

**Univerzita Karlova v Praze  
Přírodovědecká fakulta**

Ústav hydrogeologie, inženýrské geologie a užití geofyziky



## **STUDIUM ASYMPTOTICKÝCH VLASTNOSTÍ ZRNITÝCH MATERIÁLŮ POMOCÍ METODY ODDĚLENÝCH PRVKŮ**

---

Study of the asymptotic properties of granular materials using discrete element method

**JAN JERMAN**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Vedoucí diplomové práce: Doc. RNDr. David Mašín, MPhil., PhD.

Praha, 2016

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

Praha, 4. srpna 2016

---

Podpis

## ABSTRAKT

---

V této práci je studován vliv rychlosti zatěžování na asymptotické chování nedeformovatelného materiálu s křivkou zrnitosti reálného písku vytvořeného pomocí metody oddělených prvků. Bylo ukázáno, že asymptotické stavy mohou být jednoznačně definovány pomocí bezrozměrného *inertial number*  $I$ . Pro nízké hodnoty *inertial number* je úhel vnitřního tření v kritickém stavu nezávislý na  $I$  a tedy na rychlosti zatěžování a středním napětí. Tento fakt, který je v souladu s pozorovaným chováním zemin, upřesňuje předchozí výsledky Mašina (2012) a Jermana (2013). Pro nízké hodnoty *inertial number* se čára kritických stavů a čára normálního stlačení stává téměř vodorovnou, což potvrzuje poznatky z literatury, že bez možnosti drcení zrn není možné realisticky popsat kompresní asymptotické chování partikulárních látek. Výsledné hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu jsou závislé na hodnotě Lodeho úhlu stejně, jako jsou předpoklady z experimentů.

## ABSTRACT

---

The effect of loading rate on the asymptotic behaviour of a granular material with permanent particles is investigated using discrete element method. The asymptotic states could uniquely be represented in terms of dimensionless inertial number  $I$ . For low inertial numbers ( $I$  lower than 0.01 to 0.001), the asymptotic stress ratio is independent of  $I$  (and thus of loading rate and of mean stress). This agrees with observation on soils, showing critical state friction angle independent of mean stress. For low inertial numbers, the critical state line as well as the isotropic normal compression line have similar slope in the plane of void ratio vs. mean stress to the isotropic rebound line. This agrees with conclusions of other scientists, who suggest that particle crushing needs to be involved to represent more realistically the volumetric asymptotic response of granular material. It was further shown that the values of critical state friction angle depend on Lode angle, similarly to what is known from experiments.

# OBSAH

---

<b>Abstrakt</b> .....	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iv</b>
<b>Obsah</b> .....	<b>v</b>
<b>Seznam tabulek</b> .....	<b>vi</b>
<b>Seznam obrázků</b> .....	<b>vii</b>
<b>1 Úvod</b> .....	<b>1</b>
1.1 Základní informace .....	1
1.2 Popis tématu .....	1
1.3 Cíle práce .....	1
1.4 Struktura práce.....	2
<b>2 Teoretické základy</b> .....	<b>3</b>
2.1 Asymptotické chování zemin.....	3
2.1.1 Grafické znázornění asymptotických stavů .....	4
2.1.2 Asymptotické stavy .....	5
2.1.3 Experimenty prokazující asymptotické vlastnosti zemin .....	10
2.2 Lodeho úhel.....	12
<b>3 DEM model</b> .....	<b>14</b>
3.1 Metoda oddělených prvků .....	14
3.1.1 Modelování asymptotických stavů pomocí DEM .....	15
3.2 Popis modelu – původní model.....	16
3.2.1 Vliv změny parametrů na výsledky modelu .....	17
3.3 Předchozí výsledky modelu .....	20
3.4 Změny modelu a vliv nastavení modelu na výsledky simulací .....	21
3.4.1 <i>Inertial number</i> .....	22
3.4.2 Změna rychlosti zatěžování.....	25
<b>4 Výsledky DEM modelu</b> .....	<b>26</b>
4.1 Vliv rychlosti zatěžování na předpovědi modelu .....	26
4.1.1 Vliv rychlosti zatěžování v případě jednoho konsolidačního napětí .....	27
4.1.2 Vliv rychlosti zatěžování v případě více konsolidačních napětí.....	29
4.1.3 Porovnání dvou rychlostí zatěžování pro stejná napětí .....	31
4.1.4 <i>Unbalanced forces</i> .....	31
4.2 Bezrozměrná analýza výsledků .....	32
4.2.1 Porovnání vlastních výsledků s literaturou .....	34
4.3 Výsledky pro různé hodnoty Lodeho úhlu .....	34
<b>5 Závěr</b> .....	<b>37</b>
<b>6 Seznam použité literatury</b> .....	<b>39</b>

## SEZNAM TABULEK

---

Tabulka 1: Základní parametry použité ve všech simulacích (Mašín, 2012). .....	17
--	----

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Vlevo - dráhy napětí s různými historiemi zatěžování; vpravo - dráhy napětí testů s cyklickým zatěžováním (Chu a Lo, 1994).....	3
Obr. 2: a) Definice úhlu $\psi_\epsilon$ v prostoru axiálního a radiálního přetvoření; b) Definice úhlu $\psi_\sigma$ . „i“ – izotropní směr, „c“ – kritický stav, „d“ – limitní asymptotický stav (Mašín, 2012).....	4
Obr. 3: Grafické znázornění kompresních asymptotických stavů, kde plochy grafů značící kompresní asymptotické stavy jsou znázorněny šedou barvou. a) Hodnoty úhlu $\psi_\epsilon$ relevantní pro kompresní asymptotické stavy; b) Jednoznačný vztah hodnoty úhlů $\psi_\epsilon$ a $\psi_\sigma$ ; c) Kompresní asymptotické stavy znázorněné v prostoru středního napětí a čísla pórovitosti; d) Znázornění asymptotických stavů s konstantním číslem pórovitosti, asymptotická mezní plocha stavů pro axisymetrický stav napětí (Mašín, 2012).....	5
Obr. 4: Vrcholový (peak), kritický (critical) a residuální (residual) stav (Atkinson, 1994).....	6
Obr. 5: Triaxiální komprese a extenze.....	7
Obr. 6: Čáry normálního stlačení a čáry normální extenze. Jak je patrné z Obr. 3a, NCL mají hodnoty $\psi_\epsilon$ 0 až 90°, CSL = 90° a čáry normální extenze mají hodnoty vyšší jak 90°. U NEL je patrné, že dochází ke zvyšování objemu (Mašín, 2012).....	8
Obr. 7: Mezní plocha stavů (state boundary surface - SBS) (Mašín, 2012).....	9
Obr. 8: Příklad znázorněné ASBS a SBS pro hypoplastický model s anizotropní mezní plochou stavů. Červeně je znázorněna SBS, modré a zelené dráhy napětí vedoucí z dvou různých počátečních stavů znázorňují ASBS. Je patrné, že dráhy napětí v horní části překračují SBS, neboť dráhy vedou do asymptotických stavů. (Jerman a Mašín, 2016). .....	9
Obr. 9: Ukázka, že cyklické zatěžování nemá vliv na asymptotické chování písku (Chu a Lo, 1994). .....	10
Obr. 10: Vztah směru napětí na směru přetvoření pro různé hodnoty Lodeho úhlu. Experimenty byly provedeny na rekonstituovaném kaolinu v pravém triaxiálním přístroji (Topolnicki et al., 1990).....	11
Obr. 11: Tvar ASBS předpovídaný originálním hypoplastickým modelem pro jíly (Mašín, 2005) pro různé poměry parametrů $\kappa/\lambda$ (Mašín, 2013). .....	12
Obr. 12: 3D zobrazení asymptotické mezní plochy stavů v prostoru hlavních napětí pro hodnotu $\phi_c = 25^\circ$ , model Mašína (2013). Pohled z různých směrů, změny barvy značí změny hodnoty středního napětí. ....	12
Obr. 13: Zobrazení invariantů napětí v: a) prostoru hlavních napětí; b) v deviátorové rovině (Nova, 2012).....	13
Obr. 14: Druhý Newtonův zákon aplikovaný na částice simulované metodou oddělených prvků (Cundall a Strack, 1979). .....	14
Obr. 15: Ukázka asymptotického chování simulovaného metodou oddělených prvků (Ben-Nun et al., 2010). .....	16
Obr. 16: a) Originální křivka zrnitosti Zbraslavského písku společně s křivkou, kde byl odebrán písek s průměrem větším než 1mm a menším než 0,2 mm. b) Ukázka vygenerovaného vzorku se 150 000 částicemi (Mašín, 2012). .....	17

Obr. 17: Vliv hodnoty úhlu vnitřního tření na výsledky simulací: a) izotropní zatěžování; b) dráhy vedoucí do kritického stavu (Mašín, 2012). .....	18
Obr. 18: Znázornění vlivu hodnoty středního napětí na překrývání částic (Mašín, 2012). .....	19
Obr. 19: Výsledky Mašína (2012) vlevo a Jermana (2013) vpravo, kompresní a extenzní asymptotické stavy. Mašín (2012) prováděl testy pro triaxiální kompresi, Jerman (2013) pro triaxiální extenzi, jak je patrné z hodnot úhlu $\psi_\varepsilon$ . Na obrázcích je jasně patrná závislost úhlu $\psi_\sigma$ na středním napětí (Jerman, 2013). .....	21
Obr. 20: Závislost koeficientu tření na inertial number. Koeficient tření se stává nezávislým na inertial number pro přibližně $I < 0.01$ (da Cruz et al., 2005). .....	22
Obr. 21: Znázornění analýzy simulací Mašína (2012). Zelenou čarou oddělena horní oblast, kde jsou výsledky ovlivněny inertial number, a spodní oblast, kde by výsledky měly být relevantní. Červeně je zobrazena oblast vysokých překryvů částic, kterou Mašín (2012) považuje za nerelevantní. Modrou barvou je znázorněn prostor, kde výsledky nejsou ovlivněny ani inertial number, ani překryvem částic. ....	23
Obr. 22: Výsledky Mašína (2012) pro testy vedoucí do kritického stavu. Asymptotické stavy ukazují různé hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu. ....	24
Obr. 23: Citlivostní analýza vlivu počtu částic na výsledky simulací. Všechny simulace provedeny pro $\psi_\varepsilon = 90^\circ$ (kritický stav). Vlevo rychlost zatěžování $334 \text{ s}^{-1}$ , vpravo $33,4 \text{ s}^{-1}$ . [GM12] značí simulace se stejnými parametry, jako používal Mašín (2012). ....	24
Obr. 24: Analýza vlivu změny úhlu vnitřního tření na výsledky simulací, testy byly provedeny s $\psi_\varepsilon = 90^\circ$ a pro nižší rychlost zatěžování. ....	25
Obr. 25: Porovnání hodnot inertial number se středním napětím. Zobrazeno pro 3 použité rychlosti deformace – nejvyšší rychlost je rychlost použitá Mašínem (2012) – [GM12], další dvě jsou rychlosti výrazně nižší. Pro každou rychlost jsou znázorněny dvě přímkami ohraničující interval platný pro jednotlivé simulace. Horní hranice platí pro největší zrna a spodní hranice pro zrna nejmenší, všechna ostatní leží mezi nimi. Přesná pozice v grafu závisí na aktuálním středním napětí během simulace. Červenou čarou je znázorněna limitní hodnota $I=0,01$ . .	26
Obr. 26: Vliv rychlosti zatěžování $  D  $ na asymptotické chování. Zobrazeny čáry normálního stlačení vedoucí do napětí 1000 kPa. Na obrázku vpravo je zobrazen celý průběh simulace v prostoru středního napětí vs. číslo pórovitosti. ....	27
Obr. 27: Dráhy napětí v prostoru $\psi_\sigma$ a středního napětí pro různé rychlosti zatěžování. Vlevo byl vzorek nejdříve stlačen na 100kPa, vpravo na 1000kPa.....	28
Obr. 28: Vliv rychlosti zatěžování $  D  $ na dráhy napětí a na dosažené asymptotické stavy. Zobrazeny jsou 4 různé rychlosti zatěžování, pro každou z nich byly provedeny simulace, kdy byl vzorek izotropně stlačen do různých napětí, z nichž byl zatěžován do kritického stavu. .	29
Obr. 29: Body značící asymptotické stavy pro různé rychlosti zatěžování zobrazené v prostoru $\psi_\sigma$ a středního napětí a čísla pórovitosti a středního napětí.....	30
Obr. 30: Porovnání dvou sad simulací ( $  D   = 13,93 \text{ s}^{-1}$ a $1,67 \text{ s}^{-1}$ ), v každé 7 konsolidačních napětí. ....	31
Obr. 31: Znázornění unbalanced forces proti střednímu napětí pro simulace s různými rychlostmi zatěžování.....	32
Obr. 32: Asymptotické stavy znázorněné pomocí inertial number společně s dalšími proměnnými: $\psi_\sigma$ , číslem pórovitosti, koeficientem tření a podílem objemu.....	33



Obr. 33: Porovnání výsledků z vlastních simulací s výsledky da Cruze et al. (2005). .....	34
Obr. 34: Závislost úhlu vnitřního tření v kritickém stavu na hodnotě b.....	35
Obr. 35: : Souhrn 3 sad simulací pro napětí 300, 1000 a 2000kPa se stejnou rychlostí zatěžování. Zobrazeny hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu pro hodnoty $b = 0; 0,25; 0,4; 0,5; 0,6; 0,75$ a 1.....	35
Obr. 36: Porovnání Mohr-Coulombovy a Matsuoka-Nakai podmínky plasticity v prostoru hlavních napětí (Maiolino a Luong, 2009).....	36

---

# 1 ÚVOD

---

## 1.1 ZÁKLADNÍ INFORMACE

Asymptotické stavy jsou jednou ze základních vlastností zemin. Takovéto stavy obecně definujeme jako stavy dosažené po dostatečně dlouhém zatěžování s konstantním směrem přetvoření (Gudehus a Mašín, 2009) a mohou být považovány za tzv. atraktory mechanického chování zemin.

Asymptotické stavy, mezi které řadíme například dobře známý a popsáný kritický stav, se vyznačují typickými vlastnostmi, jako například ztráta paměti zeminy na předchozí deformaci a tím, že jich je dosaženo neohledně na počáteční stav dané zeminy. Jednotlivé asymptotické stavy jsou v teorii mechaniky zemin již dlouho známy, avšak obecnější studie o asymptotickém chování chybí, zejména v české literatuře. V první části této práce se tedy pokusím o ucelený popis asymptotických vlastností zemin.

## 1.2 POPIS TÉMATU

Diplomová práce tematicky navazuje na bakalářskou práci, viz Jerman (2013), a na práci, ve které byly poprvé popsány simulace asymptotického chování zemin pomocí metody oddělených prvků (Mašín, 2012). Výstupy předchozích prací na modelování asymptotických stavů pomocí metody oddělených prvků ukázaly určité překvapivé výsledky. Například z analýz Mašína (2012) plynulo, že pro popis kompresního chování zemin není nutné simulovat drčení zrn a že úhel vnitřního tření v kritickém stavu není konstantní pro různá napětí. Tyto výsledky nejsou v souladu s obecně přijímanou literaturou, a proto jsem se rozhodl pro další studium těchto výstupů a pro úpravy modelu, aby byly příčiny těchto neshod vysvětleny. Dalším impulzem byl omezený rozsah bakalářské práce, což vedlo k tomu, že určité otázky zůstaly nezodpovězené, a to například, jaký bude mít vliv změna hodnoty Lodeho úhlu na výsledky simulací.

Ve výzkumu tohoto tématu jsem se rozhodl pokračovat v návaznosti na prohloubení vědomostí o dané tematice a získání výsledků z výše popsaných prací. Dané výsledky ukázaly, že pro ucelený popis simulací asymptotických stavů zemin je nutno zodpovědět ještě mnoho otázek.

## 1.3 CÍLE PRÁCE

Cíle mé diplomové práce jsou celkem čtyři a skládají se jak z cílů vytyčených při tvorbě práce bakalářské, tak z cílů které vznikly až během výzkumu probíhajícího v rámci diplomové práce. Cíle práce jsou tedy následující:

- Prvním cílem je shrnutí informací a současných poznatků o asymptotickém chování zemin.

- 
- Hlavním cílem práce je potvrzení či vyvrácení výsledků Mašina (2012) a Jermana (2013), které ukázaly, že úhel vnitřního tření v kritickém stavu je závislý na napětí, což se neshoduje s předpoklady známými z teorie mechaniky zemin.
  - Dalším cílem, který úzce souvisí a navazuje na cíl hlavní, je provedení simulací s různými rychlostmi zatěžování a tedy vyšetření vlivu rychlosti zatěžování na simulace asymptotického chování zemin modelovaného pomocí metody oddělených prvků.
  - Posledním cílem, který byl stanoven již při psaní bakalářské práce, je vyšetření vlivu hodnoty Lodeho úhly na výsledky simulací.

## 1.4 STRUKTURA PRÁCE

V druhé kapitole jsou popsány teoretické základy a shrnutí tematické literatury, kterými se zabývá moje diplomová práce – asymptotické chování zemina a popis asymptotických stavů. Jsou popsány experimenty potvrzující asymptotické chování zemin a vysvětleny zákonitosti modelování asymptotického chování zemin a ukázky konstitučních modelů.

Ve třetí kapitole je popsána metoda oddělených prvků (DEM) a modelování asymptotických stavů pomocí DEM. Dále je popsán původní model Mašina (2012), z kterého tato práce vychází a jsou popsány úpravy, které bylo nutné provést před započítím simulací pro mou diplomovou práci.

Ve čtvrté kapitole jsou ukázány výsledky diplomové práce – studie vlivu rychlosti zatěžování na asymptotické chování zemin, kde je popsáno, jak změny rychlosti zatěžování ovlivňují výsledky simulací a čím je to způsobeno. Dále je popsána bezrozměrná proměnná *inertial number* s jejíž pomocí jsou popsána data. Nakonec je provedena analýza zkoumající vliv různých hodnot Lodeho úhlu na hodnotu úhlu vnitřního tření v kritickém stavu.

V poslední kapitole jsou zopakovány cíle práce a zhodnoceny výsledky práce, a zda se podařilo dané cíle úspěšně splnit.

## 2 TEORETICKÉ ZÁKLADY

V této kapitole jsou popsány teoretické základy a shrnutí tematické literatury, kterými se zabývá moje diplomová práce – asymptotické chování zemin a popis asymptotických stavů.

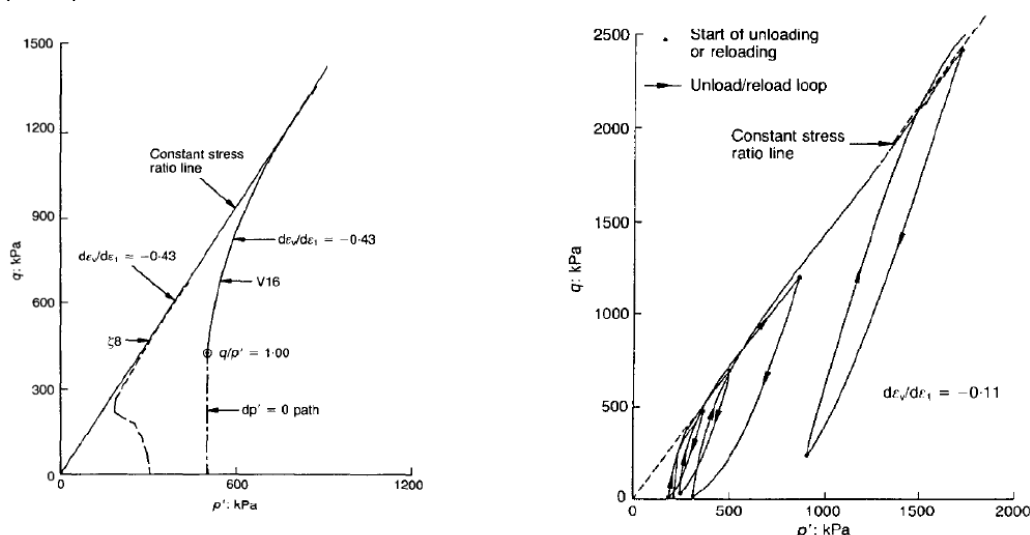
Hlavním cílem této sekce je vytvoření uceleného shrnutí současných poznatků o fenoménu asymptotického chování zemin a jeho začlenění do celkového obrazu popisu chování zemin. Dále následují informace o metodě oddělených prvků, která je použita pro simulace prováděné v mé práci.

