chápat jako heuristiku *analýza prostředků a cílů,* a po takovémto zmapování situace student vyřešil úlohu syntetickým způsobem. Tuto heuristiku při řešení použili i někteří učitelé.

Zhodnotíme-li výstupy výzkumu z hlediska základní výzkumné otázky, dospějeme k závěru, že studentské i učitelské řešení lze přiřadit k jednomu z přístupů, které jsou popsány v odborné literatuře. Ve výzkumném vzorku se ovšem také vyskytovala řešení, ve kterých bylo použito jak syntetického, tak analytického přístupu a některá řešení bylo možné přiřadit spíše k některé z dalších heuristik.

Výzkum provedený v této práci zahrnuje pouze malou část problematiky volby způsobu při řešení fyzikálních úloh. Zjistili jsme, že se jednotlivé přístupy dají od sebe odlišit a přiřadit k přístupům popsaných v literatuře. Na tento výzkum by pak mohl navázat výzkum širší, kvantitativní, který by zjistil, jaký přístup studentům vyhovuje víc. Dalším ryze praktickým krokem by bylo zjistit, jakými způsoby jsou řešené fyzikální úlohy v elektronické Sbírce řešených úloh a porovnat je s přístupy popsané v odborné literatuře a závěry zmíněného výzkumu. Toto zjištění by pak mohlo ovlivnit tvorbu řešení úloh ve Sbírce tak, aby čtenářům více vyhovovaly, ale na druhé straně i vhodně rozvíjeli jejich schopnost takové úlohy řešit.

Autorce samotné vypracování této práce přineslo mnoho nových poznatků a dovedností. Dozvěděla se nejen o různých přístupech k řešení fyzikálních úloh, ale také zjistila, co obnáší kvalitativní výzkum, vyzkoušela si vést rozhovory a komunikovat se studenty. Prozkoumala oblast didaktiky fyziky, která skýtá potenciál k rozvoji a zjistila, že má smysl se touto problematikou dále zabývat.

Seznam použité literatury

KDF MFF UK, *Sbírka řešených úloh* [online] [cit. 13. 2. 2016] Dostupné z: http://reseneulohy.cz/fyzika

KRUŽÍK, M. *Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol*. Praha: SPN, 1969

KÜRTIOVÁ, A. *Fyzikální úlohy k rozvoji různých poznávacích operací*. Diplomová práce, vedoucí práce: V. Žák. KDF MFF UK. 2014.

MIKULČÁK, J. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-85849-84-4.

SNĚTINOVÁ, M. *Quantitative Physics Tasks*, Dizertační práce.

STERNBERG, R. J. *Kognitivní psychologie.* Praha: Portál, 2002, ISBN 80-7178-367-5

SVOBODA, E., KOLÁŘOVÁ, R. *Didaktika fyziky základní a střední školy: vybrané kapitoly.* Praha: Karolinum, 2006, ISBN 80-2461-181-3

ŠVAŘÍČEK, R., ŠEĎOVÁ, K. a kol. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách.* Praha: Portál, 2014, ISBN 978-80-262-0644-6

VOLF, I. *Metodika řešení úloh ve výuce fyziky na základní škole: doplňkový text pro učitele fyziky a studenty učitelství fyziky.* Hradec Králové: ©MAFY, 1998, ISBN 80-86148-10-6

Přílohy

Příloha 1

Hlavní otázky

- **Základní výzkumné téma**

Jaký volí studenti přístup při řešení početních fyzikálních úloh a zda se to dá poznat.

- **Základní výzkumné otázky**

Podle čeho se dá poznat přístup k řešení.

Jak student začíná řešení úlohy.

Drží se student stejného způsobu, nebo přepíná mezi dalším.

Dá se použitý přístup přiřadit k tomu, co je popsáno v teorii.

Když neví, jak začít

- Nad čím přemýšlíš?
- O co v té úloze jde?
- Zkus si nakreslit obrázek.
- Jaká jsou klíčová slova?

Při řešení

- Proč jsi použil tento vztah?

Po vyřešení

- Jak bys řešení tohoto příkladu přednesl svému kamarádovi tak, aby to pochopil? Proč?
- V čem je podle tvého názoru největší úskalí při tomto postupu?
- Dokázal bys jinak poskládat kroky, aby to pořád dávalo smysl?
- Dokázal bys začít od něčeho jiného?

