

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Urnové modely s náhodným vracením

**Autor:** Petra Kochaniková

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce se zabývá konkrétním typem pravděpodobnostního modelu, který odpovídá urnovému modelu se specifickým způsobem náhodného vracení. Tento model je motivován šířením infekční choroby mezi populací uživatelů drog sdílejících sadu infikovaných jehel. O vhodnosti použití uvažovaného modelu v této situaci se dá s úspěchem pochybovat, to však neubírá na zajímavosti studiu samotného modelu. Navíc v (matematické) literatuře tento model s uvedenou interpretací studován je.

### CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Zadané téma hodnotím jako zajímavé a náročností přiměřené třetímu ročníku bakalářského studia oboru Finanční matematika. Zadáání práce bylo naplněno.

**Vlastní příspěvek.** Příspěvek autorky spočívá ve vlastním výpočtu prvních dvou momentů ve druhé a třetí kapitole. Při výpočtech se autorka odchyluje od citovaného článku a postupuje vlastní, přímočarou cestou.

**Matematická úroveň.** Matematická úroveň práce je střední – práce obsahuje rigorózně zformulovaný matematický text, nevyhne se ovšem problémům. Zejména komentáře, co se v daném místě děje a za jakým účelem, jsou často nedostatečné nebo zcela chybí. Za nejzávažnější problém tohoto typu považuji skutečnost, že při zavedení symbolů  $a_r(i+1)$  na s. 8 uvádí autorka pouze matoucí komentář, co je to za objekty, a čtenáři není vůbec jasné, k čemu slouží, zda jsou nějak dané nebo zda jejich hodnoty budeme teprve hledat, zda a proč tyto hodnoty nezávisí na  $n$  a podobně. Má údajně jít o koeficienty pravděpodobnostní vytvářující funkce – jaké?

**Práce se zdroji.** Použité zdroje jsou řádně citovány.

**Formální úprava.** Formální stránka práce je na dobré úrovni, pouze upozorňuji, že číslované odkazy na rovnice je zvykem psát v závorkách. Jazykovou úroveň nehodnotím – práce je psána ve slovenštině.

### PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

Z textu předložené práce je znát, že autorka se soustředí na matematickou část práce a nedoceňuje důležitost vysvětlujících komentářů. Pro čtenáře je nepříjemné už to, že základní motivace pro použití uvažovaného modelu (sdílení infikovaných jehel) je v úvodu práce popsána jen v náznaku, respektive popis není dostatečně srozumitelný. Teprve na s. 14 se dostatečně vyjasnilo, jaký význam má v této interpretaci bílá koule, černá koule, tažení koule, ...

Některá místa by také zasloužila větší pečlivost autorky – jde konkrétně například o chybějící informaci o definičním oboru funkcí (na mnoha místech práce), zdůvodnění záměny sumy a derivace v důkazu věty 1, přibližná versus přesná rovnost ve vzorci (2.7), neuvádění, jaké náhodné veličině odpovídá pravděpodobnostní vytvářující funkce (na mnoha místech, např. v popisu tabulky 2.1), jednorázové a málo vysvětlené přepnutí do řeči kuliček a přihrádek nahoře na s. 12, ...

Autorka na dvou místech uvádí, že opravuje chybný vzorec pro asymptotický rozptyl v původním článku. Považuji za velkou škodu a velký problém, že svůj—údajně správný—vzorec neodvodí důkladně, pouze hrubě naznačí způsob odvození. Pro čtenáře je potom pracné se přesvědčit, zda je

vzorec v předložené práci skutečně správný. Zde mohl být výrazný přínos autorky, tato možnost však zůstala nevyužita.

Zarážející potom je, že na s. 20 autorka uvádí vzorce pro střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny  $Y_{n_1,i}$ , které se liší od vzorců uváděných v článku Gani (2002). Tento rozdíl však autorka nijak nekommentuje a netvrdí, že opravuje chybný vzorec z článku. Jak to tedy je – který vzorec je správně a co je důvodem jejich odlišnosti?

Dále, název podkapitoly „Aplikace modelu“ je zavádějící, jde pouze o simulaci modelu, ne aplikaci na reálná data.

V práci jsou odvozeny vzorce pro střední hodnotu a rozptyl uvažovaných náhodných veličin – proč jsou v simulačních studiích zkoumány jen empirické průměry a ne empirické rozptyly?

Dotazy, které mohou zaznít u obhajoby, jsou následující:

1. Jaký je význam hodnot  $a_r(i+1)$  zavedených na s. 8?
2. Jak přesně probíhá výpočet  $\lim_{i \rightarrow \infty} \text{var } Y_{n,i}$  na s. 13? Prosím o podrobnější zdůvodnění než je v textu práce.
3. Prosím o přesnou definici sdružené pravděpodobnostní vytvořující funkce, která se používá od s. 17 dále. Například jako analogii definice 1. Dále prosím o podrobné zdůvodnění, proč platí vzorec (3.1) na s. 17.
4. Na s. 19 dole autorka uvádí, že vektor  $(Y_{n_1,i}, Y_{n_2,i})^T$  má multinomické rozdělení. To není pravda. Proč?
5. Vzorce pro střední hodnotu a rozptyl uvedené na s. 20 se liší od vzorců v článku Gani (2002). Viz komentář výše. Znamená to, že vzorce v původním článku jsou chybné?
6. Na s. 21 autorka uvádí, že „nakonec určíme očekávanou hodnotu počtu nakažených osob, když rozdělujeme  $i$  jehel mezi první a zároveň druhou skupinou“, vypočítává však  $\mathbb{E}[Y_{n_1,i}Y_{n_2,i}]$ . Jak tato hodnota souvisí s „očekávanou hodnotou počtu nakažených osob...“?

## ZÁVĚR

Přes uvedené výhrady soudím, že předložená práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci na MFF UK. Doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze, dne 30. 8. 2016

RNDr. Jiří Dvořák, Ph.D.