### 2.1 ASYMPTOTICKÉ CHOVÁNÍ ZEMIN

Asymptotické chování zemin je pozoruhodnou vlastností, která je typická pro chování všech partikulárních látek (Gudehus, 2011). Jednotlivé asymptotické stavy byly známy již od počátků mechaniky zemin, takzvaný kritický stav byl pozorován a je popsán již Casagrandem (1940), Hvorslevem (1937) a Taylorem (1948). Kritický stav je jedním z asymptotických stavů a je definován jako stav se zachováním konstantního objemu. Dalším krokem v objevování kritických stavů bylo popsání teorie mechaniky kritických stavů Schofieldem a Wrothem (1968) a Roscoem a Burlandem (1968), kteří zkombinovali vědomosti o vlastnostech kritického stavu s kompresním chováním zemin – kompresními asymptotickými stavy a s čarou normálního stlačení (*NCL – normal compression line*). První obecný popis asymptotického chování zemin jako celku náleží až Gudehusovi (1995), který popsal asymptotické stavy definicí, jak ji známe dnes:

*Asymptotické stavy jsou definovány jako stavy, kterých zemina dosáhne po dostatečně dlouhém zatěžování s konstantním směrem přetvoření.*

Dále popsal asymptotické stavy jako atraktory chování partikulárních látek, tedy stavy, do kterých látka spěje a finálně jich dosáhne, a které jsou nezávislé na počátečních podmínkách a na historii zatěžování. Jako příklad mohu uvést experimentální výsledky z práce Chu a Lo (1994) na Obr. 1.

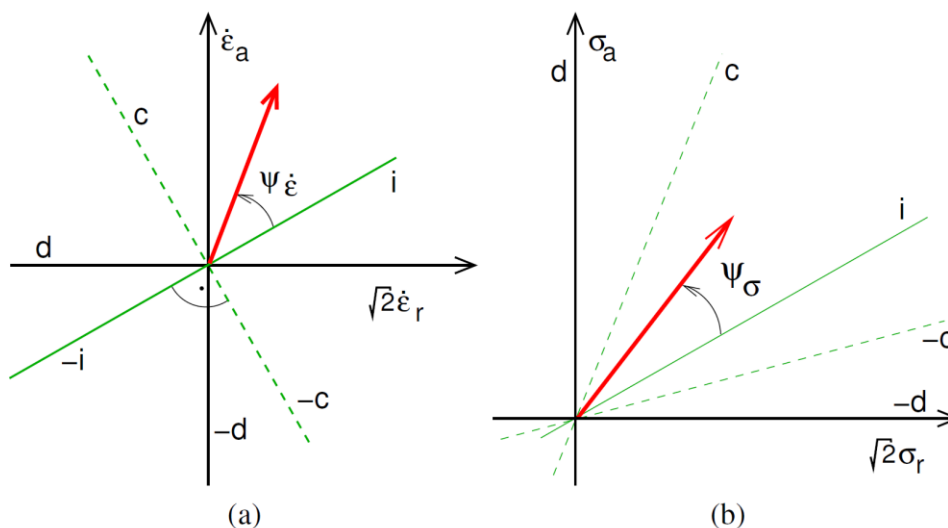


Obr. 1: Vlevo - dráhy napětí s různými historiemi zatěžování; vpravo - dráhy napětí testů s cyklickým zatěžováním (Chu a Lo, 1994).

Další názvy pro asymptotický stav jsou limitní stav, používaný Gudehusem a Mašínem (2009) a swept-out-memory stav používaný Gudehusem (1977) jako první termín pro asymptotický stav.

### 2.1.1 Grafické znázornění asymptotických stavů

Jak již bylo zmíněno výše, asymptotické stavy jsou definovány jako stavy, kterých je dosaženo po dostatečně dlouhém zatěžování s konstantním směrem přetvoření (Gudehus, 1995). Základní koncepce popisu asymptotických stavů byla vytvořena Gudehusem (2011) a Gudehusem a Mašínem (2009), tento zjednodušený popis pomocí axisymetrického napětí a přetvoření bude znázorněn i níže v této kapitole. Skutečnost, že jsou používána axisymetrická napětí a přetvoření znamená, že tenzor napětí lze popsat pouze dvěma hodnotami, a to axiálním napětím  $\sigma_a$  a radiálním napětím  $\sigma_r$ <sup>1</sup>. Ve stejném smyslu je popsán tenzor rychlosti deformace, kde v plné definici tenzoru stačí pouze axiální a radiální přetvoření ( $\epsilon_a$ , respektive  $\epsilon_r$ ). Pomocí těchto veličin můžeme definovat dva úhly: pro popis směru přetvoření úhel  $\psi_\epsilon$  a pro popis směru napětí úhel  $\psi_\sigma$ . Pro snadnější pochopení těchto definic jsou úhly  $\psi_\epsilon$  a  $\psi_\sigma$  znázorněny na následujícím Obr. 2.



Obr. 2: a) Definice úhlu  $\psi_\epsilon$  v prostoru axiálního a radiálního přetvoření; b) Definice úhlu  $\psi_\sigma$ . „i“ – izotropní směr, „c“ – kritický stav, „d“ – limitní asymptotický stav (Mašín, 2012).

Na Obr. 2 jsou definovány speciální směry napětí a přetvoření související s asymptotickými stavy, jsou to:  $i$  jako izotropní stav, ve kterém se zemina nalézá, když dochází k izotropnímu stlačení či odlehčení,  $c$  a  $-c$  značící kritický stav, kdy nedochází k objemovým změnám, a jako poslední  $d$  a  $-d$  značící limitní asymptotický stav, který je pouze teoretický a nedosažitelný (Gudehus a Mašín, 2009).

Podle teorie asymptotických stavů vede deformace s konstantní hodnotou  $\psi_\epsilon$  k asymptotickému stavu, který je charakteristický konstantní hodnotou  $\psi_\sigma$ . Nicméně ne všechny směry zatěžování vedou do jedinečného asymptotického stavu (Mašín, 2012).

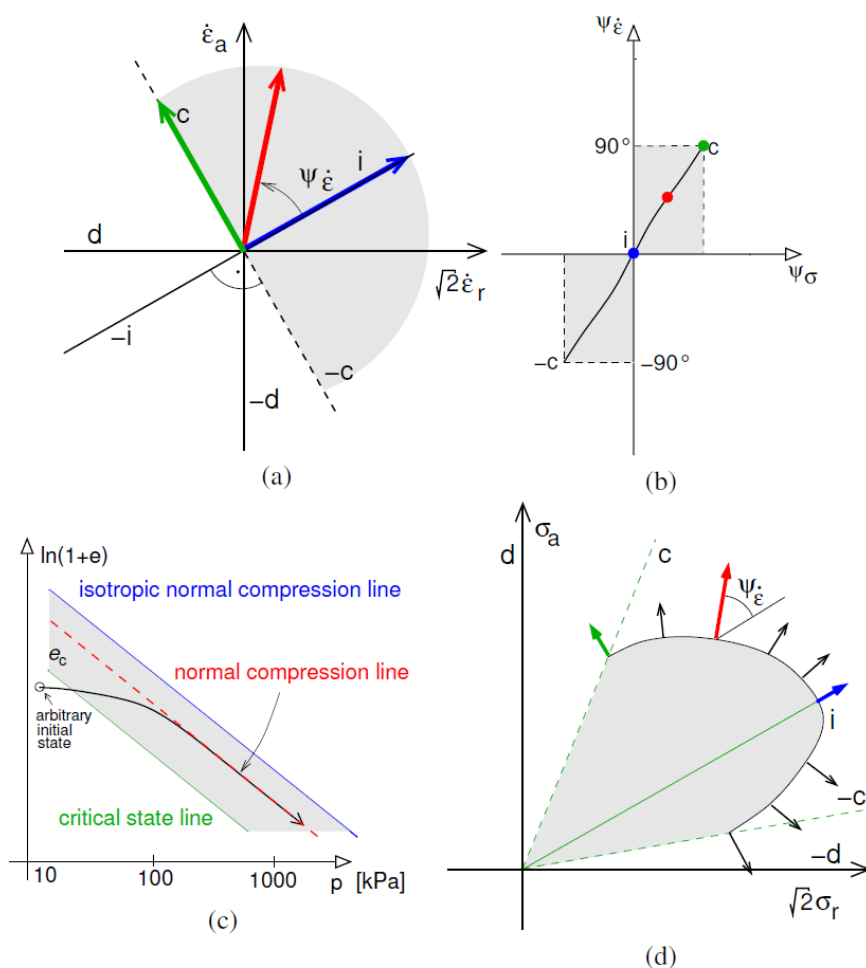
<sup>1</sup> také nazývaným komorový tlak při triaxiální zkoušce

## 2.1.2 Asymptotické stavy

### 2.1.2.1 Stav s konstantním objemem a kompresní asymptotické stavy

Nejznámější a nejdéle studované jsou kompresní asymptotické stavy a stavy s konstantním objemem, které jsou známé již od počátků mechaniky kritických stavů, kde byly spojeny v jeden koncept a jako jednotlivé charakteristiky chování zemin byly známy ještě dříve, viz například průkopníci mechaniky zemin jako jsou Casagrande (1940) a Hvorslev (1937).

Kompresní asymptotické stavy jsou, jak je vidno z jejich označení, typické zmenšením objemu a hodnotami  $-90^\circ \leq \psi_\varepsilon \leq 90^\circ$ . Veškeré kompresní stavy jsou znázorněny na Obr. 3.



Obr. 3: Grafické znázornění kompresních asymptotických stavů, kde plochy grafů značí kompresní asymptotické stavy jsou znázorněny šedou barvou. a) Hodnoty úhlu  $\psi_\varepsilon$  relevantní pro kompresní asymptotické stavy; b) Jednoznačný vztah hodnoty úhlu  $\psi_\varepsilon$  a  $\psi_\sigma$ ; c) Kompresní asymptotické stavy znázorněné v prostoru středního napětí a čísla pórovitosti; d) Znáznornění asymptotických stavů s konstantním číslem pórovitosti, asymptotická mezní plocha stavů pro axisymetrický stav napětí (Mašín, 2012).

Na Obr. 3a jsou znázorněny veškeré kompresní asymptotické stavy v prostoru axisymetrických přetvoření, tedy hodnoty úhlu  $-90^\circ \leq \psi_\varepsilon \leq 90^\circ$ . Na Obr. 3b je znázorněna další vlastnost úhlů  $\psi_\varepsilon$  a  $\psi_\sigma$  - ke každé hodnotě úhlu  $\psi_\varepsilon$  je vztažena jednoznačná asymptotická hodnota úhlu  $\psi_\sigma$ . Na Obr. 3b jsou zobrazeny kompresní asymptotické stavy v prostoru

středního napětí  $p$  a čísla pórovitosti  $e$ . V tomto prostoru jsou obecně asymptotické stavy nazývány čáry normálního stlačení (*NCL – normal compression line*) a kompresní asymptotické stavy jsou ohraničeny izotropní čarou normálního stlačení (i na Obr. 2) a čarou kritických stavů (c na Obr. 2). Na Obr. 3d je znázorněn průřez asymptotickou mezní plochou stavů s konstantní hodnotou čísla pórovitosti (Mašín, 2012).

Na všech jednotlivých grafech na Obr. 3 je kritický stav – tedy stav s konstantním objemem – znázorněn zelenou barvou a označen písmenem c. Deformace, při níž nedochází ke změně objemu, je nazývána isochorickou deformací (Gudehus a Mašín, 2009). Pro tento stav platí hodnoty úhlu  $\psi_\varepsilon = \pm 90^\circ$ . Během smykové deformace při konstantní hodnotě radiálního napětí ( $\sigma_r$ ) partikulární látky dosahují finálně kritického stavu, kde při dalším smýkání již nedochází k deformaci. Pro tento stav je charakteristické, že je nezávislý na počáteční pórovitosti a na historii zatěžování.

Zemina se na smykové ploše při dostatečně velké hodnotě přetvoření, která je závislá na typu zeminy a také na typu prováděné zkoušky, dostává do stavu turbulentního tečení. Tohoto stavu může dosáhnout pouze za určité, tedy kritické, pórovitosti. V kritickém stavu se zemina nepřestává deformovat ve smyku, ale již dále nemění svůj stav (konstantní smykové napětí, efektivní normálové napětí a vlhkost).

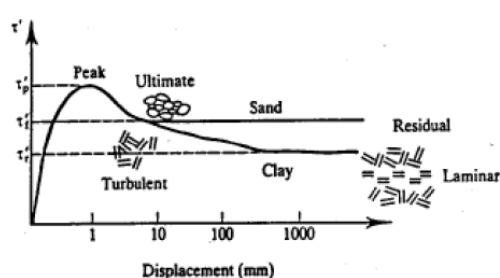
Kromě kritického stavu může zemina dosáhnout ještě vrcholového stavu, který je zapříčiněn dilatancí, a reziduálního stavu, který je zapříčiněn přeorientováním zrn a může ho být dosaženo jen u zemín s vyšším podílem jílové frakce, podrobnější popis těchto stavů je však mimo téma této práce.

Podstatným faktem je, že úhel vnitřního tření v kritickém stavu je parametrem zeminy, na rozdíl od úhlu vrcholového a reziduálního. Další vlastností zeminy v kritickém stavu je to, že její chování lze považovat závislé pouze na tření a je možné zanedbat vliv koheze  $c'$  (Atkinson, 1994). Pro podrobnější popis mechaniky kritických stavů odkazují čtenáře na Atkinsona (1994), Schofielda a Wrotha (1968) a Roscoea a Burlanda (1968).

Pro případ asymptotických stavů je podstatné, že kritické stavy jsou jednoznačně vymezeny v prostoru středního napětí  $p$  vs. pórovitost  $e$  a středního napětí  $p$  vs. deviatorové napětí  $q$  ( $p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$ ,  $q = \sigma_a - \sigma_r$ ), kde v obou případech tvoří čáru kritických stavů (*CSL – critical state line*). Pro kritický stav lze přímo vztáhnout hodnotu  $\psi_\sigma$  s hodnotou úhlu vnitřního tření v kritickém stavu, který je, jak bylo již zmíněno, charakteristický pro danou zeminu a je konstantou. Vztah je následující:

$$\tan \psi_\sigma = \pm \left( \frac{2\sqrt{2}\sin\varphi_c}{3 \mp \sin\varphi_c} \right) = \frac{\sqrt{2}}{3} M \quad (1)$$

kde  $M = q/p$  v kritickém stavu.



Obr. 4: Vrcholový (peak), kritický (critical) a reziduální (residual) stav (Atkinson, 1994).

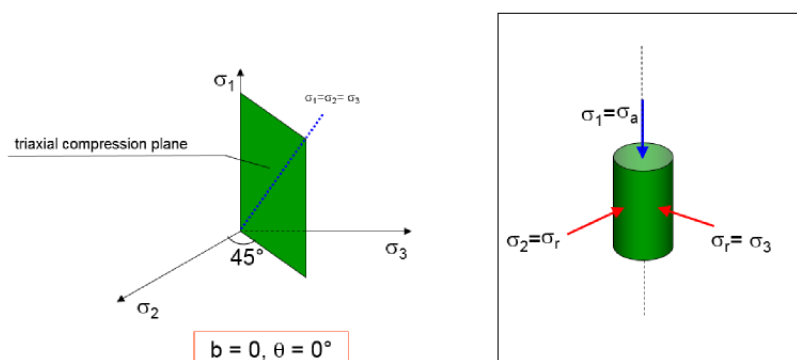
### 2.1.2.2 Extenzní asymptotické stavy

Gudehus (2011) a Gudehus a Mašín (2009) rozšířili popis asymptotického chování zemin i pro extenzní stavy, tedy stavy, kdy dochází ke zvětšování objemu. Oproti kompresním asymptotickým stavům a stavům s konstantním objemem, které jsou již dobře známé, a to jak samy o sobě tak jako spojitý koncept, nebyly ještě před několika lety extenzní asymptotické stavy vůbec popsány. Stavy v extenzi se zatím ještě nepodařilo experimentálně ověřit a jejich existence je zatím známa jen podle teoretických předpokladů. Nicméně v simulacích pomocí metody oddělených prvků, které provedl Mašín (2012) a dále rozšířili Jerman (2013) a Jerman a Mašín (2016), byly pozorovány extenzní asymptotické stavy. Mašín tedy jako první, alespoň v simulacích, byl schopen ukázat extenzní asymptotické stavy, aniž by byla jejich definice předem zakomponována v jeho modelu. Dále nově definoval čáru normální extenze (*NEL – normal extension line*).

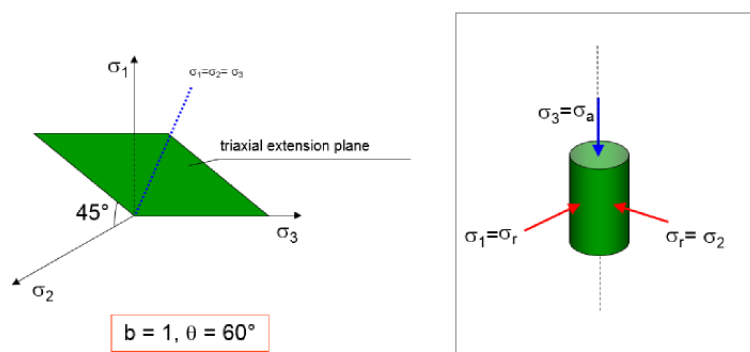
Také je potřeba zdůraznit, že je rozdíl mezi termíny triaxiální extenze (*triaxial extension*) a extenzní asymptotické stavy. Pojem triaxiální extenze je vztažen k termínu triaxiální komprese, oba tyto termíny lze definovat následujícím způsobem (viz Obr. 5):

- Triaxiální komprese:  $\sigma_a > \sigma_r$ ,
  - $b = 0$ , Lode angle =  $0^\circ$
- Triaxiální extenze:  $\sigma_a < \sigma_r$ ,
  - $b = 1$ , Lode angle =  $60^\circ$

triaxial compression ( $\sigma_a > \sigma_r$ )



triaxial extension ( $\sigma_r > \sigma_a$ )

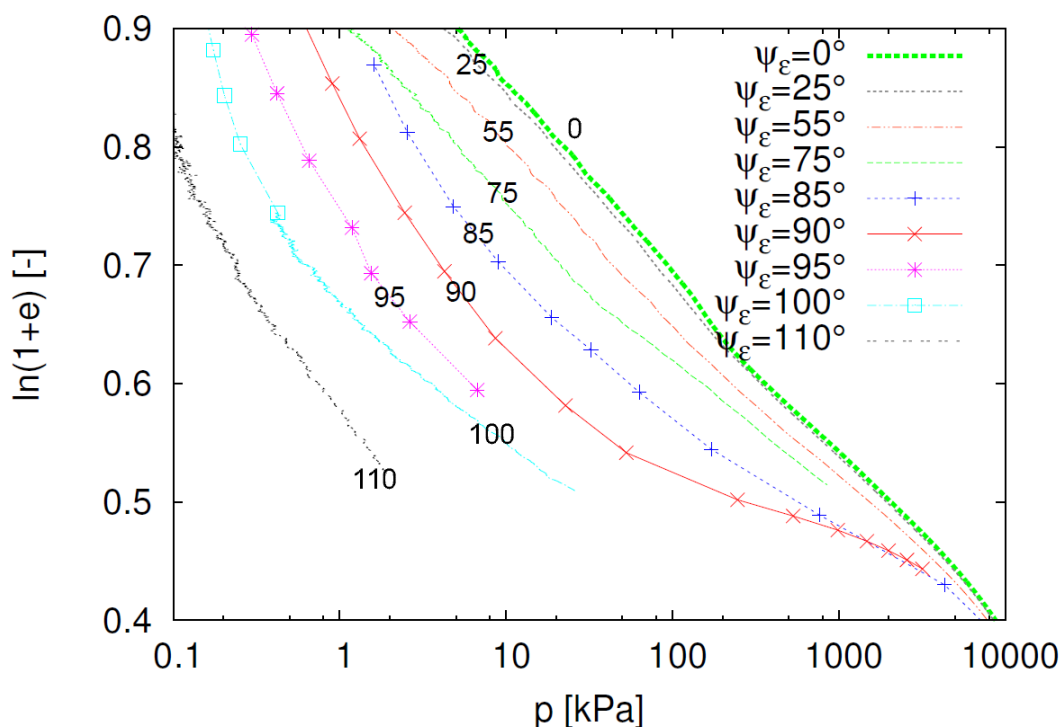


Obr. 5: Triaxiální komprese a extenze.



