

POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Autor práce	<i>Bc. Dalibor KOKEŠ</i>
Název práce	<i>Didaktika výuky hyperbolických funkcí pro střední školy</i>
Autor posudku	<i>Mgr. Derek PILOUS, Ph.D.</i>

Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)

V Abstraktu (který má charakter spíše krátkého úvodu) a samotném Úvodu autor formuluje cíl práce takto: „poskytnout variantu výuky tohoto tématu (hyperbolických a hyperbolometrických fcí, pozn. autor posudku) na běžné střední škole, a to ve velmi omezené časové dotaci“. Tomuto poměrně slabému cíli dostal (jsme-li ochotni čtrnáct hodin výuky považovat za „velmi omezenou časovou dotaci“), účelnost jeho zpracování je však problematická. Nejbližší reflexi splnění cíle je tvrzení v Závěru, že navržená koncepce splňuje požadavky, které na ni autor kladl.

Obsahové části (úplnost, relevance, řazení) a odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)

Práce je obsáhlá, kromě Úvodu, Závěru a příloh obsahuje sedm kapitol. První je věnována historii hyperbolických funkcí. Je velmi stručná (4 strany), avšak dobře zpracovaná a pro práci tohoto typu zcela postačující.

Druhá kapitola má být shrnutím motivace pro výuku hyperbolických funkcí, z tohoto hlediska ji však považuji za nedostatečnou. Uvádí totiž pouze několik příkladů výskytu hyperbolických funkcí kolem nás (řetězovka, její použití v architektuře, rychlost oceánských vln), aniž by bylo zřejmé, proč, jak autor opakovaně zdůrazňuje, nejde např. o funkci kvadratickou, především ale nepřináší problémy, které by u žáků vzbudily potřebu konceptu hyperbolických funkcí. Ve skutečnosti to na úrovni střední školy není ani prakticky možné – potřeba těchto funkcí vzniká systematicky až s řešením jisté třídy diferenciálních rovnic (řadu problémů na tyto rovnice vedoucích uvádí autor v sedmé kapitole, které má být právě možným rozšířením tématu pro studenty seznámené se základy integrálního počtu). Je proto otázka, zda je toto téma pro střední školu skutečně vhodné.

Ve třetí kapitole se autor věnuje zápisu a symbolice hyperbolických a hyperbolometrických funkcí, což je vzhledem k neustálenosti značení poměrně obsáhlé téma. Autor jej zpracoval vyčerpávajícím způsobem: přibližuje historický vývoj a uvádí nejen varianty názvů používaných pro tyto funkce v různých zemích, ale také v počítačových programech, ve kterých lze s těmito funkcemi pracovat. Zvláštní je, že jsou v této kapitole zařazeny grafy všech h. a h. fcí, ačkoli jejich definice nikoli, přičemž grafy se opakují v následující kapitole.

Čtvrtá kapitola popisuje prostředky, které autor při výuce použil. V první části popisuje použití MS Excel (kterému dal z ne zcela předvídavých důvodů přednost před GeoGebrou, kterou jinak v rámci kurzu použil také) pro vykreslování grafů a tvorbu šablon funkcí. Druhá část je návrhem učebního textu o h. a h. fcích. Tuto část považuji za zdaleka nejslabší část práce. Problematický je už výběr obsahu (vůbec neobsahuje definici jiných hyperbolometrických funkcí než $\operatorname{argsinh}$, zato několik témat, která s h. a h. fcemi přímo nesouvisí a měla by být probrána dávno před nimi, jako definice definičního oboru a oboru hodnot nebo lineární transformace grafů funkcí; dochází i k takovým situacím, kdy $\operatorname{argcosh}$ není v bodě mu věnovaném vůbec definován a tento bod začíná přímo cvičením „Sestrojte graf $y=\operatorname{argcosh} x$ “, ačkoli to není možné ani v případě, že čtenář z kontextu vyrozumí, že má jít o inverzi k \cosh , neboť tato funkce není prostá a výběr prosté větve pro definici inverze je arbitrární), stejně tak jeho řazení (např. def. obor a obor hodnot jsou zavedeny kdesi uprostřed textu mezi zavedením základních funkcí a jejich restrikcemi a lin. transformacemi, řazení těchto transformací je též nelogické). Autor používá nestandardní značení a