Pokud vymyslí i druhý způsob

- Porovnej prosím tyto dva způsoby z hlediska obtížnosti či názornosti.
- Který způsob by ti víc vyhovoval, pokud by tuto úlohu řešil učitel na tabuli? Proč?

Příloha 2

Výzkum přístupů k řešení fyzikálních úloh

Tento výzkum je součástí bakalářské práce, jež se zabývá rozlišením přístupů k řešení fyzikálních úloh. Výstupem práce bude zjistit, zda dané přístupy popsaná v literatuře jsou odlišitelné pouze teoreticky, či zda je lze poznat i v reálném řešení studentů a učitelů.

Chtěla bych Vás proto poprosit o vyplnění níže uvedených otázek a vyřešení čtyř fyzikálních úloh.

Zadání úloh jsou uvedena níže a jejich řešení je možné provést několika způsoby. Prosím, abyste uvedli ten způsob, který je podle vás pedagogicky nejvhodnější a zvolili byste ho v hodině se studenty.

Dále prosím **písemně komentujte jednotlivé kroky řešení** tak, jak byste úlohu komentovali slovně v hodině se studenty. Tento komentář je pro můj výzkum nesmírně důležitý, proto na něj prosím nezapomeňte. Na závěr můžete uvést poznámky, které Vás k dané úloze napadnou, popřípadě proč jste zvolili tento přístup.

Některé úlohy jsou převzaté z elektronické Sbírky řešených úloh. Chtěla bych Vás požádat, abyste při řešení Sbírku nevyužívali, výzkum by tím ztrácel svůj smysl. Jiné materiály, např. učebnice, či internet samozřejmě použít můžete.

Vámi vypracované řešení prosím vyfoťte či naskenujte (pokud budete úlohy řešit na papíře) a pošlete jej jako přílohu na mailovou adresu **manakucerova@seznam.cz** nebo papírově doručte na KDF či zašlete na adresu: **Marie Kučerová, KDF MFF UK, v Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8 a** to nejpozději do **20. 4. 2016**.

Děkuji Vám za Váš čas a Vaši ochotu.

Marie Kučerová

Úvodní informace

Jsem: muž – žena

Moje praxe je: let

Typ školy, na které učím:

Aprobaci jsem získal/a na:

Proč se studenty řeším **výpočtové** úlohy?

Jakou část výuky věnuji počítání úloh? (lze odhadnout např. v procentech)

Příloha 3

Zde je uvedeno jako ukázka získaných dat řešení studentky č. 1, přepis rozhovoru s ní a řešení, které zaslal učitel č. 1.

Úloha č. 1

Výkon elektromotoru 3 kW má být jištěn třecí brzdou, která mění mechanickou energii na teplo. Určete potřebný objem chladící vody, která musí protéct brzdou za jednu minutu, jestliže se teplota vody může zvýšit maximálně o 30 °C.

$P = 3\ kW = 3\,000\ W$

$V = ?$

$P = \frac{W}{t}$

$t = 60\ s$

$c = 4\,200\ kJ/°C$

$\Delta t = 30°C$

$Q = mc\Delta t$

$m = \rho V$

$P = \frac{\rho V c \Delta t}{t}$

$V = \frac{P t}{\rho c \Delta t} = \frac{3000 \cdot 60}{1000 \cdot 4200 \cdot 30}\ m^3 \doteq 0{,}00143\ m^3 = \underline{\underline{1430\ cm^3}}$

Úloha č. 2

Koule o hmotnosti 5,67 kg je ponořena do vody a napíná lano, na kterém visí, silou o velikosti 50,7 N. Určete hustotu koule.

$m = 5{,}67\ \text{kg}$

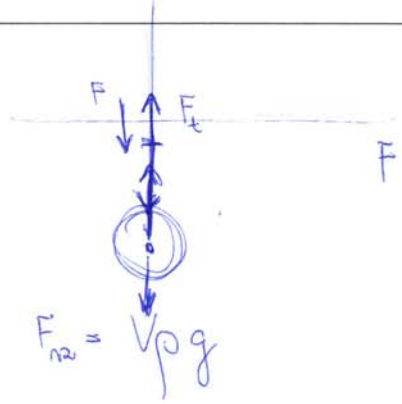
$F = 50{,}7\ \text{N}$

$\rho_k = ?$

$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$\frac{m}{\rho_k} = \frac{4\pi r^3}{3}$