Jak při triaxiální kompresi, tak při triaxiální extenzi dochází ke snížení objemu vzorku. Což nás vede k extenzním asymptotickým stavům, ve kterých dochází ke zvyšování objemu vzorku. Z výše uvedeného plyne, že triaxiální extenze patří do kompresních asymptotických stavů.

Na Obr. 6 jsou zobrazeny čáry normálního stlačení ( $\psi_\varepsilon < 90^\circ$ ), čára kritických stavů ( $\psi_\varepsilon = 90^\circ$ ) a čáry normální extenze ( $\psi_\varepsilon > 90^\circ$ ) ze simulací pomocí metodou oddělených prvků (Mašín, 2012).

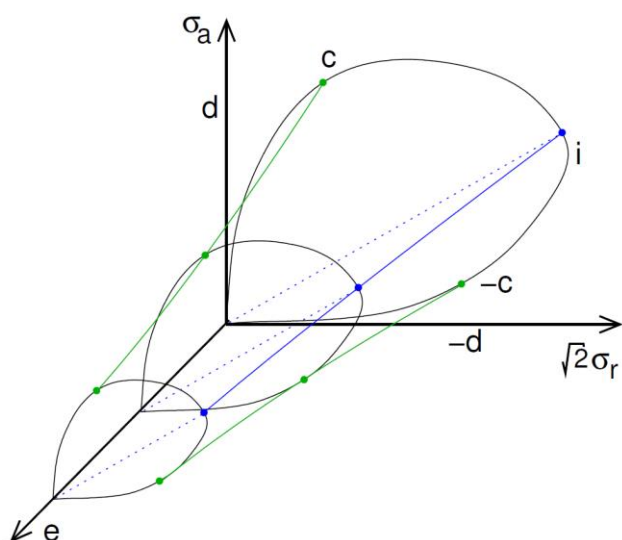


Obr. 6: Čáry normálního stlačení a čáry normální extenze. Jak je patrné z Obr. 3a, NCL mají hodnoty  $\psi_\varepsilon$  0 až  $90^\circ$ ,  $CSL = 90^\circ$  a čáry normální extenze mají hodnoty vyšší jak  $90^\circ$ . U NEL je patrné, že dochází ke zvyšování objemu (Mašín, 2012).

Další vlastností extenzních asymptotických stavů, jak zmiňuje Mašín (2012), je, že tyto stavy jsou předpovídány většinou konstitučních modelů založených na mechanice kritických stavů, jako příklad uvádí hypoplastický model von Wolffersdorffa (1996), Modifikovaný Cam clay model (Roscoe a Burland, 1968) a hypoplastický model pro jíly (Mašín, 2005).

### 2.1.2.3 Asymptotická mezní plocha stavu

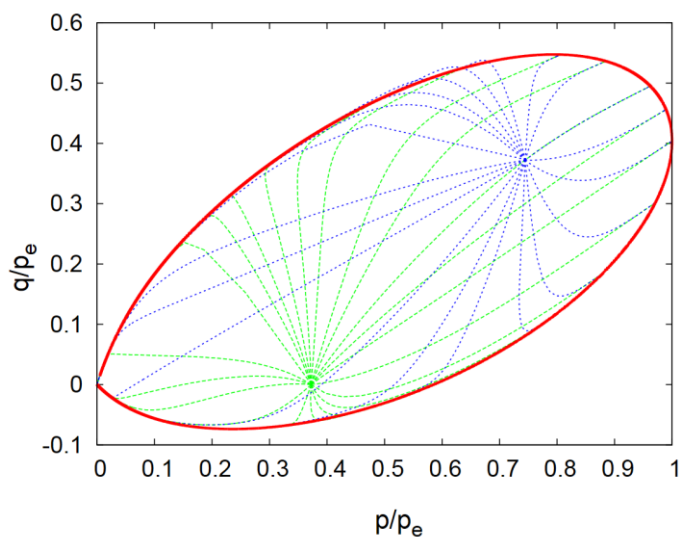
Nejdříve je třeba definovat mezní plochu stavů (state boundary surface - SBS), což je ohraničení všech přípustných stavů zeminy, tedy ohraničení všech stavů, kterých může zemina reálně dosáhnout v prostoru napětí a čísla pórovitosti (Mašín a Herle, 2005). První definice SBS je již z doby počátků mechaniky kritických stavů v Cambridge (Roscoe a Burland, 1968). Obecně je SBS definována jako čtyřrozměrná – tři hlavní napětí tenzoru napětí  $\mathbf{T}$  a čísla pórovitosti  $e$ . Pro axisymetrický stav se SBS zjednodušuje na trojrozměrnou a lze ji znázornit, viz Obr. 7.



Obr. 7: Mezní plocha stavů (state boundary surface - SBS) (Mašín, 2012).

Asymptotická mezní plocha stavů (asymptotic state boundary surface – ASBS) je definována jako obálka všech asymptotických stavů (Mašín a Herle, 2005).

Jak je zmíněno Mašínem a Herlem (2005), ASBS je blízkou aproximací SBS, ale obecně vzato nejsou totožné. Pro podrobnější popis rozdílů mezi SBS a ASBS odkazují čtenáře na článek Mašína a Herleho (2005).

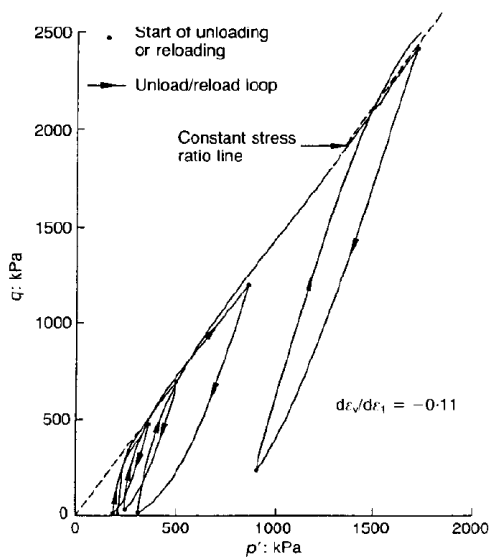


Obr. 8: Příklad znázorněné ASBS a SBS pro hypoplastický model s anizotropní mezní plochou stavů. Červeně je znázorněna SBS, modré a zelené dráhy napětí vedoucí z dvou různých počátečních stavů znázorňují ASBS. Je patrné, že dráhy napětí v horní části překračují SBS, neboť dráhy vedou do asymptotických stavů. (Jerman a Mašín, 2016).

Na Obr. 8 jsou znázorněny dráhy napětí, které vedou z dvou různých náhodně vybraných bodů (zelené a modré dráhy) a pro každou dráhu napětí platí, že má jinou hodnotu úhlu  $\psi_\varepsilon$ . Tyto dráhy vedou až do asymptotických stavů a dá se okolo nich tedy vytvořit pomyslná ASBS. Nicméně na obrázku také vidíme červenou čáru značící SBS. Z porovnání drah napětí a SBS je vidno, že SBS a ASBS jsou si velmi blízké, ale nejsou totožné (Jerman a Mašín, 2016).

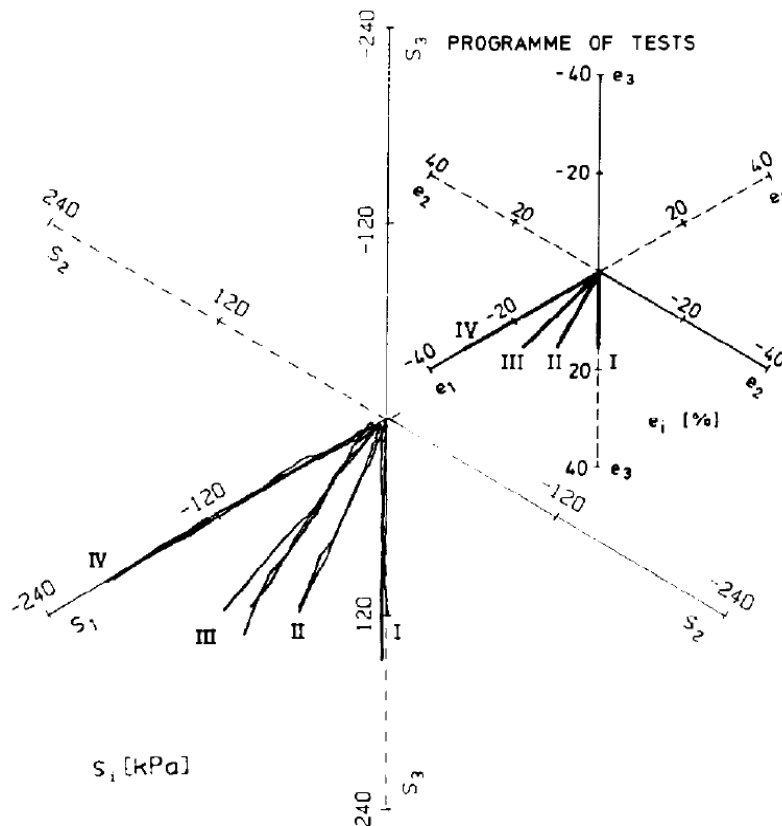
### 2.1.3 Experimenty prokazující asymptotické vlastnosti zemin

Asymptotické chování partikulárních látek je již po dlouhá léta předmětem experimentů. Zejména kompresní asymptotické stavy a kritické stavy byly již velmi dobře zdokumentovány a historie jejich výzkumu sahá ještě před vznik mechaniky kritických stavů v 60. letech 20. století, kdy byly tyto stavy spojeny v jeden koncept. Avšak studiem asymptotického chování jako takového, ne pouze jednotlivých asymptotických stavů, se poprvé zabývali až Chu a Lo (1994) a Goldscheider (1982), kteří provedli pravé a axisymetrické triaxiální zkoušky na písku s kontrolou přetvoření.



Obr. 9: Ukázka, že cycklické zatěžování nemá vliv na asymptotické chování písku (Chu a Lo, 1994).

Asymptotické chování bylo také experimentálně studováno na jemnozrnných zeminách, a to na jílech Topolnickim et al. (1990), který provedl zkoušky na rekonstituovaném kaolinu v pravém triaxiálním přístroji. Na Obr. 10 jsou v prostoru hlavních napětí a přetvoření ukázány dráhy napětí vedoucí do asymptotických stavů. Je jasně patrná souvislost směrů přetvoření a směrů napětí a skutečnost, že asymptotické dráhy napětí jsou závislé na předepsaných směrech přetvoření. Topolnicki et al. (1990) provedl další experimenty jako například ukázkou nezávislosti hodnoty úhlu  $\psi_\sigma$  na historii zatěžování. Na rozdíl od kompresních asymptotických stavů extenzní asymptotické stavy ještě nebyly experimentálně potvrzeny.

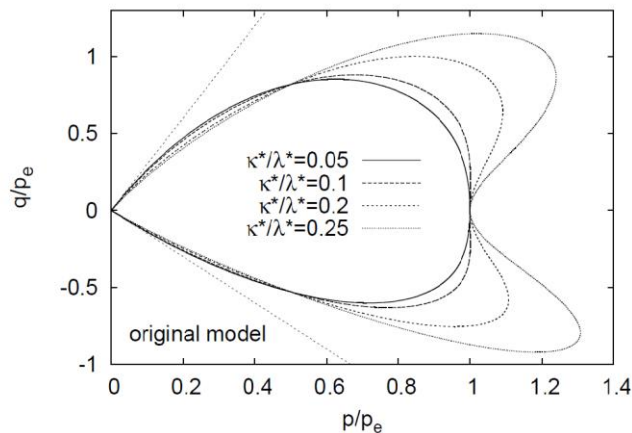


Obr. 10: Vztah směru napětí na směru přetvoření pro různé hodnoty Lodeho úhlu. Experimenty byly provedeny na rekonstituovaném kaolinu v pravém triaxiálním přístroji (Topolnicki et al., 1990).

Asymptotické stavy jsou začleněny ve valné většině konstitučních modelů zemin založených na mechanice kritických stavů, a to jak elastoplastických, tak hypoplastických modelech. Jako nejznámější případy lze uvést Modifikovaný model Cam jílu, což je elastoplastický model s izotropním zpevněním (Roscoe a Burland, 1968), hypoplastický model pro písek (von Wolffersdorf, 1996) a hypoplastický model pro jíly (Mašín, 2005) a další modely, které z nich vycházejí.

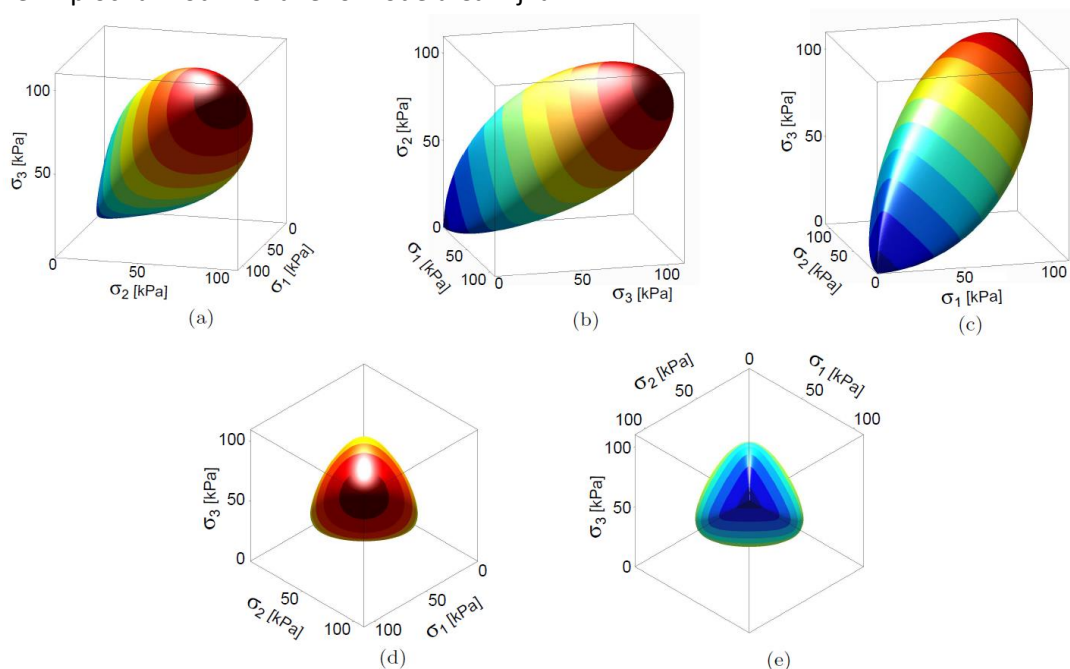
U Modifikovaného modelu Cam jílu lze ukázat, že zatěžování s konstantním směrem přetvoření (konstantní hodnota  $\psi_\epsilon$ ) je spojeno s jednoznačným přírůstkem přetvoření, kde tento přírůstek přetvoření stanovuje finální dosažený asymptotický stav. Model předpovídá pro každou hodnotu  $\psi_\sigma$  jednoznačnou čáru normálního stlačení pro snížení objemu, čáru normální extenze pro zvýšení objemu a čáru kritických stavů pro deformaci bez změny objemu. Tyto vlastnosti modelu jsou dále zděděny i více komplikovanými elastoplastickými modely založenými na stejném konceptu mechaniky kritických stavů.

Přestože hypoplastické modely neobsahují explicitně definovanou mezní plochu stavů, jsou schopné ji předpovídat jako vedlejší produkt formulace konstitučního modelu, což zjistili Mašín a Herle (2005). V jejich práci byly ukázány také určité nedostatky hypoplastického modelu pro jíly (Mašín, 2005), jako příklad lze uvést fakt, že jeho ASBS je závislá na kombinaci parametrů modelu a například pro vysoký poměr  $\kappa/\lambda$  model předpovídá nerealistický tvar ASBS – tato závislost tvaru ASBS na parametrech nemá žádný fyzikální podklad a je jen důsledkem formulace modelu (viz Obr. 11).



Obr. 11: Tvar ASBS předpovídáný originálním hypoplastickým modelem pro jílu (Mašín, 2005) pro různé poměry parametrů  $\kappa/\lambda$  (Mašín, 2013).

Tyto nedostatky ve formulaci modelu a jejich vliv na modelování asymptotického chování byly překlenuty formulací změněného hypoplastického modelu pro jílu Mašínem (2013), jeho mezní plocha stavu viz Obr. 12. Tento model dovoluje explicitní začlenění asymptotické mezní plochy stavů a asymptotického směru přetvoření do formulace modelu, a tedy eliminuje nedostatky předchozího modelu. Hlavní výhodou této formulace je možnost nezávislého vložení jednotlivých složek modelu. Tento fakt vedl Mašína (2013) k vytvoření hypoplastického ekvivalentu modelu Cam jílu, kdy do struktury hypoplastického modelu vložil mezní plochu Modifikovaného modelu Cam jílu.



Obr. 12: 3D zobrazení asymptotické mezní plochy stavů v prostoru hlavních napětí pro hodnotu  $\varphi_c = 25^\circ$ , model Mašína (2013). Pohled z různých směrů, změny barvy značí změny hodnoty středního napětí.

## 2.2 LODEHO ÚHEL

Jelikož jedním z cílů práce byla analýza výsledků simulací pro různé hodnoty Lodeho úhlu, je nutné představit, co zmiňovaný Lodeho úhel reprezentuje. Pro popis stavu napjatosti

v zemině se často používají tzv. invarianty napětí, což jsou taková napětí, jejichž hodnota je nezávislá na systému souřadnic a jsou výhodné pro grafické znázornění většiny laboratorních zkoušek (Nova, 2010).

Z invariantů tenzoru napjatosti se nejčastěji používá modifikovaný první invariant:

$$\bullet \quad p = -I_1/3 = -(T_{11} + T_{22} + T_{33})/3$$

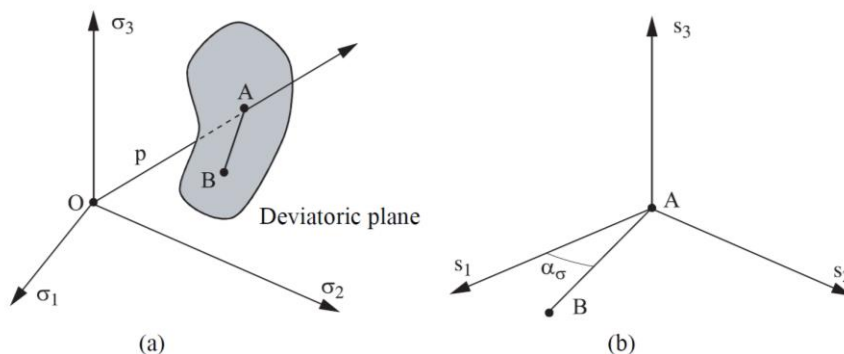
kde  $p$  je střední napětí. Druhým používaným invariantem napětí je druhý invariant deviátoru tenzoru napětí:

$$\bullet \quad q = \sqrt{3J_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(T_1 - T_2)^2 + (T_2 - T_3)^2 + (T_3 - T_1)^2}$$

kde  $q$  je deviátorové napětí. Třetí invariant napětí je popsán v deviátorové rovině, v níž je první invariant konstantní. V deviátorové rovině se definuje Lodeho úhel takto:

$$\bullet \quad \cos 3\alpha = -\frac{J_3}{2} \left(\frac{3}{J_2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

kde  $J_3$  je třetí invariant deviátoru tenzoru napětí. Poloha bodu v prostoru hlavních napětí je tedy plně popsána těmito třemi invarianty napětí:  $p$ ,  $q$ ,  $\alpha$ . Lodeho úhel je používán pro popis napětí mimo axisymetrické podmínky. Invarianty napětí jsou graficky znázorněny na Obr. 13. Pro podrobnější vysvětlení těchto termínů je čtenář odkázán například na knihu Nova (2012).



Obr. 13: Zobrazení invariantů napětí v: a) prostoru hlavních napětí; b) v deviátorové rovině (Nova, 2012).

Další variantou popisu stavu napjatosti je nahrazení Lodeho úhlu parametrem  $b$ , který je definovaný takto:

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{2tg \alpha}{\sqrt{3} + tg \alpha}$$

Parametr  $b$  tedy slouží také k popisu stavu napjatosti v deviátorové rovině.

