

Posudek vedoucího diplomové práce

M. Kratochvíl: Frakcionální Brownův pohyb ve financích

Motivací pro zadání diplomové práce kolegy Kratochvíla byl vývoj ve stochastické analýze v posledních 10-15 letech, kdy začaly velkou úlohu hrát modely s náhodnými šumy, které nejsou semimartingaly (typicky se jedná např. o frakcionální Brownův pohyb) a tím vyvolanou potřebou vytvoření vhodné teorie integrace vůči takovým integrátorům a následně teorie příslušných stochastických diferenciálních rovnic. V této oblasti bouřlivý vývoj v současnosti stále pokračuje, při němž byla vyvinuta řada metod a přístupů, jak tyto rovnice chápat. Diskuse se nevyhnula ani některým oblastem finanční matematiky, zejména problematice oceňování opcí.

Cílem diplomové práce bylo pojednat o matematických základech výše zmíněných modelů a shrnutí možností (výhod a nevýhod) využití frakcionálního šumu v některých modelech finanční matematiky na místě běžného bílého šumu. Speciální pozornost měla být věnována možnosti arbitráže (zda je možná a v jakém smyslu). Práce byla zamýšlena jako v podstatě kompilační, s možností uplatnění vlastních matematických výsledků v některých konkrétních úlohách (modelech).

Domnívám se, že předložená práce toto zadání v uspokojivé míře splnila.

Práce je rozčleněna do čtyř kapitol, z nichž první je úvodní a popisuje (kromě základů Itoovy teorie) potřebné výsledky z deterministického frakcionálního kalkulu a základní fakta o frakcionálním Brownově pohybu. Druhá kapitola je rovněž čistě kompilační, jde o konzistentní výklad Malliavinova počtu (na jehož základě je definován Skorochodův stochastický integrál, který je - vedle "pathwise" či Stratonovičova integrálu - jedním ze dvou rozdílných typů běžně uvažované integrace). Třetí kapitola pojednává o Volterrových procesech (tedy jistém zobecnění frakcionálního Brownova pohybu, zahrnujícího i další řídicí procesy). Ty se začaly zkoumat až v poslední době a mnoho se o nich zatím neví. Tato kapitola se už nedá označit jako čistá kompilace, autor musel ověřit některé teze především z článku Alos et al. [1], na němž hlavně staví, včetně např. drobné modifikace Itoovy formule pro volterrovské procesy. Poslední kapitola je v podstatě (s výjimkou části 4.1, která shrnuje základní definice a výsledky o klasickém BS modelu) vlastním přínosem diplomanta. Uvažuje se zde případ, kdy v modelu rizikového aktiva vystupuje volterrovský šum místo klasického bílého a jsou odvozeny příslušné formule, v nichž je integrace chápána buď ve Skorochodově nebo Stratonovičově smyslu. Obdobně jako v případě frakcionálního šumu je ukázána možnost arbitráže, resp. její neexistence v případě tzv. Skorochodovy podmínky samofinancování, která je však z hlediska finanční matematiky nepříliš realistická.

Diskuse v poslední kapitole je zajímavá a je dobře zdůvodněna odkazy na známé odborníky z oblasti finanční matematiky.

Výklad je veden poměrně čtivě a dle mého názoru dost jasně (a dobrou angličtinou). V práci se vyskytují některé nedostatky, především formálního charakteru. Práce je

opatřena úvodem, ve kterém by mělo být podrobněji uvedeno členění kapitol a případně zdůvodnění jejich obsahu, a taky jasně zdůrazněno, které části obsahují vlastní výsledky. Poslední kapitola mohla být trochu více rozvinuta (viz např. poznámka o smíšených modelech v části Závěr, nebo poznámka o Girsanovově větě - Remark 4.3.2.1). Tyto nedostatky lze přičíst na vrub určitému nedostatku času, který si diplomant ponechal na finální odladění práce.

Celkově však práce splnila zadání a doporučuji uznat ji jako diplomovou.

V Praze, dne 29.8.2016

Bohdan Maslowski