$\rho_k = \frac{3m}{4\pi r^3}$



$F_{vz} = V\rho g$

$F = F_{vz} - F_A$

$F_A = m \cdot g$

$F_A = 5{,}67 \cdot 9{,}81\ \text{N}$

$F_A = 55{,}62\ \text{N}$

$F = F_A - F_{vz}$

$F_{vz} = F_A - F$

$F_{vz} = 55{,}62 - 50{,}7\ \text{N} \doteq 4{,}9\ \text{N}$

$V = \frac{\rho g}{F_{vz}}$

$\frac{m}{\rho_k} = \frac{\rho g}{F_{vz}}$

$\rho_k = \frac{m F_{vz}}{\rho g} = \frac{5{,}67 \cdot 4{,}9}{1000 \cdot 9{,}81}\ \text{kg/m}^3 \doteq 0{,}00283\ \text{kg/m}^3$

$V = \frac{F_{vz}}{\rho g}$

$\frac{m}{\rho_k} = \frac{F_{vz}}{\rho g}$

$\rho_k = \frac{m \rho g}{F_{vz}} = \frac{5{,}67 \cdot 1000 \cdot 9{,}81}{4{,}9}\ \text{kg/m}^3 = \underline{\underline{11\ 351\ \text{kg/m}^3}} = \text{Pb}$

Studentka č. 1

Ročník: 3.

Škola: Gymnázium

Úlohy: *Brždění elektromotoru* a *Hustota koule*

Pocity: Příjemná slečna. Diktafon jí nevadil. Trošku se upejpala něco říct, když nevěděla, jestli to je dobře. Styděla se, že nezná základní vzorce. I přes to ale byla schopná úlohy dopočítat.

Délka: 38 minut

V…Výzkumník

S…Studentka

V: Já vám dám dvě fyzikální úlohy a budu po vás chtít, abyste je vyřešila. Nezáleží mi na tom, jestli se dopracujete ke správnému výsledku, ale potřebuju, abyste během toho řešení komentovala, co děláte. Můžete používat učebnice nebo tabulky. Já Vás možná budu během toho řešení občas přerušovat, kdybych třeba ještě potřebovala, abyste něco vysvětlila, tak se nebojte, že by to třeba bylo špatně.

S: Takže si asi první zapíšu to zadání (1:30).

V: tady vzadu v těch tabulkách jsou docela hezké přehledy vzorců. Vy potřebujete nějakou práci nebo výkon.

S: Děkuju.

(3:13) V: Nad čím teď přemýšlíte?

S: Já teď nevím vůbec jak začít.

V: Tak se podívejte, co po vás chtějí v tom příkladu.

S: No, možná bych měla převíst ty jednotky. Takže to bude tři tisíce watů. A chtějí vlastně ten objem chladicí vody.

V: A co se v té úloze děje? Máme elektromotor, a ten chceme zabrzdit. A tudíž se uvolňuje…

S: …nějaká energie, a ta je měněna na teplo.

(5:40) S: takže by to mohlo být tak, že to teplo bude souviset s tou vodou, takže to *c* by mělo být od té vody.

V: No, tomu se říká měrná tepelná kapacita.

S: takže to mám, potom Δt, to je těch 30 stupňů, protože se to může maximálně zvýšit o třicet stupňů. A hmotnost… Tu vlastně neznáme, takže si ji můžu vyjádřit pomocí hustoty vody jako ró krát vé. A dá se tady považovat asi to Q za práci. Takže ten výkon, který znám… Když si to dosadím do toho vzorečku od výkonu, tak to bude ró vé δ té lomeno čas. A teď z toho chci zjistit objem, takže se to bude rovnat Pt/ró cé delta t. A to je tři tisíce watů krát šedesát děleno tisíc krát čtyři tisíce dvě stě… mám ten rozdíl teplot převádět na Kelviny?

V: Ne, když je to rozdíl teplot, tak na Kelviny není nutné převádět, protože by to vyšlo stejně.

S: takže to vyjde v metrech krychlových.

…kalkulačka…

E (9:50): a je to teda nula celá nula nula čtyřicet tři metrů krychlových.

V: To je správně. Jestli chcete, můžeme se o tom rovnou pobavit, než se pustíme do dalšího příkladu.

V: Vy jste začala tím, že jste si napsala vztah pro výkon. Z jakého důvodu?

S: Je to proto, že jsem ho objevila jako první. Že tady je hned na začátku o tom výkonu, takže se z toho dá vycházet. Taky tam byl jednoznačně zadaný.