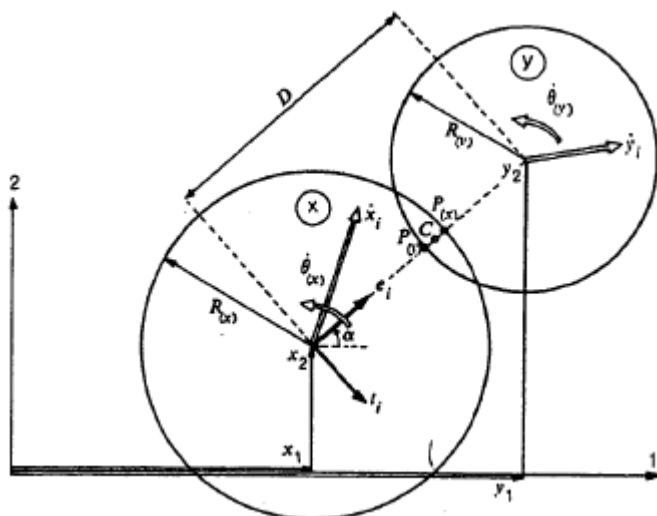
### 3 DEM MODEL

Vzhledem k tomu, že tato diplomová práce je založena na simulacích provedených metodou oddělených prvků, bude v této kapitole práce popsána základní teorie metody oddělených prvků (*discrete element method - DEM*). Dále bude následovat popis modelu, kdy bude nejdříve popsán původní model, z kterého tato práce vychází a který byl vyvinut v práci Mašína (2012) a dále používán v práci Jermana (2013), poté bude vysvětleno, jaké bylo nutné provést změny modelu pro účely mé diplomové práce a jakými parametry jsou výsledky modelu ovlivněny. V závěrečné části kapitoly budou krátce prezentovány výsledky Mašína (2012) a Jermana (2013), ze kterých tato práce vychází a na které tematicky navazuje.

#### 3.1 METODA ODDĚLENÝCH PRVKŮ

Metoda oddělených prvků je numerický model, který je schopný popisovat mechanické chování shluků disků a koulí. Zemina tedy není uvažována jako kontinuum a použití této metody dovoluje partikulární charakter geotechnických materiálů. Při simulacích metodou oddělených prvků dochází k posunu jednotlivých částic nezávisle na sobě a k interakci mezi nimi dochází pouze na bodech dotyku mezi jednotlivými částicemi. Tato metoda je založena na explicitním numerickém systému, v kterém je interakce mezi částicemi modelována na všech jednotlivých kontaktech a pohyb částic je modelován pro všechny jednotlivé částice (Cundall a Strack, 1979).

Použití metody oddělených prvků pro zeminy vzniklo díky tomu, že interpretace laboratorních testů partikulárních látek, jako například písek, je složitá kvůli nemožnosti pozorování a měření napětí uvnitř vzorku – napětí je nutné určovat ze známých okrajových podmínek experimentů. Zpočátku byla metoda oddělených prvků používána pouze pro hypotetické zeminy složené z ideálně tvarovaných, převážně kulových, částic. Avšak se zlepšením výpočetních kapacit již dnes dochází k modelování reálných zemín, kdy je možné porovnávat výsledky z metody oddělených prvků s výsledky experimentů, kdy je do struktury zeminy nahlíženo pomocí rentgenové tomografie (Kawamoto et al, 2016).



Obr. 14: Druhý Newtonův zákon aplikovaný na částice simulované metodou oddělených prvků (Cundall a Strack, 1979).

---

Algoritmus definující průběh simulací v metodě oddělených prvků probíhá ve dvou fázích:

- 1) Na základě konstitučních předpisů jsou vypočítány interakční síly mezi jednotlivými částicemi, částicím je dovoleno se překrývat, což nahrazuje povrchovou deformaci jednotlivých částic;
- 2) Je použit druhý Newtonův zákon, který na základě interakčních sil určuje pro každý prvek výsledné zrychlení, které je pro nalezení nové pozice integrováno podle času.

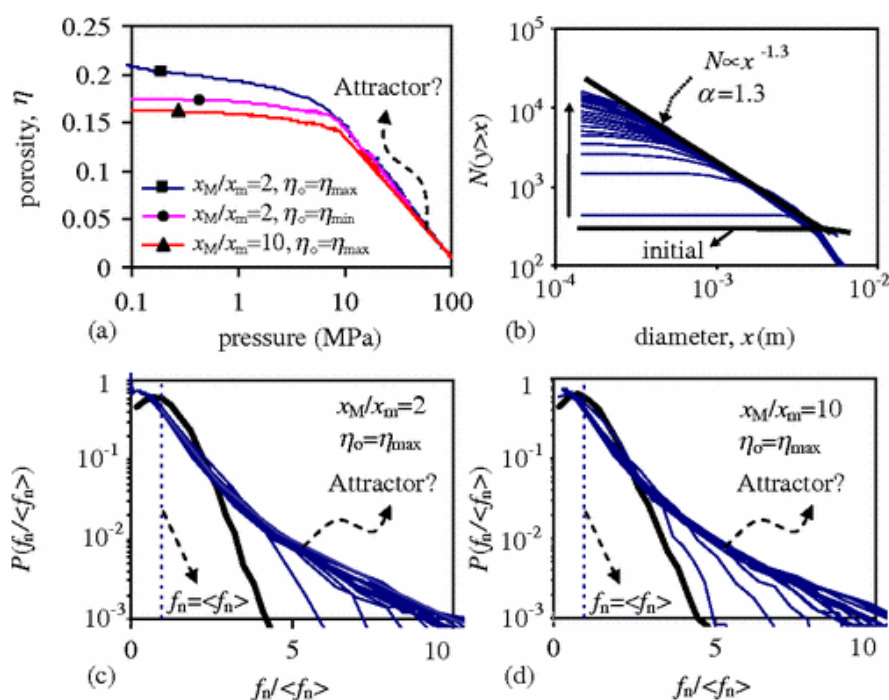
Toto se opakuje, dokud není simulace dokončena. Tento algoritmus metody oddělených vyvinul Cundall a Strack (1979). Aplikace druhého Newtonova zákona je znázorněna na Obr. 14. Pro bližší matematický popis konstrukce algoritmu použitého v metodě oddělených prvků odkazují čtenáře na práci Cundalla a Stracka (1979).

### **3.1.1 Modelování asymptotických stavů pomocí DEM**

Metoda oddělených prvků byla rovněž použita řadou autorů ke studiu asymptotického chování. Nicméně, jako v případě experimentů, se ve valné většině případů jednalo pouze o studium jednotlivých asymptotických stavů, kdy například existence kritického stavu byla prokázána mnoha autory (Peňa et al., 2005; Cheng et al., 2004 a dalšími). Cheng et al. (2004) se věnoval studiu asymptotických stavů obecněji a pomocí jedné sady parametrů byl schopen předpovědět jak čáru normálního stlačení, tak čáru kritických stavů. Dále například Wang et al. (2011) ukázali, že je hodnota úhlu vnitřního tření v kritickém stavu závislá na tvaru jednotlivých částic. Příklad modelování asymptotických stavů pomocí metody oddělených prvků je znázorněn na Obr. 15.

Podstatnou skutečností pro moji diplomovou práci je tvrzení mnoha autorů (Peňa et al., 2005; Cheng et al., 2004; McDowell a Bolton, 1998; Ben-Nun et al., 2010 a další), že existence asymptotických stavů je podmíněná drcením zrn. Toto souvisí s další hypotézou, že modelování čáry normálního stlačení při simulacích metodou oddělených prvků je podmíněno také drcením jednotlivých zrn (Cheng et al., 2004; Ben-Nun et al., 2010; McDowell et al., 2002).





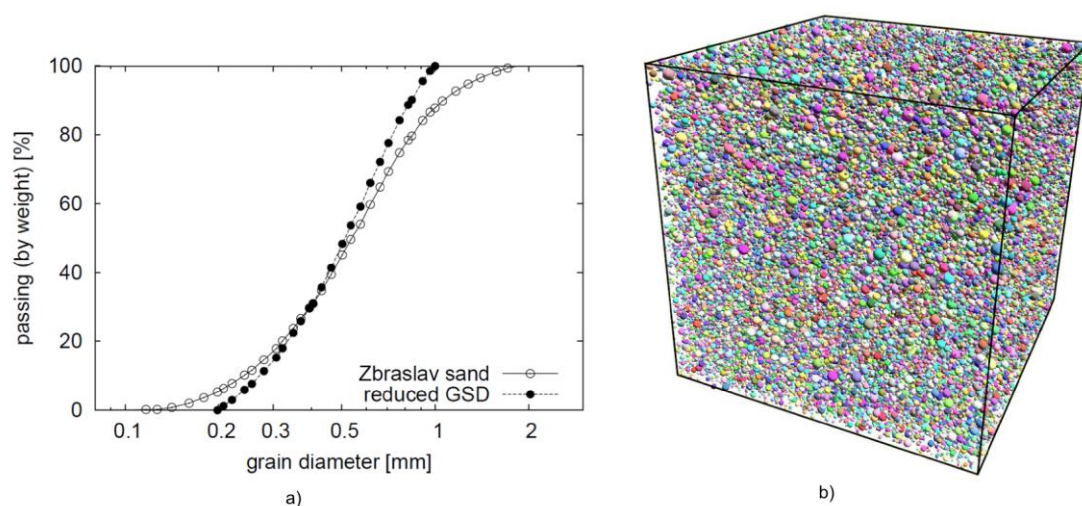
Obr. 15: Ukázka asymptotického chování simulovaného metodou oddělených prvků (Ben-Nun et al., 2010).

### 3.2 POPIS MODELU – PŮVODNÍ MODEL

Jak již bylo zmíněno, výzkum provedený v této diplomové práci byl podnícen výsledky práce Mašina (2012) a bakalářské práce Jermana (2013), jejichž podrobnější vysvětlení a návaznost na tuto práci bude popsána v kapitole 3.3. Vzhledem k tomu, že pro simulace byla ve všech případech použita metoda oddělených prvků a tematika je velmi úzce spojena, základní struktura zůstává pro všechny tři práce stejná. Níže je tedy popsán původní model vytvořený Mašínem (2012). Změny, které bylo nutné pro vytvoření této práce provést jsou popsány v kapitole 3.4.

Pro vytvoření částic a pro provedení simulací byl použit *open source* software Yade (Šmilauer et al., 2010), jenž používá formulaci metody oddělených prvků převzatou z práce Cundalla a Stracka (1979). Použitelnost tohoto programu byla již dříve potvrzena Chenem et al. (2007), kdy došlo k porovnání výsledků s komerčně dostupným a běžně používaným softwarem PFC a bylo dosaženo srovnatelných výsledků.

Model byl vytvořen ze 150 000 elastických kulových částic. Při jejich generování byla použita křivka zrnitosti reálného Zbraslavského písku s tím, že byla odebrána zrna větší než 1mm a menší než 0,2mm.



Obr. 16: a) Originální křivka zrnitosti Zbraslavského písku společně s křivkou, kde byl odebrán písek s průměrem větším než 1mm a menším než 0,2 mm. b) Ukázka vygenerovaného vzorku se 150 000 částicemi (Mašína, 2012).

Modelovaná krychle dosahovala velikosti 31mm. Pro vyloučení vlivu okrajových podmínek byly aplikovány periodické okrajové podmínky – vlastní modelovaná buňka byla tedy po všech stranách obklopena identickými buňkami. Pro všechny simulace byl použit týž vzorek, který byl vygenerován pouze jednou na počátku, nicméně předem bylo otestováno, že simulace vykazují stejné výsledky i pro další náhodně vygenerované vzorky se stejnou křivkou zrnitosti. Pro detailnější popis odkazují čtenáře na původní článek Mašína (2012).

Parametry použité ve všech simulacích, jak v této práci, tak v práci Mašína (2012) a Jermana (2013) jsou následující:

Tabulka 1: Základní parametry použité ve všech simulacích (Mašína, 2012).

Youngův modul	500	MPa
Poissonovo číslo	0,3	-
Úhel vnitřního tření	0,5	rad
Koeficient tření	0,546	-
Hustota částic	2650	Kg/m <sup>3</sup>

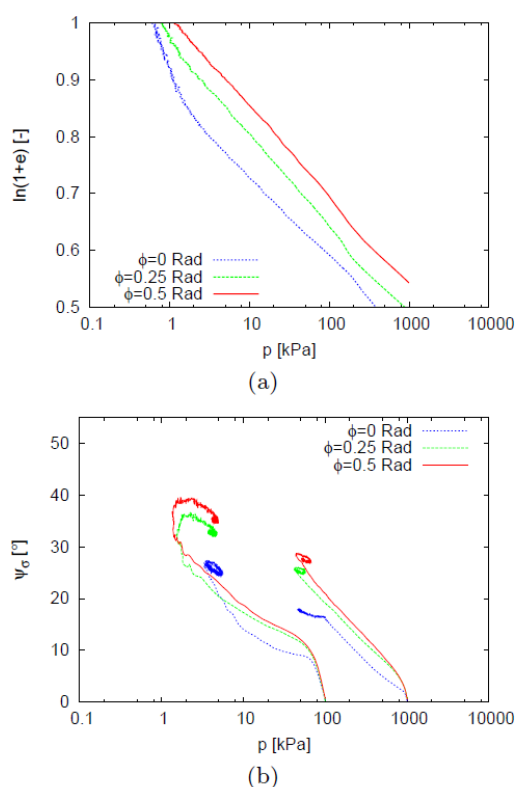
Pro popis chování jednotlivých kontaktů byl použit jednoduchý lineárně elastický – dokonale plastický model bez soudržnosti podle Cundalla a Stracka (1979).

### 3.2.1 Vliv změny parametrů na výsledky modelu

Prvním krokem v práci Mašína (2012) bylo ověření, že změny jednotlivých parametrů neovlivňují kvalitativně výsledky modelu. Zde jsou stručně popsány jednotlivé testované parametry, kdy pro bližší studium opět odkazují čtenáře na práci Mašína (2012), zde jsou jen shrnuty základní informace.

### Koeficient tření

Na simulacích s izotropním zatěžováním a vedoucích do kritického stavu bylo ukázáno, že výsledky jsou kvalitativně shodné, ať je úhel vnitřního tření definován jako 0 radiánu, tak jako 0,5 radiánu. Porovnání výsledků je ukázáno na Obr. 17.



Obr. 17: Vliv hodnoty úhlu vnitřního tření na výsledky simulací: a) izotropní zatěžování; b) dráhy vedoucí do kritického stavu (Mašín, 2012).

### Tlumení

V modelu bylo použito tlumení, kdy bylo opět Mašínem (2012) ukázáno, že velikost tlumení ovlivňuje výsledky pouze kvantitativně, ne však kvalitativně, pokud se tlumení nesníží na velmi nízké hodnoty.

### Tenzor rychlosti deformace

Mašín (2012) také posuzoval vliv rychlosti zatěžování na výsledky simulací pomocí tenzoru rychlosti deformace  $\mathbf{D}$  (rate of deformation tensor), kde z definice tohoto tenzoru vyplývá, že byly zanedbány rotace.

Periodické okraje buněk byly podrobeny konstantnímu gradientu rychlosti (velocity gradient  $\mathbf{L}$ ). Tenzor  $\mathbf{D}$  je definován následujícím způsobem v rovnici:

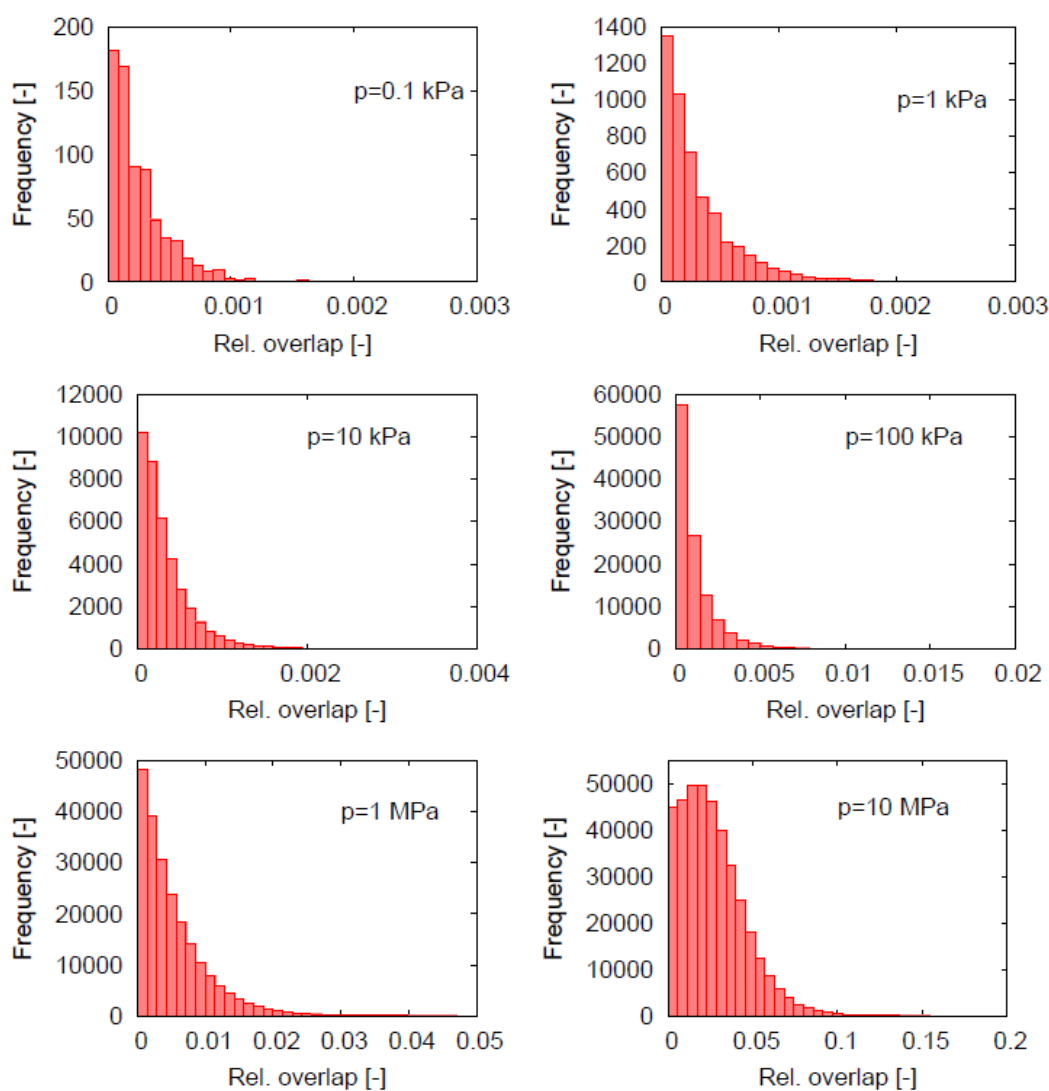
$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (2)$$

Kde  $L$  je gradient rychlosti a exponent  $T$  značí transponovaný tenzor. Z výše uvedeného tedy plyne, že i tenzor  $D$  byl konstantní.

Výsledky Mašína (2012) ukázaly pro testované rychlosti zatěžování s konstantní hodnotou Euklidovské normy tenzoru kvalitativně shodné výsledky lišící se pouze kvantitativně. Tyto výsledky budou podrobně rozebrány v následujících kapitolách 3.3 a 3.4.

### **Překrývání částic**

Překrývání jednotlivých částic mezi sebou bylo úmyslně zakomponováno v modelu, kde překryvy okrajů částic simulují deformaci povrchových partií těchto částic. Na následujícím Obr. 18 jsou znázorněny výsledky studie, kde je pro různá napětí znázorněno a kvantitativně zhodnoceno překrývání částic. Těchto napětí bylo dosaženo pomocí izotropního zatěžování vzorku.



Obr. 18: Znázornění vlivu hodnoty středního napětí na překrývání částic (Mašín, 2012).

Mašín (2012) z výsledků usuzuje, že již při napětí 1MPa, kdy maximum překryvu částic dosahuje až 2%, je dosaženo přibližného limitu přesnosti výsledků pro dané simulace. Pro napětí 10 MPa je již překryv až 10% a pro tato napětí již tedy není možné považovat výsledky

---

za spolehlivé a výsledky simulací jsou natolik ovlivněny překryvem částic, že je nelze brát v potaz.

