

Posudek oponenta disertační práce:

MGR. MARKA KOBERY

Qualitative properties of radiation magnetohydrodynamics

Studijní obor: 4f-11 Matematické a počítačové modelování

Předložená práce se zabývá matematickou analýzou magnetohydrodynamických modelů, jejichž cílem je modelování proudění plazmy v různých vrstvách hvězd. Tyto modely mají formu soustav parciálních diferenciálních rovnic s počátečními a okrajovými podmínkami. Základem jsou Navierovy-Stokesovy rovnice pro stlačitelné vazké proudění sdružené s Fourierovou rovnicí přenosu tepla doplněné redukovánými Maxwellovými rovnicemi elektrodynamiky a rovnicí pro radiální intenzitu v proměnných hustota ρ vektor rychlosti \vec{u} , absolutní teplota ϑ , vektor magnetické indukce \vec{B} a intenzita záření I . Rovnice jsou doplněny řadou obecných konstitučních vztahů, které vyjadřují vzájemný vliv jednotlivých veličin. Ve své obecnosti se jedná o nesmírně komplikovaný model, který zahrnuje řadu různých fyzikálních jevů od mechaniky, přenosu, vedení tepla, záření až po elektromagnetické pole.

Práce se skládá ze čtyř částí. První popisuje různé modely transportu hmoty a energie až po soustavu Navierových-Stokesových-Fourierových rovnic stlačitelného proudění a vzájemný vztah mezi jednotlivými veličinami. Druhá část je věnována předchozímu modelu doplněného o radiaci a jevy elektrodynamiky. Tento model vytvořili Ducomet, Feireisl, Nečasová. Slabé řešení tohoto magnetohydrodynamického modelu je formulováno v Definicí 2.2.1. Hlavním výsledkem části je stabilita řešení systému: podle Věty 2.2.1 konvergence počáteční podmínek pro hustotu $\rho_{0,\varepsilon}$ a omezenost dalších veličin za jistých předpokladů pro konstituční vztahy zajistí slabou konvergenci řešení $(\rho_\varepsilon, \vec{u}_\varepsilon, \vartheta_\varepsilon, \vec{B}, I_\varepsilon)$. Tato konvergence umožňuje dokázat existenci v čase globálního řešení metodou popsanou v monografii Feireisla a Novotného.

Třetí část uvádí čtenáře do problému singulárních limit v mechanice proudění. Škálováním jednotlivých proměnných v rovnicích lze rovnice převést do bezrozměrného tvaru. Přitom vznikají tzv. podobnostní čísla, která popisují vzájemnou váhu jednotlivých jevů. V tzv. singulárních limitách, kdy podobnostní čísla jdou k nule nebo k nekonečnu, se mění charakter proudění: například stlačitelné proudění se stává nestlačitelným, vazké proudění ne vazkým.

Tato část připravuje půdu pro poslední čtvrtou část věnovanou limitě modelu při nízkém Pécletově čísle, které srovnává rychlost advekce a rychlost difuze. Tento případ umožňuje modelovat horní radiální zóny hvězd a tachokliny. Věta 4.2.1 dává analogickou stabilitu problému z Definicí 4.4.1 jako Věta 2.2.1 pro problém v Definicí 4.2.1. V dalším oddílu je studován model pro malé Machovo, Alfvénovo řádu ε , Froudeho číslo řádu $\varepsilon^{1/2}$ a velmi malé Pécletovo číslo řádu ε^2 . Věta 4.4.1 dokazuje existenci slabého řešení pro malé ε .

Aktuálnost problematiky. Jedná se o velmi náročnou teoretickou problematiku v oblasti, kterou se ve světě zabývá řada matematiků i teoretických fyziků o čemž svědčí řada prací věnovaných těmto problémům.

Použité metody a postupy. Výsledky jsou získány prostředky funkcionální analýzy a teorie prostorů funkcí. Nejprve se odvodí a-priorní odhady řešení, kompaktnost dává existenci

konvergentní podposloupnosti a vhodný druh spojitosti umožňuje přechod k limitám.

Výsledky práce, význam pro vědní obor. Nové výsledky jsou obsaženy zejména ve druhé a čtvrté části: jsou to práce (Ducomet, Kobera, Nečasová) a (Donatelli, Ducomet, Kobera, Nečasová) přijaté k publikaci v mezinárodních vědeckých časopisech. Autor adaptoval metody vyvinuté v pracích svých spoluautorů na složitější modely. Také první a třetí část zpracované podle prací Feireisla a Novotného a dalších, mají svoji cenu: mohou sloužit jako úvod do této složité problematiky. Výsledky přispějí k dalšímu rozvoji modelů hvězd, vysvětlení stelárních jevů a případně i k tvorbě numerických simulací.

Kvalita zpracování. Práce je psána v angličtině v rozsahu sta stran včetně stovky odkazů na literaturu. V práci jsem našel jen několik drobných chyb a překlepů. Práce je psána v hutném stylu, pro nespecialisty v oboru práce není příliš čtivá, což je dáno také charakterem problematiky. První i třetí část obsahující spoustu materiálu by vyžadovala lepší strukturu, není zřejmá souvislost jednotlivých vztahů a výsledků, případně souhrn modelů (rozlišení daných dat a neznámých), zlepšila by se tím čitelnost práce.

Závěr. Předložená práce se zabývá velmi komplikovanou problematikou a obsahuje řadu nových výsledků. Má velmi dobrou úroveň. I když není z práce explicitně zřejmý podíl autora na obou částech, které tvoří základ disertační práce, očekávám, že přínos školitelky a ostatních autorů byl zejména konzultativní. Nutno také ocenit velké úsilí, které musel vynaložit na zvládnutí této velmi obtížné problematiky. Autor prokázal svoji schopnost vědecké práce tím, že zvládl složité modely a metody z prací spoluautorů a dokázal je aplikovat na složitější modely. Domnívám se, že práce plně splňuje požadavky kladené na disertační práce a proto práci doporučuji k obhajobě.

V Brně 31. srpna 2016

Prof. RNDr. Jan Franců, CSc.

Ústav matematiky
Fakulta strojního inženýrství
Vysoké učení technické v Brně