V: Mohla bych vás teď poprosit, abyste to řešení úlohy shrnula tak, jako byste to vysvětlovala řekněme méně fyzikálně schopnému spolužákovi před písemkou?

S: Takže jako první bych určitě začala tím, že si vypíšu ty veličiny ze zadání, přehledně, abych věděla, co mám zadané a co musím zjistit. A potom bych si teda z výkonu, protože se o tom mluví na začátku, tak bych si napsala vzorec pro výkon, ze kterého potom můžu odvodit další vzorce, protože víme, že ta práce se dá považovat za teplo a čas je vlastně pořád stejný, a to teplo se dá vyjádřit teda ještě jinak. A potom v teplu je další veličina, kterou tam nemáme zadanou přímo, ale dá se zase vyjádřit. Potřebujeme vlastně objem, který se nám do té doby v tom vzorečku neobjevil, a víme, že ta veličina, která je ve vzorečku pro teplo, není vlastně zadaná, ale dá se vyjádřit pomocí toho objemu, který potřebujeme zjistit, a potom konstantou – hustotou. A potom to teda všechno dosadím do vzorečku. Protože jsem zjistila, že výkon je práce za čas a práce se dá vyjádřit vzorečkem pro teplo, ze kterého se dá vyjádřit hmotnost vzorečkem pro hustotu a objem. Potom opíšu jenom to cé a Δt a všechno je to dělené časem, protože to je práce za čas. Potom z toho vyjádřím ten objem a pak už tam jenom dosadím všechno, ale musí to být převedené na základní jednotky.

V: Děkuju, to bylo vyčerpávající. Dokázala byste vymyslet nějaké úskalí, které by tkvělo v tomhle vašem postupu? Vy jste si třeba na začátku nevzpomněla na vzorečky. Myslíte, že se to může stávat častěji?

S: Mně se to třeba nestává, když bereme tu látku a potom z toho píšeme. Ale takhle když si musím vzpomenout… A ještě jsou třeba různé vzorečky v chemii, tak je to takové, že si třeba vůbec nemusím vzpomenout. Ale jinak může být úskalí možná v tom převádění na jednu stranu. Já to dělám tak, že si třeba vypíchnu tu veličinu a pak to jenom zpřeházím v té rovnici, ale ono to každýmu nevyhovuje.

V: Takže v matematických úpravách.

S: Jo.

V: Dobře. Dokázala byste začít od nějakého jiného vztahu?

S: Možná tady z tohohle? m=ró krát vé. Ale vlastně ne, to bych tam nedala, protože by mi to vůbec nedávalo smysl. On ten výkon tam pro mě hraje asi nejdůležitější roli. Možná od té kalorimetrické rovnice, kdybych si na ni vzpomněla. Ale je tam ta změna teploty a měrná tepelná kapacita.

V: Dobře, děkuji. To je všechno k té první úloze a za odměnu tady máte tu druhou. A zase prosím, abyste komentovala, co děláte.

S: Takže si zase zapíšu zadání. Začnu hmotností, potom tady máme sílu a hustota koule je ró. Teď bych si asi zjistila ten vzoreček k té hustotě, takže asi ten objem. To je čtyři třetiny pí er na třetí.

S: Asi si udělám i náčrtek. Ta síla vlastně jde dolu. Potom chceme zjistit tu hustotu. Takže objem se dá vyjádřit zase tou hmotností a hustotou, takže to je em lomeno ró, to se srovná těm čtyřem třetinám pí er na třetí a pak z toho vyjádřím to ró a to je tři em lomeno čtyři pí er na třetí. Ale poloměr nemáme.

V: Zkuste se podívat na ten obrázek a zakreslit si tam ty síly, které na tu kouli působí.

S: Tak je tam ta tíhová a potom ta, kterou napíná to lano. Ale to je všechno.

V: Ta koule je ponořená do vody a na tělesa ponořená do kapaliny působí vztlaková síla.

S: Jo vztlaková síla.

V: Ten vzoreček pro vztlakovou sílu máte tady.

S: Aha, tak na to bych si asi nevzpomněla.

V: Zkuste si nakreslit, jakým směrem ty síly působí.

S: Tak tady je ta tíhová a ta síla, kterou působí na ten provázek a ty půjdou dolu. A pak je tady ta vztlaková a ta půjde asi nahoru.