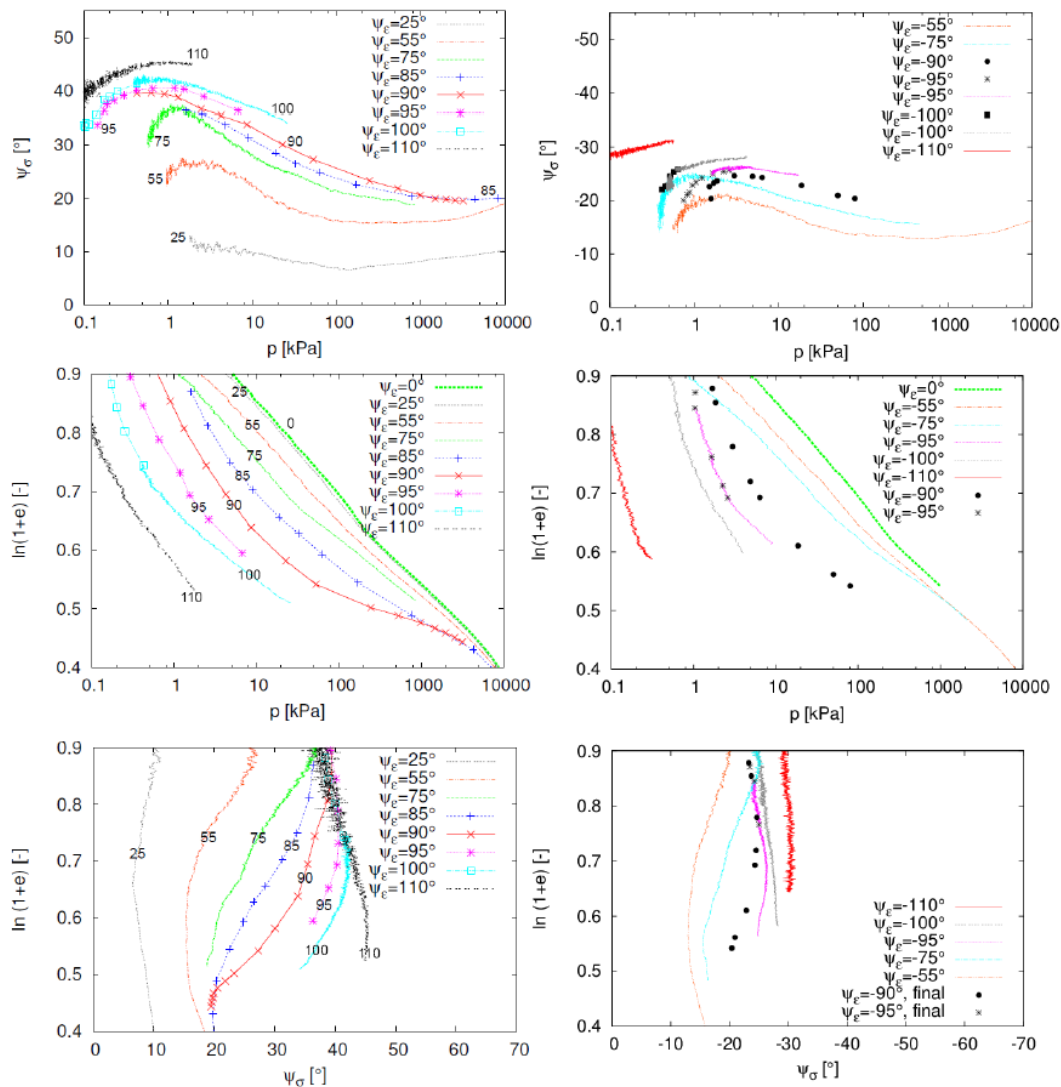
### 3.3 PŘEDCHOZÍ VÝSLEDKY MODELU

Pro pochopení cílů mé diplomové práce je nyní nutné shrnout a vysvětlit výsledky Mašina (2012) a Jermana (2013), jejichž vyhodnocení vedlo k vytvoření tématu mé diplomové práce.

Shrnutí výsledků práce Mašina (2012) je následující:

- Potvrdil existenci asymptotických stavů v kompresi a v extenzi a ukázal, že výsledky nejsou kvalitativně závislé na hodnotách parametrů – simulace předpovídají asymptotické stavy pro všechny realistické volby parametrů.
- Studii překrývání částic ukázal, že výsledky přestávají být realistické pro hodnoty napětí vyšší než 1MPa.
- Asymptotických stavů bylo dosaženo, přestože částice byly elastické, kulové a tedy nemohlo docházet k drcení zrn.
- Dalším velmi důležitým výstupem bylo, že výsledky simulací ukazovaly, že úhel  $\psi_\sigma$  (a tedy i úhel vnitřního tření v kritickém stavu) je závislý na středním napětí.

Poslední dva výstupy nebyly ve shodě s dalšími autory. Zprvu, je obecně přijímáno, že především pro reálné předpovědi čáry normálního stlačení je nutné simulovat též drcení zrn (Cheng et al., 2004; Ben-Nun et al., 2010; McDowell et al., 2002). Zadruhé, úhel vnitřního tření v kritickém stavu je závislý na stavu zeminy - na hodnotě středního napětí a čísla pórovitosti, je v rozporu v obecně přijímanou teorií mechaniky zemin a mechaniky kritických stavů, kdy úhel vnitřního tření v kritickém je považován za materiálový parametr, který je neměnný (Schofield a Wroth, 1968).



Obr. 19: Výsledky Mašína (2012) vlevo a Jermana (2013) vpravo, kompresní a extenzní asymptotické stavy. Mašín (2012) prováděl testy pro triaxiální kompresi, Jerman (2013) pro triaxiální extenzi, jak je patrné z hodnot úhlu  $\psi_\epsilon$ . Na obrázcích je jasně patrná závislost úhlu  $\psi_\sigma$  na středním napětí (Jerman, 2013).

Výsledky Mašína (2012) a Jermana (2013) jsou zobrazeny na Obr. 19, kde jsou ukázány výsledky v triaxiální kompresi Mašína (2012) a v triaxiální extenzi Jermana (2013). Pro oba případy byly simulovány jak kompresní, tak extenzní asymptotické stavy. Z výsledků, například na horních obrázcích, je jasně patrná závislost  $\psi_\sigma$  (tedy  $\varphi_{cr}$ ) na hodnotě středního napětí.

### 3.4 ZMĚNY MODELU A VLIV NASTAVENÍ MODELU NA VÝSLEDKY SIMULACÍ

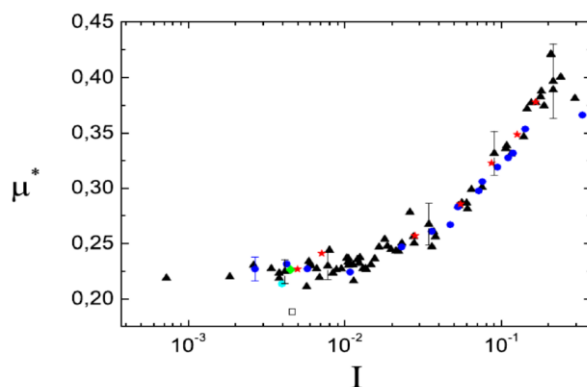
Při vyhodnocování výsledků Mašín (2012) ukázal, že závislost  $\psi_\sigma$  (tedy  $\varphi_{cr}$ ) na hodnotě středního napětí by mohla být způsobena příliš vysokou rychlostí zatěžování. Neboť Mašín (2012) provedl všechny simulace se 150 000 částicemi, kdy toto vysoké množství použil, aby zajistil dostatečnou přesnost výsledků. Vysoký počet částic vedl k tomu, že simulace trvaly poměrně dlouhou dobu, kdy nebylo možné výrazněji ovlivňovat rychlost zatěžování (tedy Euklidovské normy tenzoru  $\mathbf{D}$ ).

### 3.4.1 Inertial number

Mašín (2012) při vyhodnocování výsledků podotkl, že vliv rychlosti zatěžování je možné studovat pomocí bezrozměrně proměnné nazvané „inertial number“  $I$ , která je definována Jopem et al. (2006) takto:

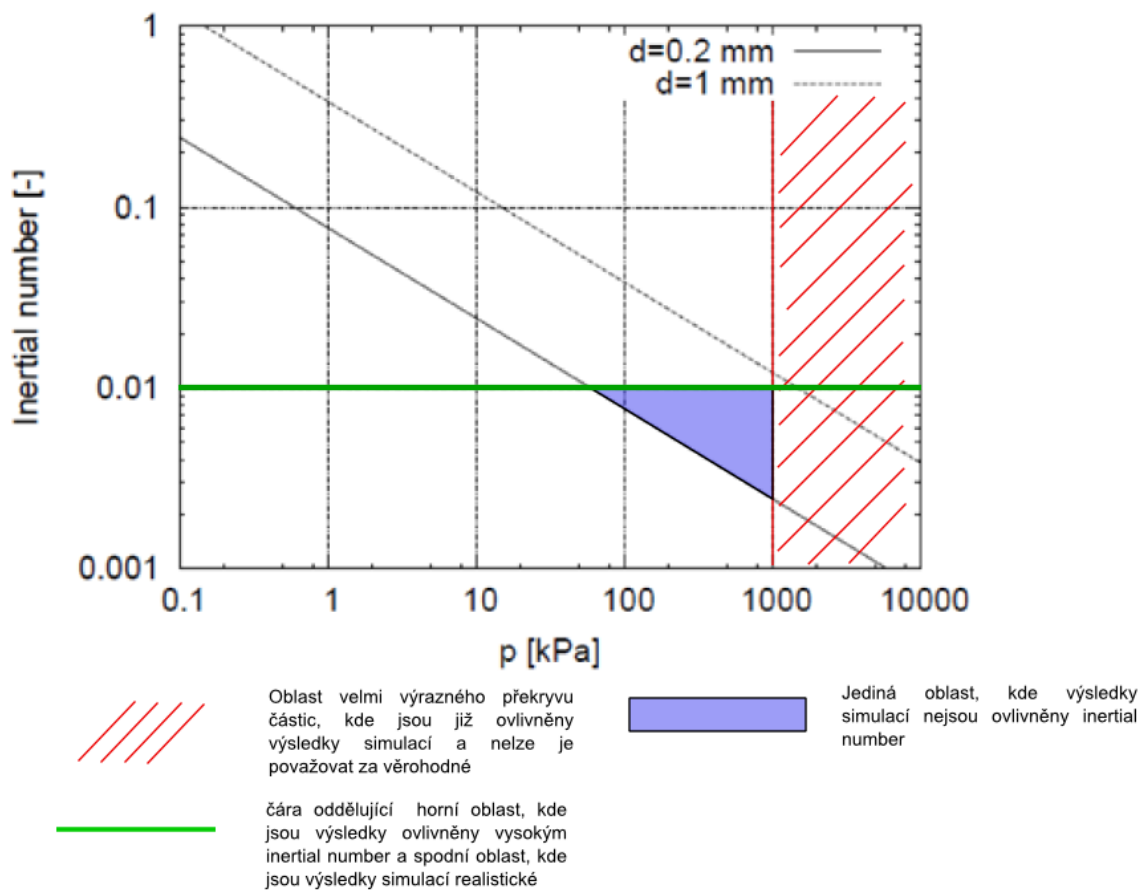
$$I = \|\mathbf{D}\|d \sqrt{\frac{2\rho_s}{p}} \quad (3)$$

Kde  $\|\mathbf{D}\|$  je Euklidovská norma tenzoru rychlosti deformace, který je definovaný v kapitole 3.2.1.  $d$  je poloměr částic,  $\rho_s$  je hustota částic a  $p$  je střední napětí. V původních simulacích provedených Mašínem (2012) byla hodnota *inertial number* poměrně vysoká a na Obr. 20 jsou znázorněny hodnoty *inertial number* pro různé hodnoty napětí, které byly použity v pracích Mašína (2012) a Jermana (2013).



Obr. 20: Závislost koeficientu tření na inertial number. Koeficient tření se stává nezávislým na inertial number pro přibližně  $I < 0.01$  (da Cruz et al., 2005).

Z literatury (da Cruz et al., 2005; Hatano, 2010) bylo zjištěno, že koeficient tření  $\mu$  přestává být závislý na  $I$  pro hodnoty  $I$  přibližně nižší než 0,01 a pro hodnoty vyšší než 0,01 koeficient tření roste s rostoucím *inertial number*. Jako příklad uvádím výsledky da Cruze et al. (2005) na Obr. 20, kde jsou vztaženy hodnoty *inertial number* k hodnotám koeficientu tření a kde je patrné, že koeficient tření přestává být závislý na *inertial number* pro  $I < 0.01$ . Z Obr. 21 je patrné, že pokud hledáme hodnoty *inertial number* nižší než 0,01, jsou pro nejmenší částice výsledky realistické již od středního napětí 100kPa, ale pro největší částice až nad přibližně 1000kPa. Pokud spojíme tyto výsledky s Obr. 18, z kterého Mašín (2012) usuzuje, že výsledky simulací jsou realistické pouze pro napětí přibližně do 1000kPa, vyjde nám, že simulace Mašína (2012) a Jermana (2013) byly téměř pro celý obor napětí ovlivněny buď moc vysokou rychlostí zatěžování, nebo moc vysokým napětím a tedy překryvem částic. Červeně je vyznačena oblast vysokých překryvů částic, kde bychom neměli brát výsledky v potaz. Modrá barva výplně značí prostor, kde výsledky nejsou ovlivněny *inertial number*. Avšak i u této oblasti je předpoklad, že nebude vykazovat požadované výsledky, neboť největší částice se do této oblasti vůbec nedostávají a relevantní výsledky by poskytoval pouze pro nejmenší průměry částic okolo 0,2mm.

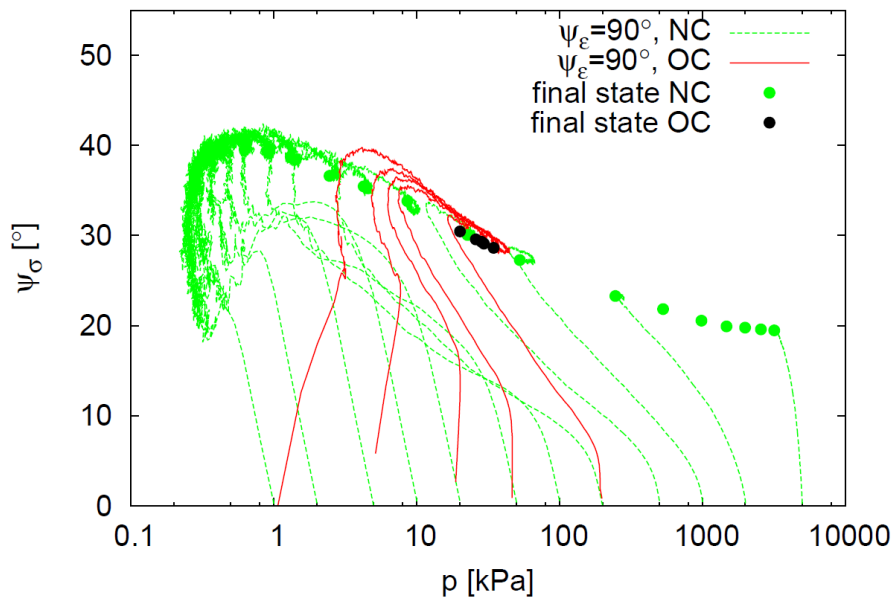


Obr. 21: Znázornění analýzy simulací Mašina (2012). Zelenou čarou oddělena horní oblast, kde jsou výsledky ovlivněny inertial number, a spodní oblast, kde by výsledky měly být relevantní. Červeně je zobrazena oblast vysokých překryvů částic, kterou Mašín (2012) považuje za nerelevantní. Modrou barvou je znázorněn prostor, kde výsledky nejsou ovlivněny ani inertial number, ani překryvem částic.

Z analýzy výše uvedené rovnice definující *inertial number* lze vyčíst, že hodnota  $d$  leží v neměnném intervalu, neboť ve všech analýzách je použit stejný model Zbraslavského písku o velikosti zrn 0,2 až 1,0mm. Taktéž hustota částic je konstantní. Z výše uvedeného tedy plyne, že hodnoty *inertial number* je možné snížit pouze změnou středního napětí (kdy pro vyšší napětí se snižuje hodnota *inertial number* a posunuje se tedy do žádoucích hodnot) nebo změnou  $||D||$ . Střední napětí není možné měnit výrazně nad 1000 kPa, neboť překryv částic už je zde výrazný a výsledky nejsou relevantní. Z tohoto plyne, že aby se snížila hodnota *inertial number* na požadované hodnoty, je nutné snížit  $||D||$ .

Na Obr. 22 jsou ukázány výsledky Mašina (2012) pro testy vedoucí do kritického stavu. Asymptotické stavy (popsáno jako „final state NC, OC“) ukazují různé hodnoty úhlu  $\psi_{\sigma}$  (tedy  $\varphi_{cr}$ ). Po analýze souvislosti *inertial number* se středním napětím pro konkrétní případ hodnot  $||D||$  lze říci, že celý prostor napětí je ovlivněn vysokou hodnotou *inertial number*. Jak střední napětí roste, tak vliv *inertial number* klesá, neboť se blíží k požadované hodnotě 0,01. Pro napětí nad 1000 kPa by měl být vliv *inertial number* zanedbatelný a úhel je téměř konstantní. Zde je však interpretace výsledků nejasná, neboť překryv částic je již výrazný. Z této analýzy vlivu *inertial number* tedy plyne, že je nutné provést simulace s nízkou hodnotou  $||D||$ , kde by poté bylo možné zjistit, jaké výsledky přinesou simulace neovlivněné ostatními vlivy jako je překryv částic a *inertial number*.

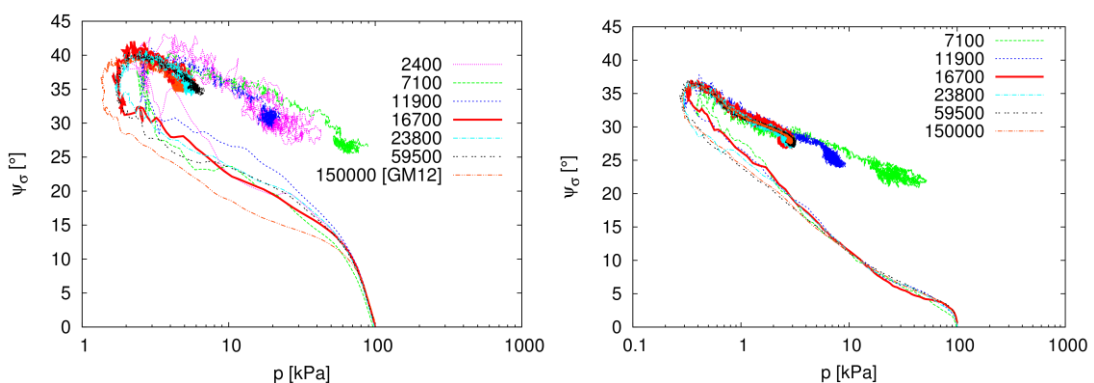




Obr. 22: Výsledky Mašína (2012) pro testy vedoucí do kritického stavu. Asymptotické stavy ukazují různé hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu.

Jak již bylo zmíněno, simulace Mašína (2012) obsahovaly velmi vysoký počet částic – 150 000. Už jen tento fakt vedl k tomu, že simulace byly poměrně náročné na výpočetní kapacity a vzhledem k tomu, že jako jeden z cílů mé diplomové práce jsem zvolil analýzu vlivu rychlosti zatěžování na výsledky simulací (kdy bylo nutné simulace „zpomalit“ pro získání požadovaných hodnot *inertial number*), bylo nutné provést citlivostní analýzu a nalézt vhodný počet částic, pro které budou ještě simulace vykazovat shodné výsledky se vzorky s většími počty částic.

Výsledky analýzy jsou znázorněny na Obr. 23 pro dvě různé hodnoty  $||D||$ , kde první je rychlost, která byla použita Mašínem (2012) a Jermanem (2013) a druhá je nižší rychlost podobná rychlostem, které byly použity v hlavní části této práce. Všechny simulace byly provedeny s  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$ , tedy do kritického stavu. [GM12] značí simulace se stejnými parametry, jako používal Mašín (2012), v tomto případě 150 000 částic a rychlost zatěžování  $334 \text{ s}^{-1}$ . Analýza byla provedena pro více velikostí vzorků, které však pro přehlednost nejsou všechny zobrazeny na Obr. 23.



