

# Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě  
Univerzity Karlovy v Praze

- posudek vedoucího  posudek oponenta  
 bakalářské práce  diplomové práce

Autor/ka: Michal Habera  
Název práce: Numerical simulation of ferrofluids  
Studijní program a obor: Fyzika, Obecná fyzika  
Rok odevzdání: 2015

Jméno a tituly vedoucího/opponenta: Ondřej Souček, RNDr., Ph.D.  
Pracoviště: Matematický ústav Univerzity Karlovy, 186 75 Praha 8, Sokolovská 83  
Kontaktní e-mail: soucek@karel.troja.mff.cuni.cz

## Odborná úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Věcné chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu přiměřený počet  méně podstatné četné  závažné

## Výsledky:

- originální  původní i převzaté  netriviální kompilace  citované z literatury  opsané

## Rozsah práce:

- veliký  standardní  dostatečný  nedostatečný

## Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Tiskové chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet  četné

## Celková úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## **Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:**

Hodnocená práce se zabývá formulací a numerickou implementací problému dvoufázového tečení ferrokapalin interagujících s vnějším magnetickým polem. Jedná se o poměrně komplexní problém, kombinující několik fyzikálních jevů: (i) proudění nestlačitelné kapaliny (Navier-Stokesovy rovnice), (ii) povrchové napětí na materiálových rozhraních a (iii) magnetizaci ferrokapaliny ve vnějším magnetickém poli a související magnetický silový příspěvek v pohybové rovnici pro pohyb kapaliny. Pro popis polohy rozhraní mezi fázemi je autorem zvolena tzv. level-set metoda, jež umožňuje elegantně nahradit materiálové diskontinuity (rozhraní mezi fázemi) pomocí spojité aproximace, kde rozhraní odpovídá určité hodnotě pomocné skalární funkce, pro niž je řešena dodatečná transportní rovnice. V level-set formulaci odpadá nutnost speciální parametrizace polohy rozhraní mezi fázemi a ošetřování podmínek na rozhraní pro uvažované polní veličiny, část této práce se však přesouvá zejména na implementační úrovni do úlohy evoluce level-set funkce. V level-set formulaci se dají přirozeně popsat silové efekty jak povrchového napětí na rozhraní fází, tak magnetizace ferrokapaliny ve vnějším poli. Poslední jmenovaný silový příspěvek vyžaduje znalost indukovaného magnetického pole, které se hledá v magnetostatické aproximaci.

V první kapitole je stručně představen rámec ferrohydrodynamiky (úlohy proudění ferrokapalin), a zejména je zformulován tvar Cauchyho tenzoru napětí pro ferrokapalinu ve vnějším magnetickém poli. Následně je prezentována redukováná forma magnetického silového příspěvku pro izotropní lineární ferrokapalinu. Ve druhé kapitole je stručně nastíněna myšlenka slabého řešení a související metody konečných prvků, která je použita k prostorové diskretizaci všech v práci uvažovaných rovnic. K numerické implementaci je použita konečně-prvková knihovna FeniCS. Ve třetí kapitole je představen koncept level-set metody a je zformulována evoluční rovnice pro level-set funkci, zahrnující dva kroky: advekci level set funkce v rychlostním poli kapaliny a reinicializaci, sloužící k zachování optimálních vlastností level-set funkce (např. vzhledem k zachování objemu). Pro oba kroky je opět zformulována konečně-prvková formulace. Ve čtvrté kapitole je koncept level-set metody použit k formulaci Navier-Stokesových rovnic pro dvoufázové proudění ferrokapalin ve vnějším magnetickém poli za přítomnosti povrchového napětí na rozhraní fází. Výsledné rovnice jsou převedeny do bezrozměrného tvaru a je zformulováno konečně-prvkové schéma pro řešení pohybových rovnic kapaliny pomocí tzv. projekční metody. V páté kapitole je diskutována formulace magnetostatické úlohy pro magnetizaci ferrokapaliny ve vnějším magnetickém poli pomocí speciálního tvaru vektorového magnetického potenciálu, vedoucí pro uvažovaný dvourozměrný problém k jedné dodatečné skalární rovnici. Následně je provedena numerická simulace vývoje tvaru kapky ferrokapaliny ve vnějším magnetickém poli do stacionárního stavu a je kvalitativně ověřena správnost formulace. V šesté kapitole je provedena numerická simulace úlohy odtržení kapky ferrokapaliny od povrchu a je studován efekt intenzity aplikovaného vnějšího magnetického pole na dynamiku procesu. Veškeré numerické výsledky jsou kvalitativního charakteru vzhledem k numerickým obtížím při implementaci reálných materiálových parametrů, pro něž jsou k dispozici kvantitativní měření.

**Předložená bakalářská práce je dle mého názoru značně nadstandardní. Autor se musel aktivně seznámit s řadou nových fyzikálních, matematických a numerických konceptů, které zvládl úspěšně dovést k funkční numerické implementaci zvolené úlohy. Práce je velmi kvalitní jak po věcné tak po formální stránce a splňuje (a přesahuje) nároky kladené na bakalářskou práci. Doporučuji publikovat výsledky práce ve specializovaném odborném periodiku.**

### **Poznámky:**

- 1.) Do značné míry klíčová formule (1.12) je prezentována bez odvození či reference na [3], kde se dá nalézt. Obecně bych uvítal kdyby práce zahrnovala i odvození formule pro tenzor napětí (1.7).
- 2.) Kapitola 2 je velmi stručná a v důsledku toho obsahuje určité nepřesnosti. Obecný rámec pro představení metody konečných prvků je zde kupříkladu prezentován jako systém lineárních parciálních diferenciálních rovnic. Úloha, kterou autor řeší je (coby systém PDR) ovšem značně nelineární – zobecnění prezentované diskrétní formulace je přitom přímočaré a vede pouze na systém nelineárních algebraických rovnic místo systému lineárního. Na straně 9 dole se píše: „It is clear that the space  $S$  is not of finite dimension“, což v obecné rovině není pravda. Numerické metody knihovny FEniCS jsou prakticky nekomentovány (kap. 2.5), slušelo by se alespoň zmínit jaké algebraické řešiče byly v rámci knihovny použity pro řešení.
- 3.) Podmínka (3.8) není „free-slip“ – ta by vyžadovala navíc podmínku nulovosti tečné složky trakce. Spíše by se měla označit jako „non-penetration“ podmínka.
- 4.) Uvítal bych absolutní škálu pro velikost rychlosti v obr. 5.4 a 5.5 k posouzení významu parazitických proudů v okolí rozhraní fází.

### **Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:**

- 1.) Je reinitializační krok pro level-set funkci nezbytný v každém časovém kroku?
- 2.) Jaká je amplituda parazitických proudů ve výpočtu stacionárního tvaru kapky?
- 3.) Nezkoušel autor kvantitativní kontrolu level-set implementace povrchového napětí odečtem rozdílu tlaků pro sférickou kapku ve stacionárním stavu (v nepřítomnosti mag. pole) a porovnáním s teoretickou hodnotou dle Laplace-Youngovy formule?
- 4.) Uvažuje autor o publikování výsledků v nějakém odborném periodiku? Rozhodně bych to doporučil.

### **Práci**

doporučuji

nedoporučuji

uznat jako ~~diplomovou~~/bakalářskou.

### **Navrhuji hodnocení stupněm:**

výborně  velmi dobře  dobře  neprospěl/a

Místo, datum a podpis ~~vedoucího~~/oponenta:

V Praze, 27.8.2015