V: Ta síla, kterou působí provázek na tu kouli je na opačnou stranu. To je ta výsledná síla, kterou bychom naměřili, kdybychom tu kouli zavěsili na siloměr, to je ta, která se projeví.

S: Aha, takže má ty složky vlastně. Tak já si to nakreslím znovu. Takže tady je ta výslednice. Ta tíhová a vztlaková se musejí odečítat.

V: Jak to teda vypadá pro tu výslednou sílu? Zkuste si napsat rovnici. Musí platit, že ta tíhová bude menší, takže od té tíhové budeme odečítat tu vztlakovou.

S: Takže ta výslednice je padesát celých sedm a ta tíhová je devět celých osmdesát jedna.

V: Tíhová síle je F=mg.

S: Jo vlastně, já jsem úplně zmatená, pardon. Takže ta tíhová je m krát gé, takže to je padesát pět celých šedesát dva newtonu. Tak teď můžeme dosadit a zjistit, kolik je ta vztlaková síla. Takže vztlaková síla je tíhová mínus výslednice a vztlaková je teda čtyři celé devět. A z toho vzorečku pro vztlakovou sílu si můžeme vyjádřit to ró, a to je teda ef vz lomeno vé krát gé.

V: Já Vás jen upozorním, že toto není hustota koule, ale hustota kapaliny.

S: Aha. Takže bych si mohla vyjádřit to vé, a je to teda ró vé lomeno f vz…

Upravování a dosazování (28:30)

V: Takže já bych Vás zase poprosila, abyste to znovu prošla, jako bych já byla fyzikálně nechápavý student.

S: Takže bych zase zapsala to zadání a potom jsem úplně nesmyslně začala tím objemem, což nedávalo smysl. Tak pak bych si zapsala vzoreček té vztlakové síly, pak bych si zakreslila, kam působí jaká síla. Pak bych si napsala, jak jsme získali výslednici sil a vlastně z toho vyjádřila tu vztlakovou sílu, která je vlastně odečtením té výslednice od tíhové síly. Předtím jsem vlastně ještě vypočítala tu tíhovou sílu, abych ji mohla dosadit. Pak je výpočet objemu ze vzorce pro vztlakovou sílu, ze kterého si potom můžu vyjádřit objem jako hmotnost dělená hustotou koule, která je rovna hustotě, gravitačnímu zrychlení dělené vztlakovou silou a potom si z toho vyjádřím hustotu koule, která se rovná… *vzoreček*.

Dopočítávání, vtípky…

V: Zase se zeptám, jestli byste viděla nějaké úskalí v tomto postupu.

S: Asi si uvědomit, kam míří ty síly.

V: Dokázala byste začít od nějakého jiného vztahu? Nějak úplně jinak? Zkuste si znovu přečíst to zadání, jestli vás napadne ještě jiný začátek.

S: Nevím, jestli je nějaký vztah pro tu hustotu té koule.

V: Jojojo, hustota koule se dá vyjádřit pomocí objemu a hmotnosti té koule. Hmotnost koneckonců znáte.

S: A objem bych určila asi z té vztlakové síly.

V: A dál?

S: Tu vztlakovou sílu neznám, tu bych určila pomocí těch výslednic.

V: Dokázala byste porovnat ty dva postupy z hlediska náročnosti?

S: No možná raději ta hustota by byla lepší, protože je to takové jako ucelenější, že bych věděla, kam tím mířím a netápala tady v tom obrázku.

V: Kdyby měl učitel tuto úlohu řešit na tabuli, který způsob by vám víc vyhovoval?

S: Asi ta hustota, protože se tam odvozují ty věci ze vzorečku.

V: Takže máte takové vedení?

S: No, že to je takové ucelenější.

Ukončení rozhovoru, poděkování…

Výzkum přístupů k řešení fyzikálních úloh

Úvodní informace

Jsem: muž – ~~žena~~

Moje praxe je: 17 let

Typ školy, na které učím: střední průmyslová škola

Aprobaci jsem získal/a na: MFF UK Praha, matematika a fyzika

Proč se studenty řeším **výpočtové** úlohy?