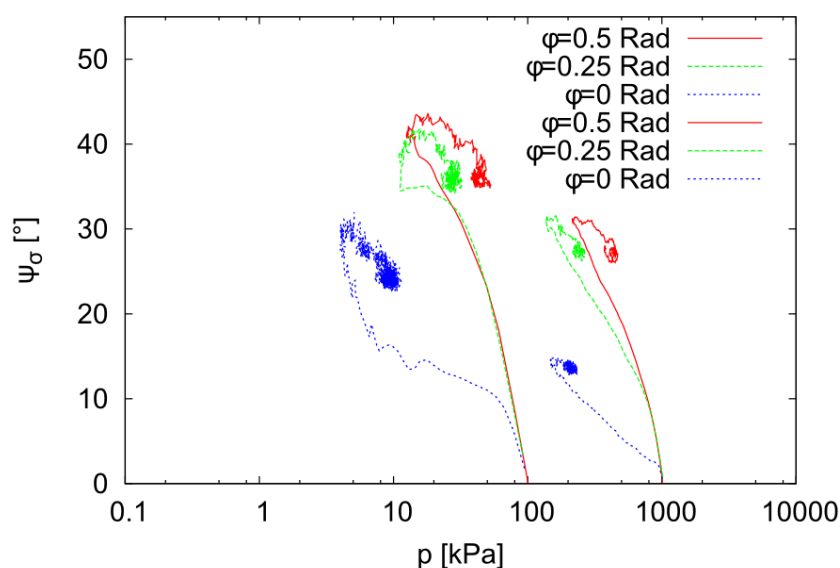
Obr. 23: Citlivostní analýza vlivu počtu částic na výsledky simulací. Všechny simulace provedeny pro  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$  (kritický stav). Vlevo rychlost zatěžování  $334 \text{ s}^{-1}$ , vpravo  $33,4 \text{ s}^{-1}$ . [GM12] značí simulace se stejnými parametry, jako používal Mašín (2012).

Výsledky ukázaly výraznou změnu v chování u vzorků menších než 16 700 částic. Z toho plyne, že výsledky simulací pro všechny testy s 16 700 a více částicemi dosahovaly stejných asymptotických stavů, kterých dospěly po přibližně stejných drahách. Po analýze těchto výsledků jsem se rozhodl pro hodnotu 16 700 částic ve vzorku, tento vzorek byl posléze použit ve všech simulacích v mé diplomové práci.

### 3.4.2 Změna rychlosti zatěžování

Po nalezení nejnižšího počtu částic, který ještě neovlivňoval výsledky, bylo možné přejít ke změně rychlosti zatěžování. Rychlost zatěžování (přesněji Euklidovská norma tenzoru rychlosti deformace  $\mathbf{D}$ ) byla pro všechny simulace konstantní, měnila se pouze její hodnota, a to od  $1670 \text{ s}^{-1}$  až k  $0,33 \text{ s}^{-1}$ . Jako příklad náročnosti na výpočetní techniku uvedu příklad, že provedení simulace s  $||\mathbf{D}||=0,33 \text{ s}^{-1}$  trvalo celé 3 týdny, a to v tomto případě bylo modelováno jen izotropní stlačování po čáře normálního stlačení a byl použit nejmenší vzorek s 16 700 částicemi.

Když bylo možné měnit rychlost zatěžování a provádět experimenty s nižšími hodnotami  $||\mathbf{D}||$ , provedl jsem další citlivostní analýzu pro nižší rychlosti zatěžování, tak jak bylo popsáno v kapitole 3.2.1. Jako příklad takové analýzy uvádím Obr. 24, kde je zobrazen vliv tření na výsledky experimentů, kde se ukázalo, že jako v práci Mašína (2012) výsledky se změnily pouze kvantitativně. Celkově bylo dosaženo stejných výsledků jako v kapitole 3.2.1, jen nebyl testován vliv rychlosti zatěžování, neboť ten byl tématem mnohem podrobnějšího výzkumu.



Obr. 24: Analýza vlivu změny úhlu vnitřního tření na výsledky simulací, testy byly provedeny s  $\psi\varepsilon = 90^\circ$  a pro nižší rychlost zatěžování.

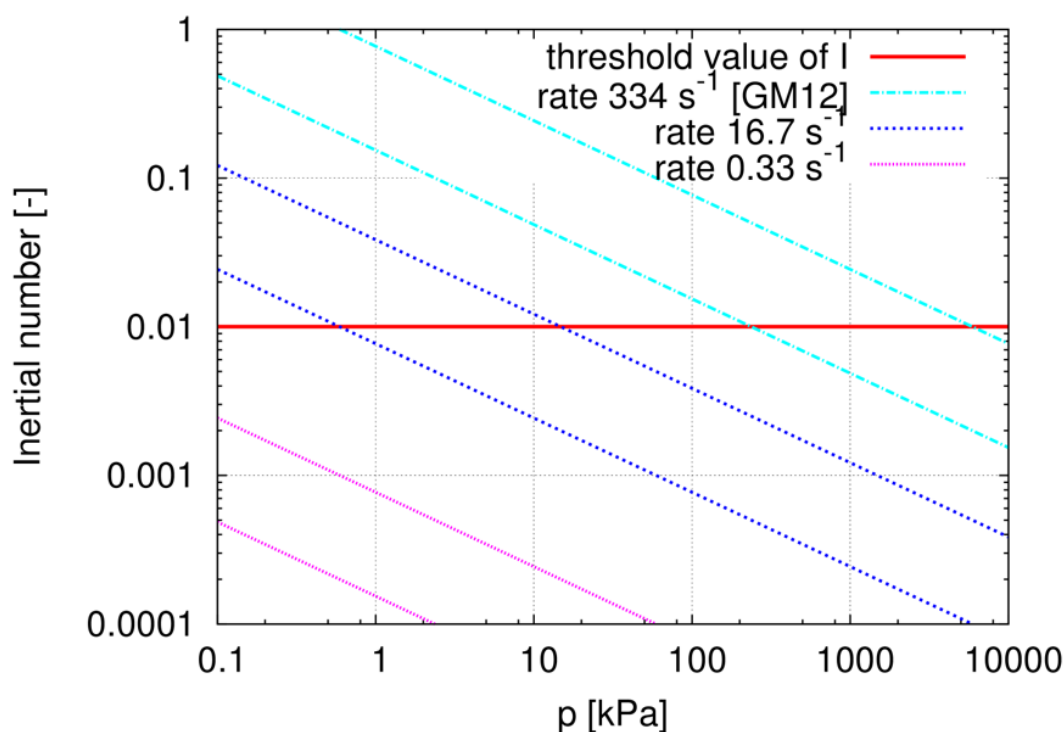
## 4 VÝSLEDKY DEM MODELU

Tato kapitola popisuje hlavní výsledky simulací provedených pro mou diplomovou práci po tom, co byly provedeny změny v původním modelu vytvořeném Mašínem (2012). Tyto změny a důvody k nim byly popsány v předchozích kapitolách 3.3 a 3.4 a předcházely vlastním simulacím. Výsledky zde prezentované byly již publikovány, viz Mašín a Jerman (2016).

### 4.1 VLIV RYCHLOSTI ZATĚŽOVÁNÍ NA PŘEDPOVĚDI MODELU

Primárním cílem bylo určení vlivu rychlosti zatěžování na simulace provedené metodou oddělených prvků, a tedy vyvrácení či potvrzení výsledků prezentovaných převážně Mašínem (2012) a posléze Jermanem (2013), z nichž vyplývala závislost úhlu vnitřního tření v kritickém stavu ( $\varphi_{cr}$ ) na středním napětí.

Jak bylo popsáno výše, po analýze předchozích výsledků jsem se rozhodl pro snížení Euklidovské normy tenzoru rychlosti deformace  $||\mathbf{D}||$  na nižší hodnoty než jaké byly použity Mašínem (2012).



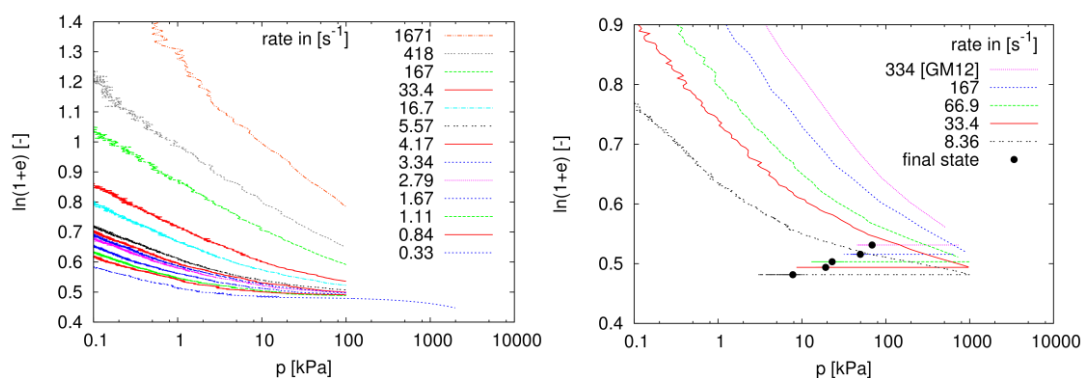
Obr. 25: Porovnání hodnot inertial number se středním napětím. Zobrazeno pro 3 použité rychlosti deformace – nejvyšší rychlost je rychlost použitá Mašínem (2012) – [GM12], další dvě jsou rychlosti výrazně nižší. Pro každou rychlost jsou znázorněny dvě přímky ohraničující interval platný pro jednotlivé simulace. Horní hranice platí pro největší zrna a spodní hranice pro zrna nejmenší, všechna ostatní leží mezi nimi. Přesná pozice v grafu záleží na aktuálním středním napětí během simulace. Červenou čarou je znázorněna limitní hodnota  $I=0,01$ .

Snížení rychlosti deformace je znázorněno na Obr. 25, kde jsou zobrazeny 3 různé rychlosti deformace uvedené v hodnotách  $||\mathbf{D}||$ . Nejvýše ležící křivka (světle modrá) je pro rychlost použitou Mašínem (2012) s popiskem [GM12], tmavě modrá a růžová znázorňují nižší rychlosti, které byly používány při vlastních simulacích. Rychlost  $||\mathbf{D}|| = 0,33 \text{ s}^{-1}$  je nejnižší použitou rychlostí při simulacích a bylo možné ji použít z časových důvodů pouze pro několik

vybraných simulací trvajících několik týdnů. Pro dokreslení je též zobrazena limitní hodnota *inertial number*  $I=0,01$ . Pro každou rychlost jsou použity dvě přímky ohraničující interval, v kterém leží hodnoty pro jednotlivé simulace. Horní hranice platí pro největší zrna a spodní hranice pro zrna nejmenší, všechna ostatní zrna leží uvnitř tohoto intervalu. Přesný rozmezí (a tedy aktuální *inertial number*), kde se nalézá stav vzorku při simulacích, lze zjistit pomocí aktuálního středního napětí. Simulace s rychlostí použitou Mašínem (2012) byly již popsány z pohledu vlivu *inertial number* podrobně na Obr. 21, v případě rychlostí pomalejších -  $||D|| = 16,7 \text{ s}^{-1}$  a  $0,33 \text{ s}^{-1}$  je jasně patrné, že se snižováním rychlosti zatěžování se stávají simulace více relevantními. Pro rychlost zatěžování  $16,7 \text{ s}^{-1}$  platí, že i pro největší zrna je *inertial number* nižší než 0,01 při napětích vyšších než 10 kPa, což je výrazný posun k lepšímu od simulací provedených Mašínem (2012). Pro nejpomalejší rychlosti zatěžování (v tomto příkladu  $0,33 \text{ s}^{-1}$ ) je vidět, že se již podařilo snížit rychlost zatěžování natolik, že pro žádná použitá napětí již *inertial number* nedosahuje hodnot vyšších než 0,01. Bohužel tyto nejpomalejší simulace jsou extrémně náročné na výpočetní techniku a bylo možno jich provést jen omezené množství. Z výše uvedeného plyne, že hlavní pozornost by měla být věnována posunu z horního do středního intervalu.

#### 4.1.1 Vliv rychlosti zatěžování v případě jednoho konsolidačního napětí

Nejdříve byl studován vliv změny rychlosti zatěžování na jednu simulaci, ve které docházelo pouze ke změně  $||D||$ . V tomto případě byl vzorek konsolidován na 1000 kPa a poté byl zatěžován s hodnotou  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$  až do asymptotického stavu (v tomto případě tedy do kritického stavu) při různých rychlostech zatěžování. Hodnota 1000 kPa byla vybrána jako teoreticky nejvíce reprezentativní, neboť je to napětí dostatečně vysoké a *inertial number* tedy nízké. Zároveň ještě nedochází k výraznému překrývání zrn a je tedy zaručeno, že při tomto průběhu zkoušky by mělo dojít k co nejmenšímu ovlivnění výsledků jak ze strany *inertial number*, tak ze strany překryvu částic.

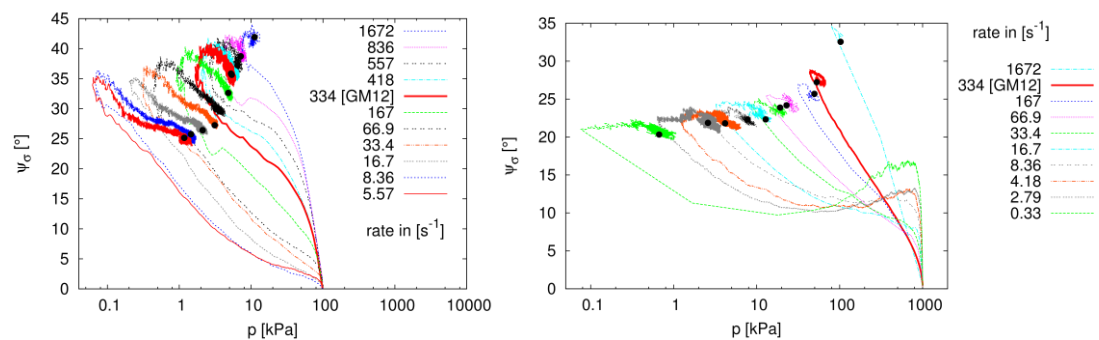


Obr. 26: Vliv rychlosti zatěžování  $||D||$  na asymptotické chování. Zobrazeny čáry normálního stlačení vedoucí do napětí 1000 kPa. Na obrázku vpravo je zobrazen celý průběh simulace v prostoru středního napětí vs. číslo pórovitosti.

Nejdříve byl studován vliv rychlosti zatěžování na izotropní stlačení vzorku, kdy byla použita pouze první část výše popsané simulace – a to tedy zatěžování po čáře normálního stlačení až do napětí 1000 kPa. Na Obr. 26 jsou znázorněny výsledky těchto simulací. Nejvyšší použitá rychlost zatěžování ( $1671 \text{ s}^{-1}$ ) byla téměř o řád vyšší než rychlost použitá Mašínem (2012) pro jeho simulace, naopak nejnižší použitá rychlost dosahovala  $0,33 \text{ s}^{-1}$ , což je naopak přesně o tři řády nižší než simulace provedené Mašínem (2012). Celkový rozsah rychlostí zatěžování

$||\mathbf{D}||$  byl tedy přibližně 4 řády. Na Obr. 26 je pro ilustraci ukázán průběh celé simulace v prostoru středního napětí  $p$  proti číslu pórovitosti  $e$ .

Na Obr. 26 je patrné, že rychlost zatěžování ovlivňuje již fázi izotropního stlačení v první části simulace – izotropní čáry normálního stlačení leží postupně níže v prostoru středního napětí  $p$  proti číslu pórovitosti  $e$ , jak dochází ke snižování rychlosti zatěžování. Pro velmi nízké rychlosti zatěžování ( $||\mathbf{D}|| = 0,33 \text{ s}^{-1}$ ) se čáry normálního stlačení stávají téměř vodorovnými a již není žádný rozdíl mezi čarou normálního stlačení a unloading – reloading line (URL). Odlehčení a přitížení není na Obr. 26 zobrazeno, neboť jednotlivé křivky prakticky není možné odlišit a graf by se stal nečitelným. Tyto výsledky potvrzují předpoklady z teorie, jak již bylo zmíněno v kapitole 3, kdy bylo více autory podotýkáno, že není možné realisticky modelovat izotropní stlačení bez modelování drcení zrn. Sklon čar normálního stlačení se stává téměř nulovým až pro vyšší napětí okolo 100 kPa. Naopak pro velmi vysoká napětí ( $>1000\text{kPa}$ ) již opět začíná mít nenulový sklon, což je pravděpodobně způsobeno výrazným překrýváním jednotlivých zrn.



Obr. 27: Dráhy napětí v prostoru  $\psi_\sigma$  a středního napětí pro různé rychlosti zatěžování. Vlevo byl vzorek nejdříve stlačen na 100kPa, vpravo na 1000kPa.

Na Obr. 27 je znázorněn celý průběh dvou sad simulací v prostoru  $\psi_\sigma$  proti střednímu napětí, kde první fáze izotropního stlačení leží na ose x (s hodnotou  $\psi_\sigma = 0^\circ$ ). Na počátku byl vzorek izotropně stlačován na úroveň 100 kPa, respektive 1000 kPa, a poté byl zatěžován s hodnotou  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$  až do kritického stavu, který je znázorněn černým bodem na konci každé křivky. Při snižování rychlosti zatěžování dochází k jasnému snížení asymptotické hodnoty  $\psi_\sigma$  (a v tomto případě tedy i úhlu vnitřního tření v kritickém stavu). Dochází nejen ke změně  $\psi_\sigma$ , ale i ke změně výsledné hodnoty středního napětí, kdy pro nižší rychlost zatěžování je v asymptotickém stavu dosaženo postupně nižších středních napětí.

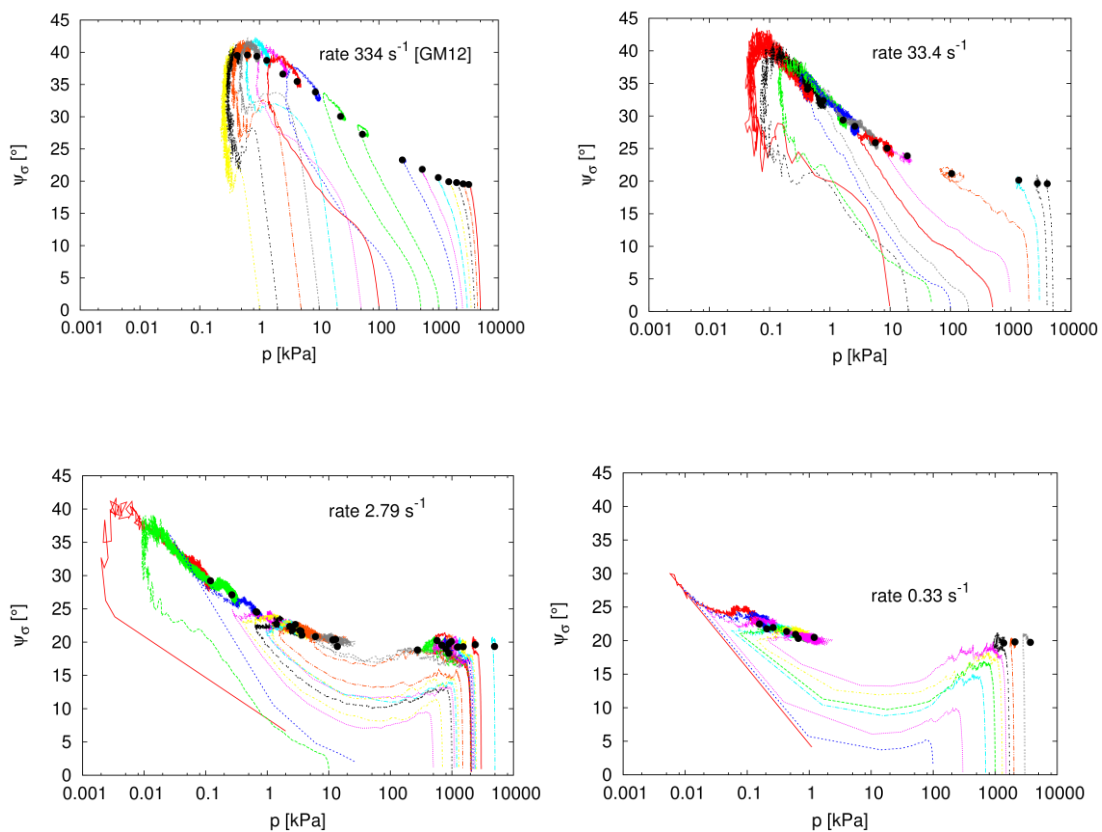
Významnou vlastností jednotlivých křivek je to, že pro simulace vedoucí z 1000kPa vykazují lokální maximum v dráze napětí pro simulace s nižšími rychlostmi zatěžování – tedy pro ty, které jsou nejméně ovlivněny hodnotou *inertial number* a měly by tedy vykazovat nejvíce relevantní výsledky. Po dosažení maxima dráha napětí opět klesá, po čemž následuje dosažení finálního maxima  $\psi_\sigma$  v asymptotickém stavu. Na pravé části Obr. 26 je ukázáno, že rychlost zatěžování mění finální asymptotický stav nejen z pohledu hodnoty  $\psi_\sigma$ , ale také z pohledu dosaženého čísla pórovitosti v asymptotickém stavu.