Fyzikální výpočtové úlohy jsou součástí fyziky a patří k fyzice. Kromě toho, že mohou pomoci propojit teoreticky získané poznatky, shlédnuté a samostatně provedené experimenty a matematický popis fyzikálních zákonů, jsou důležité i pro praxi. A praxí mám na mysli jak běžný život žáků (výpočet kinematických veličin, výpočet elektrických veličin, ...), tak i jejich zapojení do různých soutěží.
Z vlastní zkušenosti vím, že při výrobě různých pomůcek (které byly nutné pro zapojení se do soutěže) žáci museli nejdříve parametry pomůcky spočítat a až teprve tvořit pomůcku manuálně.

Čistě školometsky: na škole, kde učím, slouží fyzika i jako předstupeň pro odborné předměty, takže je nutné umět řešit výpočtové úlohy, je nutné zákonitosti popsat matematicky. Navíc řada žáků po absolvování odchází na technicky zaměřené vysoké školy, kde se s řešením těchto typů úloh budou také setkávat.

Jakou část výuky věnuji počítání úloh? (lze odhadnout např. v procentech) cca 35 %

Úloha č. 1

Výkon elektromotoru 3 kW má být jištěn třecí brzdou, která mění mechanickou energii na teplo. Určete potřebný objem chladící vody, která musí protéct brzdou za jednu minutu, jestliže se teplota vody může zvýšit maximálně o 30 °C.

$P = 3000\,W$

$\tau = 60\,s$ (značíme τ, protože se v textu vyskytuje i teplota; tu označíme t resp. Δt)

$\Delta t = 30\,°C$

$V = ?$

V úloze je slovo MAXIMÁLNĚ, ale budeme nejdříve uvažovat „PRÁVĚ o 30°C" a pak domyslíme, jak to bude pro MAXIMÁLNĚ.

Má-li se mechanická energie motoru měnit na teplo, musí platit ZZE. Můžeme tedy psát:

ZZE: $W = Q$

Práci si můžeme vyjádřit pomocí výkonu P a času τ; platí totiž $P = \frac{W}{\tau}$ a tedy $W = P \cdot \tau$.

Proto můžeme dosadit:

$$P \cdot \tau = Q$$

Teplo, které odebere voda lze psát ~~ve tvaru~~ pomocí hmotnosti vody, měrné tepelné kapacity a přírůstku teploty. Tedy: $P \cdot \tau = m c \Delta t$

V zadání se chce objem, proto vyjádříme hmotnost pomocí hustoty a objemu:

$P\tau = V\varrho c \Delta t$ nyní můžeme vyjádřit hledaný objem $\underline{V}$: $V = \frac{P\tau}{\varrho c \cdot \Delta t}$

A můžeme dosadit veličiny ze zadání s tím, že charakteristiky vody známe: $\varrho = 1000\ kg\,m^{-3}$
$c = 4200\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

$$V = \frac{\cancel{3000} \cdot \cancel{60}\ 2}{\cancel{1000} \cdot 4200 \cdot \cancel{30}}\ m^3$$

$$V = \frac{2}{4200}\ m^3$$

$$V = \frac{1}{2100}\ m^3$$

$$V = \frac{1000}{2100}\ l$$

$$\underline{\underline{V \doteq 0{,}5\ l}}$$

Má-li se teplota zvýšit <u>MAXIMÁLNĚ</u> o $\underline{\Delta t}$, pak musí protéct <u>VĚTŠÍ OBJEM</u> vody, než je spočítaná hodnota.

<u>Poznámka</u>: $\underline{\Delta t}$ je zadáno ve °C, ale počítáme s $\underline{c}$ udanou v $J \cdot kg^{-1} \cdot \underline{\underline{K^{-1}}}$, protože

$\{\Delta t\} = \{\Delta T\}$

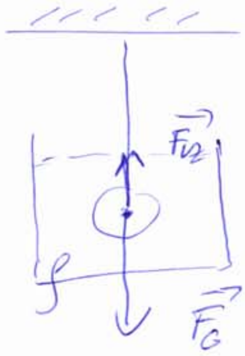
Úloha č. 2

Koule o hmotnosti 5,67 kg je ponořena do vody a napíná lano, na kterém visí, silou o velikosti 50,7 N. Určete hustotu koule.