#### 4.1.2 Vliv rychlosti zatěžování v případě více konsolidačních napětí

V následující analýze bylo vybráno pět různých rychlostí zatěžování:

- $||\mathbf{D}|| = 334 \text{ s}^{-1}$
- $||\mathbf{D}|| = 33,4 \text{ s}^{-1}$
- $||\mathbf{D}|| = 16,7 \text{ s}^{-1}$
- $||\mathbf{D}|| = 2,79 \text{ s}^{-1}$
- $||\mathbf{D}|| = 0,33 \text{ s}^{-1}$

kde nejvyšší rychlost zatěžování ( $334 \text{ s}^{-1}$ ) je rychlost použitá Mašínem (2012). Pro každou rychlost zatěžování byl vzorek izotropně zatížen do několika předepsaných napětí v rozmezí 10 až 5000 kPa. Stejně jako v kapitole 4.1.1 vede snižování rychlosti zatěžování ke snížení hodnoty středního napětí v asymptotickém stavu.

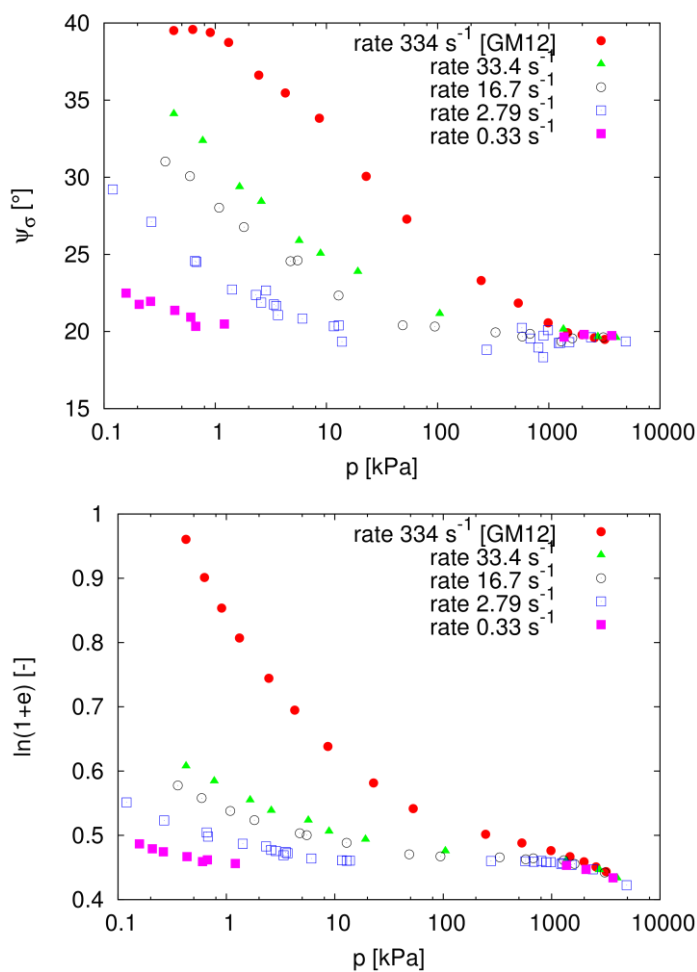


Obr. 28: Vliv rychlosti zatěžování  $||\mathbf{D}||$  na dráhy napětí a na dosažené asymptotické stavy. Zobrazeny jsou 4 různé rychlosti zatěžování, pro každou z nich byly provedeny simulace, kdy byl vzorek izotropně stlačen do různých napětí, z nichž byl zatěžován do kritického stavu.

Pro rychlé zatěžování  $\psi_\sigma$  ( $334 \text{ s}^{-1}$  a  $33,4 \text{ s}^{-1}$ ) kontinuálně roste a asymptotické stavy se řadí po jasně definované a souvislé čáře asymptotických stavů. Pro nižší rychlosti zatěžování  $\psi_\sigma$  ( $2,79 \text{ s}^{-1}$  a  $0,33 \text{ s}^{-1}$ ) je však možné pozorovat jiné chování, kdy je možné pozorovat dva jednoznačně oddělené shluky asymptotických stavů. Část ležící na pravé straně, tedy část, která byla v prvním kroku izotropně stlačena do vysokých středních napětí okolo 1000 kPa, vykazuje chování, kdy vzorek dosahuje asymptotického stavu dříve, než mohlo dojít k poklesu hodnoty  $\psi_\sigma$  a tedy vytvoření lokálního maxima. V tomto případě leží asymptotické stavy ve vysokých

středních napětích a během druhé fáze simulace, kdy  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$ , nedochází k žádnému snížení středního napětí. Druhá část, ležící vlevo v nízkých středních napětích, vykazuje chování, kdy nejdříve dochází k prudkému růstu  $\psi_\sigma$ , kde dochází k vytvoření lokálního maxima, které je následováno poklesem a následným vzestupem do asymptotického stavu. Toho chování je nejvýraznější pro simulace s nejnižší rychlostí zatěžování, tedy pro ty, které jsou nejméně ovlivněny *inertial number* a měly by být nejvíce průkazné. Na rozdíl od simulací s vyššími rychlostmi zatěžování, kdy při klesajícím středním napětí v asymptotickém stavu výrazně roste asymptotická hodnota  $\psi_\sigma$ , v případě simulací s malou rychlostí zatěžování nedochází k výrazné změně asymptotických hodnot  $\psi_\sigma$ .

Pro snadnější interpretaci výsledků jsou jednotlivé asymptotické stavy zobrazeny na Obr. 29 bez drah napětí vedoucích k nim, a to pouze jako jednotlivé body.



Obr. 29: Body značící asymptotické stavy pro různé rychlosti zatěžování zobrazené v prostoru  $\psi_\sigma$  a středního napětí a čísla pórovitosti a středního napětí.

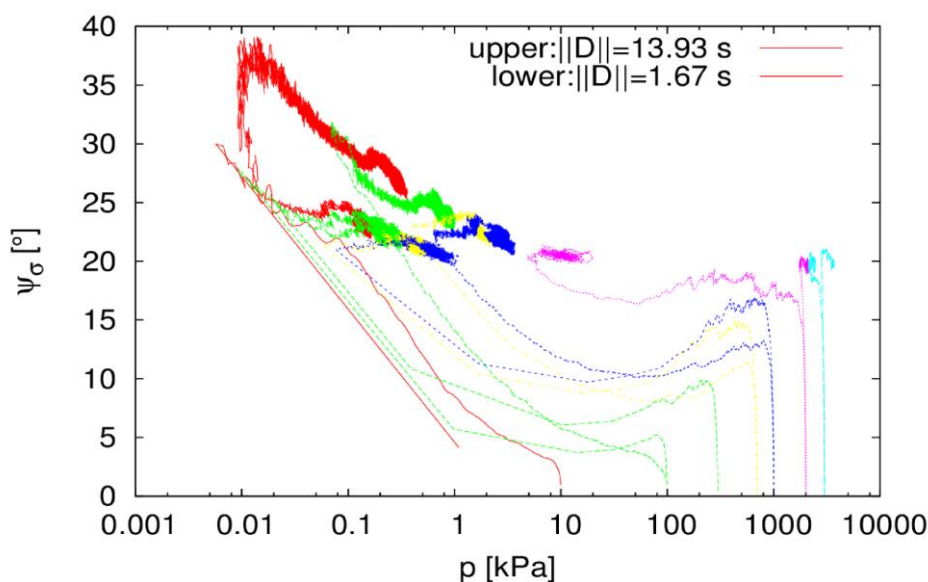
Je patrné, že snížení rychlosti zatěžování výrazně snižuje závislost asymptotické hodnoty  $\psi_\sigma$  na středním napětí. Tato skutečnost mi vede k závěru, že pro velmi nízké rychlosti zatěžování by byl úhel  $\psi_\sigma$  úplně nezávislý na středním napětí. Na Obr. 29 je viditelné, že pro nejnižší rychlost zatěžování je asymptotická hodnota  $\psi_\sigma$  téměř neměnná a k neparnému nárůstu dochází až u extrémně nízkých napětí. Tento výsledek tedy lze interpretovat tak, že bylo potvrzeno známé a ověřené chování zemin, že úhel vnitřního tření v kritickém stavu není

závislý na hodnotě středního napětí. Dále by to potvrzovalo hypotézu vyslovenou na počátku, že výsledky Mašina (2012) byly výrazně ovlivněny příliš vysokou hodnotou *inertial number* při simulacích.

Na Obr. 29 jsou zobrazeny asymptotické stavy v prostoru čísla pórovitosti a středního napětí, které ukazují, že na rychlosti zatěžování je závislé i číslo pórovitosti v asymptotickém stavu. Se snižováním rychlosti zatěžování dochází ke snižování čísla pórovitosti v asymptotickém stavu.

#### 4.1.3 Porovnání dvou rychlostí zatěžování pro stejná napětí

Na Obr. 30 jsou porovnány dráhy napětí a finální asymptotické stavy pro dvě různé hodnoty rychlosti zatěžování:  $||\mathbf{D}|| = 13,93 \text{ s}^{-1}$  a  $1,67 \text{ s}^{-1}$ . Pro obě rychlosti zatěžování bylo vybráno 7 konsolidačních napětí, nutno podotknout, že dráhy vedoucí ze stejných konsolidačních napětí mají totožné barvy pro lepší ilustraci výsledků.



Obr. 30: Porovnání dvou sad simulací ( $||\mathbf{D}|| = 13,93 \text{ s}^{-1}$  a  $1,67 \text{ s}^{-1}$ ), v každé 7 konsolidačních napětí.

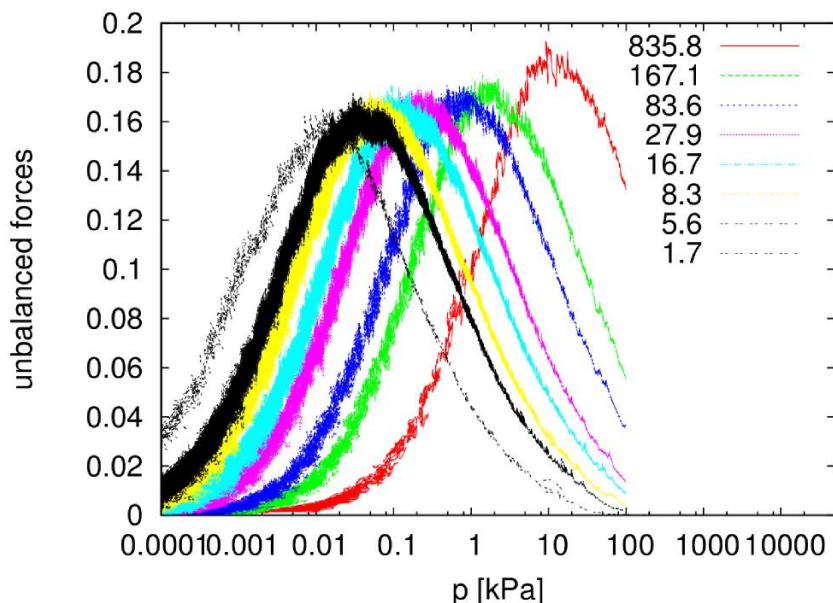
Již z drah napětí je jasně patrný posun  $\psi_\sigma$  do nižších hodnot, a to jak v asymptotickém stavu, tak i pro hodnoty při průběhu zkoušky. Jedinou výjimkou jsou lokální maxima (například u modrých drah), kdy simulace s nižší rychlostí zatěžování vykazují vyšší hodnoty maxim než simulace s vyšší rychlostí zatěžování. Popis tohoto chování je detailněji popsán kapitole 4.2.

#### 4.1.4 Unbalanced forces

Pro jednotlivé simulace jsou na Obr. 31 zobrazeny *unbalanced forces* proti střednímu napětí, a to pro různé rychlosti zatěžování použité v simulacích. U těchto nevyvážených sil dochází k poklesu, když se simulace přestává chovat dynamicky a převládá chování kvazistatické. Jak dochází ke snižování rychlosti zatěžování, dochází k posunu křivky *unbalanced forces* proti napětí směrem doleva. Tento posun značí posun celého systému z dynamického chování do chování kvazistatického. Také je zde patrné, že i pro nejnižší rychlosti zatěžování dosahují nevyvážené síly vyšších hodnot pro extrémně nízká napětí (0,01kPa), při těchto napětích postačuje, aby dosahovaly inerciální síly nízkých hodnot, a přesto mají vliv na celkové chování



vzorku, neboť veškerá napětí jsou extrémně nízká. U nejnižších rychlostí zatěžování se nevyrovnané síly blíží k 0 již při napětí mezi 1 a 10 kPa.



Obr. 31: Znárodnění unbalanced forces proti střednímu napětí pro simulace s různými rychlostmi zatěžování.

Tento obrázek jasně potvrzuje, že snižování rychlosti zatěžování progresivně snižuje dynamické jevy v systému. Lze tedy říci, že snížení rychlosti zatěžování vede ke zlepšení relevantnosti výsledků simulací pro popis zemin.

## 4.2 BEZROZMĚRNÁ ANALÝZA VÝSLEDŮ

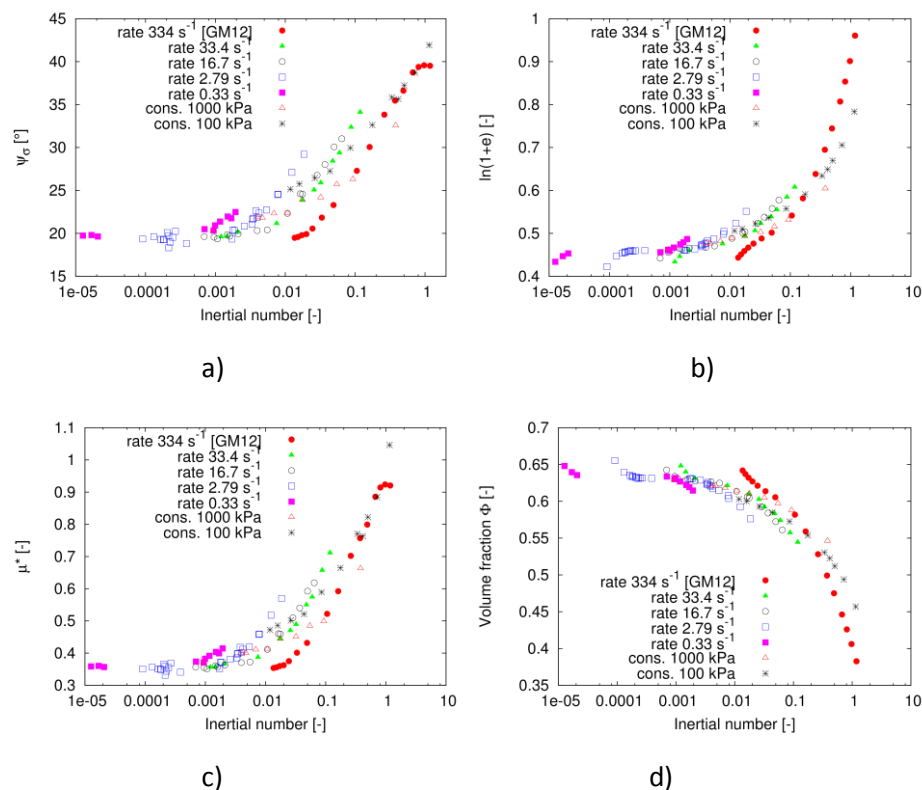
Jak již bylo popsáno výše, bezrozměrná proměnná *inertial number* se ukázala jako vhodný adept na popis a znázornění vlivu rychlosti zatěžování na chování partikulárních látek. Podle da Cruze et al. (2005) a Hatana (2010) přestává být hodnota koeficientu tření závislá na *inertial number* pro hodnoty nižší než přibližně 0,01. Pro vyšší *inertial number* se s rostoucím *inertial number* zvyšuje i hodnota koeficientu tření. Když naopak dochází ke snižování *inertial number* pod 0,01, koeficient tření již zůstává konstantní. Tento fakt lze chápat tak, že jakmile *inertial number* dosahuje určitých hodnot (0,01), vliv setrvačných sil je tak významný, že jsou ovlivňovány výsledky simulací již vlastní rychlostí daných simulací a systém se nemá čas dostat do rovnovážného stavu.

Pokud je tedy, jak je zmíněno v literatuře,  $\psi_\sigma$  nezávislé na *inertial number* pro  $I < 0.01$ , znamenalo by to, že podle Obr. 25 jsou simulace zatěžované rychlostí  $0,33 \text{ s}^{-1}$  prakticky nezávislé na středním napětí. Další předpoklad je, že se zvyšující se rychlostí zatěžování poroste závislost  $\psi_\sigma$  na středním napětí s tím, jak roste *inertial number*.

Na Obr. 32 jsou zobrazeny hodnoty *inertial number* pro jednotlivé asymptotické stavy s výše vybranými hodnotami rychlosti zatěžování  $||\mathbf{D}||$ . Hodnoty *inertial number* zobrazené v jednotlivých grafech jsou vypočítány pro největší částice ve vzorku (tedy pro  $d=1\text{mm}$ ), což znamená, že při analýze výsledků nemůže dojít k podcenění vlivu *inertial number*. Na Obr. 32a je zobrazena závislost  $\psi_\sigma$  na *inertial number*. Je patrné, že všechna data dostupná ze simulací se řadí okolo jedné křivky v prostoru  $\psi_\sigma$  proti *inertial number*. Limitní hodnota rozdělující dva

prostory na křivce – ten, kdy je  $\psi_\sigma$  nezávislé na  $I$  a ten, kdy s rostoucím  $I$  roste i  $\psi_\sigma$ , - se nalézá mezi  $I = 0,01$  a  $I = 0,001$ . Posun k hodnotě  $I = 0,001$  je pravděpodobně způsobený tím, že  $I$  je vypočítáno pro největší částice, a tedy hodnota  $I$  v tu danou chvíli je pro menší částice jednoznačně vyšší a ležící okolo 0,01.

V tuto chvíli je možné rozdělit chování vzorků v simulacích na dva typy: 1) kvazistatické chování vzorku, kdy daný proces probíhá dostatečně pomalu, aby daný systém zůstal v rovnováze; 2) dynamické chování, kdy dochází k tak rychlému zatěžování, že systém nemá dostatek času na ustálení.



Obr. 32: Asymptotické stavy znázorněné pomocí inertial number společně s dalšími proměnnými:  $\psi_\sigma$ , číslem pórovitosti, koeficientem tření a podílem objemu.

Na Obr. 32b je zobrazen vztah *inertial number* a čísla pórovitosti, kdy se výsledky opět dělí na dvě oblasti totožné s těmi popsány v prostoru  $\psi_\sigma$  proti *inertial number*: pro nízká  $I$  je sklon téměř nulový a odpovídající URL (*unloading-reloading line*). Opětovné výrazné zvýšení sklonu čáry závislosti  $\psi_\sigma$  na  $I$  v nejnižších číslech pórovitosti je pravděpodobně způsobeno výrazným překryvem částic při napětích výrazně vyšších než 1000 kPa. Stejná data jsou dále zobrazena v prostoru  $I$  proti podílu objemu  $\phi$  (*volume fraction*), který je definovaný jako podíl objemu částic proti objemu celého vzorku. Velmi zajímavým faktem je vodorovná křivka zobrazující závislost čísla pórovitosti na  $I$  pro nízké hodnoty  $I$  (sklon této křivky je víceméně shodný s URL), kterou lze vysvětlit výrazný pokles  $\psi_\sigma$  před dosažením asymptotického stavu na Obr. 28.