$m = 5{,}67\ kg$

$F = 50{,}7\ N$

$\rho_T = ?$ („T" – těleso)



nakreslíme si nejdříve obrázek;
je podaná síla napínající lano ⇒ zakreslíme tedy síly působící na kouli (a ta působí na lano) – jsou 2: tíhová svisle dolů a vztlaková, která je výslednicí sil, jimiž působí na kouli voda, působící svisle vzhůru
ze zadání vyplývá, že $F_G > F_{vz}$, jinak by lano nemohlo být napínáno nenulovou silou

proto platí: $F = F_G - F_{vz}$ dosadíme za jednotlivé síly

$$F = mg - V\rho g$$ přičemž ρ vody známe

vyjádříme neznámý objem

$$F - mg = -V\rho g$$

$$V = \frac{mg - F}{\rho g} \quad (1)$$

po dosazení: $$V = \frac{5{,}67 \cdot 10 - 50{,}7}{1000 \cdot 10}\ m^3$$

$$V = \frac{6}{10000}\ m^3 \qquad V = 6 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

pro ρ_T koule platí: $\rho_T = \frac{m}{V}$ (2)

po dosazení: $\rho_T = \frac{5{,}67}{6 \cdot 10^{-4}}\ kg \cdot m^{-3}$

$\rho_T = 9450\ kg \cdot m^{-3}$

Poznámky z hlediska učitele:

- ρ_T žáci znají z rovnosti $\vec{F}_{vz}$ a $\vec{F}_G$ u Archimedova zákona a důsledně to dodržujeme
  ($\rho_k = \rho_{koule}$ se bude plést s $\rho_{kapaliny}$ proto ρ = kapalina, ρ_T – těleso)
- v závislosti na typu třídy (zdatnosti, rychlosti, … žáků) někdy dosadíme (1) do (2) obecně
- g počítám v úlohách $g = 10\ m \cdot s^{-2}$ (jinak u tabule vždy – počítám bez kalkulačky), kde jsem kalkulačku použil, jinak bych odhadl $9500\ kg \cdot m^{-3}$
- ve třídě používám barvy na síly, ale nevím, jak se bude tento papír dále zpracovávat (scan, ČB kopie, …)
- odpověď ústní (písemnou) nevyžaduji, ale většina žáků ji píše, pouze v případě diskuse (co by, kdyby…)
- u V, ρ bych ukazoval konkrétní převádění (0,6 l, …)

Úloha č. 3

S jakým stálým zrychlením se bude rozjíždět autobus o hmotnosti 60 t do svahu se sklonem 5°, jestliže se po vodorovné silnici stejnou tahovou silou rozjíždí se zrychlením 1,6 m·s^{-2}? Neuvažujeme tření ani jiné odporové síly.

$m = 60\,t = 6 \cdot 10^4\,kg$

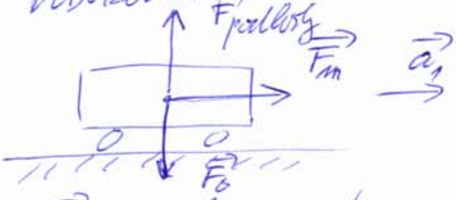
$\alpha = 5°$

$a_1 = 1{,}6\,m \cdot s^{-1}$

$a_2 = ?$

dle situace si zakreslíme, zakreslíme síly, působící na autobus, protože dle 2. NZ: je-li zrychlení o zrychlení, musí působit na těleso síla

① VODOROVNÁ

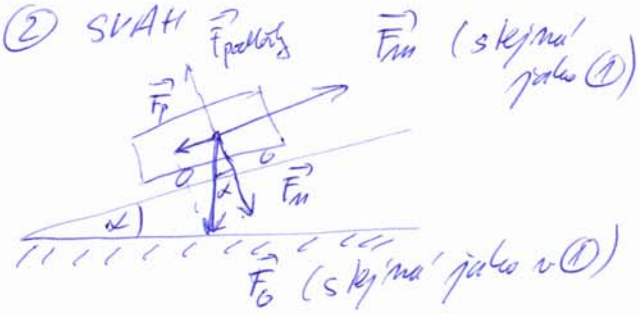


$\vec{F_m}$ - síla motoru

$\vec{F_G}$ - tíhová síla

dle zadání jiné síly nejsou ⇒ zajímá nás jen o $\vec{F_m}$ (určuje $\vec{a}$)

② SVAH



žáci vědí ze společného rozboru, který předcházel početní úloze, že

- $\vec{F_G} = \vec{F_p} + \vec{F_m}$
- $\vec{F_p} = \vec{F_G} + \vec{F}_{podložky}$
- důležité jsou síly působící ve směru (nebo proti směru) pohybu

můžeme pro jednotlivé obrázky tedy psát:

① $F_m = m a_1$ (zatím skalárně x nelineární jak jsme také u řešení jiných typů úloh)

② $F_m - F_p = m a_2$

dle ② je $F_m > F_p$ tomu odpovídá i řec
může být i $F_m < F_p$ – zrychlení g pak mělo opačný směr; (to ještě zas probereme, nebo po zavedení $\vec{a}$, $\vec{F}$ tyto úlohy detailně řešíme)

dosadíme z ① do ②

$$m a_1 - F_p = m a_2$$

víme, že platí dle obr.

$$\sin\alpha = \frac{F_p}{F_G}$$

tedy $F_p = F_G \sin\alpha = mg\sin\alpha$

dosadíme za F_p:

$$m a_1 - mg\sin\alpha = m a_2$$

vytkneme vlevo m: $m(a_1 - g\sin\alpha) = m a_2$
celou rci vydělíme hmotností (což lze $\Leftarrow m \neq 0$)

$$a_1 - g\sin\alpha = a_2$$

a dosadíme

$$a_2 = (1{,}6 - 10 \cdot \sin 5^\circ)\ m \cdot s^{-2}$$

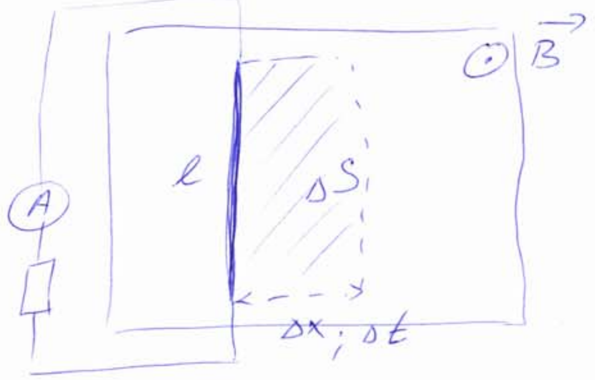
$$\underline{\underline{a_2 \doteq 0{,}7\ m \cdot s^{-2}}}$$

Úloha č. 4

Určete magnetickou indukci *B* homogenního pole, ve kterém se přímý vodič o délce 12 cm pohybuje rychlostí 20 cm·s^{-1}. Galvanometr o odporu 0,6 Ω naměří tímto vodičem proud 24 mA. Vodič se pohybuje rovnoměrně a kolmo na magnetické indukční čáry.

$l = 12\ cm = 0{,}12\ m$
$v = 0{,}2\ m \cdot s^{-1}$
$R = 0{,}6\ \Omega$
$I = 0{,}024\ A$

$B = ?$



Nakreslíme si obrázek
zvolíme: směr $\vec{B}$ a
směr pohybu vodiče
-(A)- ideální přístroj
Jak vzniká el. proud ve vodiči? Kde je zdroj napětí?
Postupně bychom se řešily pomocí navádějících otázek
vymysleli, že zdrojem napětí je samotný vodič,
který se pohybuje v mag. poli. Příčina vzniku
indukovaného napětí je změna plochy, kterou
vodič při svém pohybu opisuje
dle Faradayova zákona platí: $U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$
Změna mag. indukčního toku nastává vlivem
změny plochy, takže: $U = \frac{B \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha}{\Delta t}$; $\vec{B} \perp \vec{v}$
$\rightarrow$ $\vec{B}$ je kolmé na příslušnou plochu a tedy $\vec{B}$ je
rovnoběžné s normálou plochy

ΔS představuje obsah obdélníku se stranami l a Δx, takže

$$U = \frac{B \cdot l \cdot \Delta x \cdot 1}{\Delta t}$$

podíl $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ určuje (obecně tom velikost rychlosti

Proto $U = Blv$. Napětí ~~na~~ indukované na vodiči je stejné jako napětí na reálném ampérmetru (tj. sériové zapojení ideálního ampérmetru a ~~...~~ rezistoru). Vodič je vlastně zdrojem napětí, ampérmetr spotřebičem. Proto

$R \cdot I = Blv$ odkud $B = \frac{RI}{lv}$

Dosadíme: $B = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}024}{0{,}12 \cdot 0{,}2} T = \underline{\underline{0{,}6\,T}}$

Poznámky: diskuse na téma „kde se bere napětí" s probíhala asi rychle – takto odvozuji Faradayův zákon

U indukované tedy píšu bez znaménka, neb polarita v tomto případě není důležitá