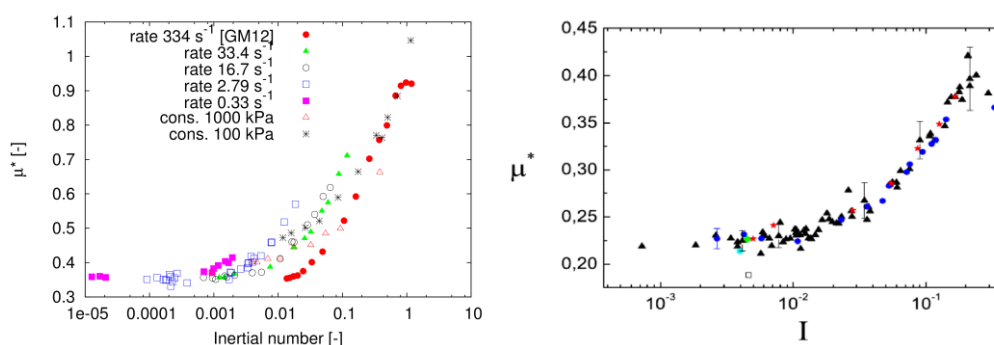
Veškeré simulace byly provedeny s  $\psi_\varepsilon = 90^\circ$  (tedy asymptotický stav = kritický stav). Z definice kritického stavu nemůže během zatěžování docházet ke změně objemu. Vzorky stlačené na vyšší čísla pórovitosti musí tedy výrazně snížit střední napětí během zatěžování do

asymptotického stavu, naopak vzorky stlačené na nižší čísla pórovitosti (což je částečně způsobeno překryvem částic) zůstávají ve vysokých hodnotách středního napětí.

Křivka popisující vztah  $I$  proti číslu pórovitosti je téměř vodorovná, a proto je prostor oddělující dva typy chování na Obr. 28 velmi úzký a tyto dva typy chování jsou od sebe odděleny pouze jednotkami kPa při fázi izotropního zatěžování.

#### 4.2.1 Porovnání vlastních výsledků s literaturou

Vzhledem k tomu, že hypotéza o vlivu *inertial number* na rychlost zatěžování byla převzata z literatury (da Cruz et al., 2005; Hatano, 2010), nabízí se porovnat výsledky vlastního výzkumu s výsledky daných autorů. Na Obr. 33 jsou porovnány výsledky vlastních simulací s výsledky da Cruze et al. (2005), a to v prostoru *inertial number* a koeficientu tření.

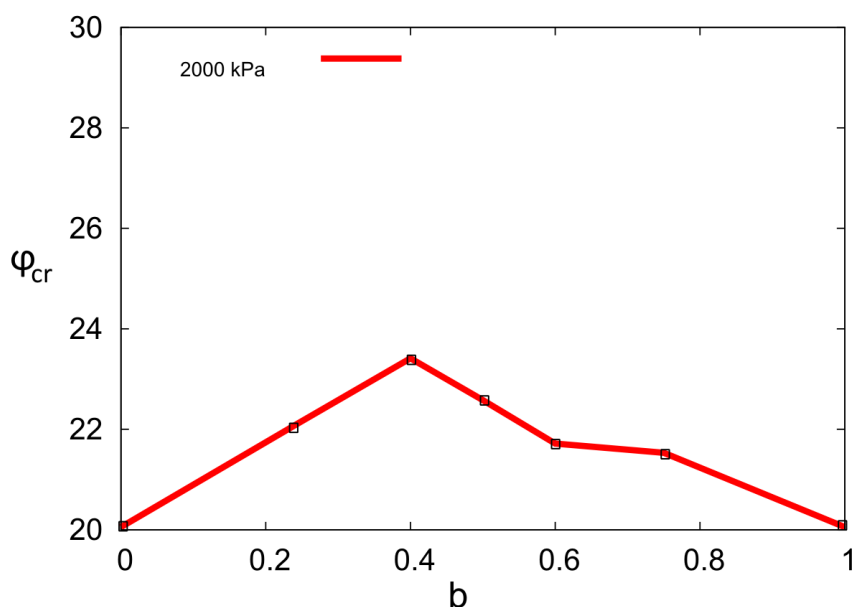


Obr. 33: Porovnání výsledků z vlastních simulací s výsledky da Cruze et al. (2005).

Z obou grafů je patrný zlom v okolí hodnoty *inertial number*  $I=0,01$ . Vzhledem k tomu, že v mém případě jsem počítal hodnoty *inertial number* pro největší částice ve vzorku, je možné předpokládat posun všech křivek mírně doprava, kdyby bylo možné spočítat inerciální síly pro každou částici jednotlivě. V porovnání obou grafů je nicméně jasně viditelný shodný trend v chování.

#### 4.3 VÝSLEDKY PRO RŮZNÉ HODNOTY LODEHO ÚHLU

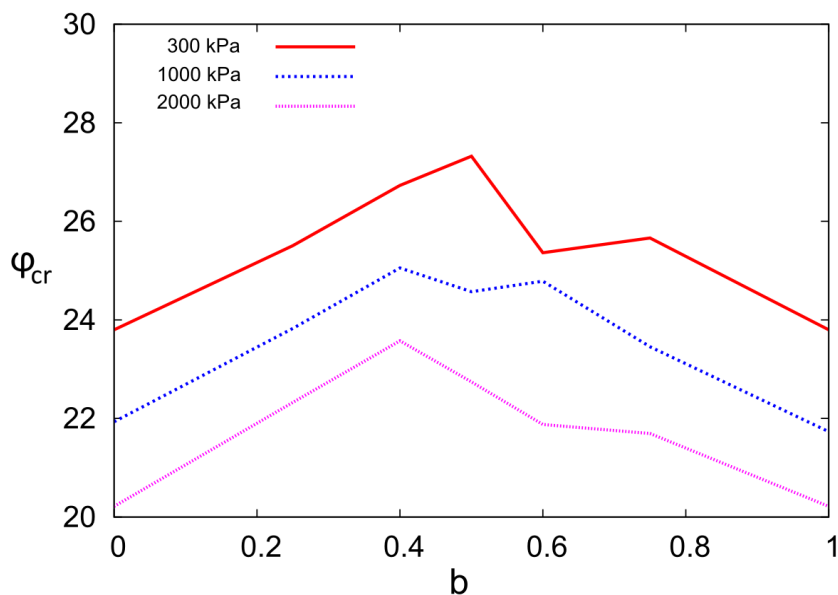
Dalším cílem práce, který byl vytyčen již při dokončování práce bakalářské, byla analýza DEM simulací pro různé hodnoty Lodeho úhlu (jeho definice viz kapitola 2.2). Byl studován vliv hodnoty Lodeho úhlu (či  $b$ ) na výslednou hodnotu úhlu vnitřního tření v kritickém stavu. Tato analýza byla provedena pro nízké rychlosti zatěžování ( $|\mathbf{D}|=16,7 \text{ s}^{-1}$ ), aby výsledky nebyly ovlivněny vysokou hodnotou *inertial number* a byly co možná nejvíce relevantní. Výsledky takovéto analýzy pro napětí 2000kPa jsou zobrazeny na Obr. 34.



Obr. 34: Závislost úhlu vnitřního tření v kritickém stavu na hodnotě  $b$ .

Z grafu je viditelné, že výsledné hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu jsou závislé na hodnotě  $b$  stejně, jako byly předpoklady z experimentů – tedy že nejvyšší hodnota  $\varphi_{cr}$  je přibližně v  $b=0,5$  (v tomto případě 0,4). Jak se simulace přibližují k hodnotám  $b$  značící triaxiální extenzi a kompresi,  $b$  klesá a k nejnižším hodnotám pro  $b=0$  a  $b=1$ .

Tyto simulace byly provedeny i pro další napětí, a to pro taková, aby byl předpoklad co nejmenšího ovlivnění výsledků *inertial number* či překryvem částic: 300kPa, 1000kPa a 2000kPa, souhrn těchto výsledků je zobrazen na Obr. 35.

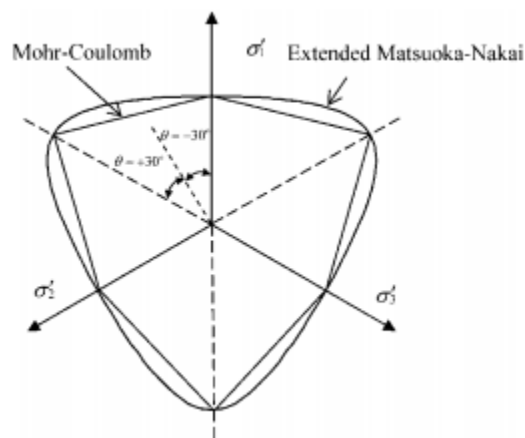


Obr. 35: Souhrn 3 sad simulací pro napětí 300, 1000 a 2000kPa se stejnou rychlostí zatěžování. Zobrazeny hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu pro hodnoty  $b = 0; 0,25; 0,4; 0,5; 0,6; 0,75$  a 1.

Každá sada simulací byla provedena pro více hodnot  $b$ , a to  $b = 0; 0,25; 0,4; 0,5; 0,6; 0,75$  a 1. Vzhledem k tomu, že tyto simulace byly provedeny sice s nízkou hodnotou rychlosti zatěžování, ne však nejnižší možnou, je z výsledků patrný vliv *inertial number*. Pro nižší

hodnoty napětí výsledky vykazují nižší hodnoty  $\varphi_{cr}$ , což je způsobeno vyšším *inertial number*. U simulace s  $p = 2000$  kPa může již naopak docházet k ovlivnění výsledků díky překrývání zrn. Hlavním výstupem těchto simulací je fakt, tento model realisticky předpovídá vyšší hodnoty úhlu  $\varphi_{cr}$  pro stavy mimo triaxiální extenzi a kompresi. Model dále konzistentně s výsledky předchozích kapitol předpovídá snížení hodnot  $\varphi_{cr}$  při zvýšení středního napětí pro simulace ovlivněné *inertial number*.

Výsledky těchto simulací odpovídají nejvíce podmínce plasticity Matsuoka-Nakai (viz Obr. 36), neboť předpovídají vzestup  $\varphi_{cr}$  pro stavy napjatosti mezi triaxiální extenzí a triaxiální kompresí.



Obr. 36: Porovnání Mohr-Coulombovy a Matsuoka-Nakai podmínky plasticity v prostoru hlavních napětí (Maiolino a Luong, 2009).

## 5 ZÁVĚR

Tato kapitola obsahuje souhrn výsledků práce. Zhodnoceny jsou předem stanovené cíle práce, které byly následující:

1. Shrnutí vědomostí o asymptotických stavech zemin.
2. Potvrzení či vyvrácení výsledků Mašina (2012) a Jermana (2013), které naznačovaly, že úhel vnitřního tření v kritickém stavu není konstantní, ale je závislý na napětí.
3. Provedení a vyhodnocení simulací s různou rychlostí zatěžování.
4. Vyšetření vlivu hodnoty Lodeho úhlu na výsledky simulací.

### Závěr – cíl 1

V kapitole 2 byly definovány asymptotické stavy a vytvořeno ucelené shrnutí literatury popisující jejich vlastnosti. Asymptotické stavy jsou takové stavy, kterých partikulární látka dosáhne po dostatečně dlouhém zatěžování s konstantním směrem přetvoření, patří mezi ně například kritický stav a čára normálního stlačení. Jsou to atraktory chování zemin.

Dále byly asymptotické stavy začleněny do celkového obrazu chování zemin a bylo popsáno, jak byly dříve experimentálně studovány, jaké konstituční modely je předpovídají a jaké jejich vlastnosti to umožňují.

### Závěr – cíl 2

Pomocí bezrozměrné proměnné *inertial number* bylo demonstrováno, že výsledky Mašina (2012), které vykazovaly závislost  $\varphi_{cr}$  na středním napětí, byly provedeny s příliš vysokou rychlostí zatěžování, což výrazně ovlivnilo interpretaci výsledků. Pro nízké rychlosti zatěžování bylo ukázáno, že podle předpokladů teorie mechaniky zemin je úhel vnitřního tření v kritickém stavu nezávislý na napětí a závislost na napětí v případě Mašina (2012) byla způsobena vysokými hodnotami *inertial number* (vysokou rychlostí simulací).

### Závěr – cíl 3

Kvůli vysokým nárokům na výpočetní techniku byly provedeny úpravy dříve užívaného modelu vytvořeného Mašínem (2012), kdy zejména došlo ke snížení počtu modelovaných částic. Pro účely práce bylo vytvořeno velké množství simulací s různými hodnotami rychlosti zatěžování od  $||\mathbf{D}|| = 1672 \text{ s}^{-1}$  až po extrémně pomalé simulace s  $||\mathbf{D}|| = 0,33 \text{ s}^{-1}$ , tedy v rozmezí téměř 4 řádů. V rámci analýzy rychlosti zatěžování byl vybrán jeden konkrétní asymptotický stav – kritický stav. Ukázal jsem, že  $\psi_{\sigma}$  v asymptotickém stavu a číslo pórovitosti mohou být interpretovány pomocí bezrozměrné proměnné, *inertial number*  $I$ . Pro nízké hodnoty  $I$  menší než 0,01 až 0,001 se vzorky chovaly kvazistaticky s konstantním  $\psi_{\sigma}$  v asymptotickém stavu (a tedy  $\varphi_{cr}$ ) nezávislým na napětí.

Pro nízké hodnoty *inertial number* se čára normálního stlačení stala téměř vodorovnou. Toto zjištění potvrzuje hypotézy dalších autorů, kteří tvrdí, že pro realistické modelování objemových změn vedoucích do asymptotických stavů je nutné modelovat drcení zrn, které v mém modelu modelováno nebylo.

**Závěr – cíl 4**

Byl studován vliv hodnoty Lodeho úhlu (či  $b$ ) na výslednou hodnotu úhlu vnitřního tření v kritickém stavu ( $\varphi_{cr}$ ). Tato analýza byla provedena pro nízké rychlosti zatěžování, aby docházelo k co nejmenšímu ovlivnění výsledků hodnotou *inertial number*. Tento model realisticky předpovídá vyšší hodnoty úhlu  $\varphi_{cr}$  pro stavy ležící mezi hodnotami  $b = 0$  a  $b = 1$  s nejvyššími hodnotami při přibližně  $b = 0,5$ . Z toho plyne, že výsledné hodnoty úhlu vnitřního tření v kritickém stavu jsou závislé na hodnotě  $b$  stejně jako předpoklady z experimentů.

## 6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

Atkinson, J., 1993. *An introduction to the mechanics of soils and foundations: through critical state soil mechanics*. McGraw-Hill Book Company (UK) Ltd.

Ben-Nun, O., Einav, I. and Tordesillas, A., 2010. Force attractor in confined comminution of granular materials. *Physical review letters*, 104(10), p.108001.

Casagrande, A., 1940. Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills. *Contributions to soils mechanics, 1925-1940*.

Cheng, Y.P., Bolton, M.D. and Nakata, Y., 2004. Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM. *Geotechnique*, 54(2), pp.131-142.

Chen, F., Drumm, E.C. and Guiochon, G., 2007. Prediction/verification of particle motion in one dimension with the discrete-element method. *International journal of geomechanics*, 7(5), pp.344-352.

Chu, J. and Lo, S.C., 1994. Asymptotic behaviour of a granular soil in strain path testing. *Geotechnique*, 44(1), pp.65-82.

Cundall, P.A. and Strack, O.D., 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1), pp.47-65.

da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J.N. and Chevoir, F., 2005. Rheophysics of dense granular materials: Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2), p.021309.

Goldscheider, M., 1984. True triaxial tests on dense sand. In *International workshop on constitutive relations for soils* (pp. 11-54).

Gudehus, G., 1995. Asymptotic behaviour of a granular soil in strain path testing. J. Chu and S.-CR Lo. *Geotechnique*, 45(2), pp.337-338.

Gudehus, G., 1995. Attractors for granular storage and flow. In *3rd European Symposium—Storage and Flow of Particulate Solids, Paper for the conf.'Partec* (Vol. 95, pp. 333-345).

Gudehus, G., 2011. *Physical soil mechanics*. Springer Science & Business Media.

Gudehus, G., Goldscheider, M. and Winter, H., 1977. Mechanical properties of sand and clay and numerical integration methods: some sources of errors and bounds of accuracy. *Finite elements in geomechanics*, pp.121-150.

Gudehus, G. and Mašín, D., 2009. Graphical representation of constitutive equations. *Géotechnique*, 59(2), pp.147-151.

Hatano, T., 2010. Constitutive law of dense granular matter. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 258, No. 1, p. 012006). IOP Publishing.

Hvorslev, Mikael Juul. 1937. *Über die Festigkeitseigenschaften gestorter bindiger Boden*.

Jerman, J., 2013. *Asymptotické modelování zemin pomocí metody oddělených prvků*. Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze.



---

Jerman, J. and Mašín, D., 2016. Incorporation of anisotropic state boundary surface into a hypoplastic model for clays. Poster presentation at: *IV Modern Trends in Geomechanics, Assisi*, May 16-18, 2016, Assisi, Italy.

Jop, P., Forterre, Y. and Pouliquen, O., 2006. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094), pp.727-730.

Maiolino, S. and Luong, M.P., 2009, September. Measuring discrepancies between coulomb and other geotechnical criteria: Drucker–Prager and Matsuoka–Nakai. In *7th Euromech solid mechanics conference, Lisbon, Portugal* (pp. 09-07).

Mašín, D., 2005. A hypoplastic constitutive model for clays. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(4), pp.311-336.

Mašín, D. and Herle, I., 2005. State boundary surface of a hypoplastic model for clays. *Computers and Geotechnics*, 32(6), pp.400-410.

Mašín, D., 2012a. Asymptotic behaviour of granular materials. *Granular Matter*, 14(6), pp.759-774.

Mašín, D., 2012b. Hypoplastic Cam-clay model. *Géotechnique*, 62(6), pp.549-553.

Mašín, D., 2013. Clay hypoplasticity with explicitly defined asymptotic states. *Acta Geotechnica*, 8(5), pp.481-496.

Mašín, D. and Jerman, J., 2015. Discrete element investigation of rate effects on the asymptotic behavior of granular materials. In *Deformation Characteristics of Geomaterials*, V.A. Rinaldi et al. (Eds.), Buenos Aires, Argentina; 695-702.

McDowell, G.R. and Bolton, M.D., 1998. On the micromechanics of crushable aggregates. *Géotechnique*, 48(5), pp.667-679.

McDowell, G.R. and Harireche, O., 2002. Discrete element modelling of yielding and normal compression of sand. *GEOTECHNIQUE-LONDON*, 52(4), pp.299-304.

Nova, R., 2012. *Soil mechanics*. John Wiley & Sons.

Kawamoto, R., Andò, E., Viggiani, G. and Andrade, J.E., 2016. Level set discrete element method for three-dimensional computations with triaxial case study. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 91, pp.1-13.

Pena, A.A., Herrmann, H.J., Lizcano, A. and Alonso-Marroquin, F., 2005. Investigation of the asymptotic states of granular materials using a discrete model of anisotropic particles. *P&G05*, 1, pp.697-700.

Roscoe, K.H. and Burland, J.B., 1968. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering Plasticity*. Edited by J. Heyman and FA Leckie, 535-609.

Schofield, A. and Wroth, P., 1968. *Critical state soil mechanics*.

Šmilauer, V., Catalano, E., Chareyre, B., Dorofeenko, S., Duriez, J., Gladky, A., Kozicki, J., Modenese, C., Scholtès, L., Sibille, L. and Stránský, J., 2010. Yade documentation. *The Yade Project*.

Taylor, D.W., 1948. *Fundamentals of Soil Mechanics*: John Wile and Sons.*Inc.*, New York, pp.441-448.

Topolnicki, M., Gudehus, G. and Mazurkiewicz, B.K., 1990. Observed stress–strain behaviour of remoulded saturated clay under plane strain conditions. *Géotechnique*, 40(2), pp.155-187.

von Wolffersdorff, P.A., 1996. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1(3), pp.251-271.

Wang, J., Yu, H.S., Langston, P. and Fraige, F., 2011. Particle shape effects in discrete element modelling of cohesive angular particles. *Granular Matter*,13(1), pp.1-12.