terminologii („výpis z funkce“, „ortonormální graf“, „vzor“ a „obraz“ u obecné relace, která není zobrazením, „hustší měřítko“, „rovnice funkce“, „obor kořenů“; množiny (včetně těch s ustáleným značením, jako \mathbf{R}) autor značí psacími verzálkami a ještě tvrdí, že skutečný standard – tiskací verzálky – jsou používány jen „občas z důvodu možností fontu“ a že se mu toto značení „nejeví vhodným“ (bez zdůvodnění); za „lineární úpravu“ označuje jen přičtení konstanty, násobení konstantou odděluje zvlášť). Text obsahuje i řadu nelogičností a nekonzistencí (hyperbolické funkce prý nabourají představu, že „typy funkcí jsou rozříděny do disjunktních skupin, jakými jsou např. polynomy, goniometrické funkce, mocninné funkce atd.“ – polynomy a mocninné funkce disjunktní nejsou, takže pokud někdo takovou představu má, není jasné, proč by ji měly nabourat právě hyperbolické funkce (nemluvě o tom, že o disjunkci má smysl hovořit u množin či tříd, ne „skupin“); při zakreslování def. oboru a oboru hodnot do grafu fce je obor hodnot značen stejnou barvou jako graf, definiční obor jinou; při zavádění dalších goniometrických funkcí ze sin, cos je užitá proměnná, při zavádění hyperbolických funkcí nikoli; o rovnicích a nerovnicích autor tvrdí, že na rozdíl od funkcí mají jen definiční obor a ne obor hodnot; „Graf funkce $g : y = f(x-a)$ získáme z grafu funkce $f : y = f(x)$ posunutím ve vodorovném směru o délku a . Je-li $a > 0$, posuneme doprava, v případě $a < 0$ doleva“ – jak vypadá posunutí o délku -1 doleva?; není jasné, jaký je rozdíl mezi tím, co autor značí jako Cvičení a Ukázku). Nejvážnější jsou ovšem jasné matematické chyby (nesmyslná definice „oboru“, str. 48; chybná definice oboru hodnot, str. 49; „Hyperbolické funkce tedy vlastně patří mezi funkce exponenciální“, str. 45; chybný obor hodnot v Ukázce 2, str. 51; „Zdůvodněte, proč je funkce daná předpisem $y = -e^x - e^{-x}$ funkcí hyperbolickou“, výsledný předpis, graf a obor hodnot ke stejnému zadání, str.52-3; „Výhoda grafického řešení spočívá v tom, že přibližné kořeny jsme schopni získat vždy, když dovedeme sestavit grafy obou stran“ (není pravda u špatně podmíněných úloh); „Dokažte, že platí: $\sinh x - \cosh x = 1$ “, str. 65; předpisy funkcí f a g pod obrázky na str. 69 a 70 (kapitola 5) neodpovídají grafům). Nejsystematičtější matematickou chybou, které se autor dopouští, je zaokrouhlování. Zjevně si není vědom toho, že má smysl jen tam, kde postačuje přibližné řešení, tedy v praktických úlohách, kde je výsledek na vstupu spojitě závislý. Použití zaokrouhlených hodnot v tvrzení o oboru hodnot funkce či řešení rovnice (str.50, 51, 63) je však velmi hrubou chybou, kterou autor v roli učitele přenáší na žáky, neboť na straně 89 procvičování zaokrouhlování explicitně jmenuje jako jeden z cílů výuky h. a h. funkcí.

Pátá kapitola je metodická – popisuje podrobně plán výuky h. a h. fcí ve čtrnácti vyučovacích hodinách. Plán je velmi podrobný a promyšlený (včetně domácích úkolů, referátů studentů a písemného testování) a přímo použitelný v praxi. Budí však dojem, že je připraven pro frontální, transmisivní výuku a testy zjišťují převážně formální a procedurální znalosti. Celkově je výuka zaměřena na grafickou reprezentaci funkcí; algebraická reprezentace a práce s ní (tedy především užití platných vzorců k úpravám výrazů) je potlačena.

Šestá kapitola je věnována evaluaci pokusného kurzu, který podle svého návrhu z předchozí kapitoly autor vedl na gymnáziu v Rumburku. Hodnoceny jsou výsledky čtyř písemných testů, jiné parametry (průběh hodin, kvalita domácích prací a referátů) sledovány nebyly. Autor popisuje a obrazovým materiálem ilustruje chyby, kterých se studenti dopouštěli, nijak hlouběji je však neanalyzuje a nesnaží se najít jejich příčiny. Ukazuje však, že si je vědom toho, že h. a h. fce na střední škole mají sloužit především k procvičování starší, základnější látky z funkcí (kam ovšem podle mého nevhodně zařazuje i zmíněné zaokrouhlování).

Sedmá kapitola je věnována aplikacím h. a h. funkcí. Jde o konkrétní, převážně fyzikální úlohy, ve kterých tyto funkce figurují jako řešení diferenciálních rovnic. Rovnice však nejsou sestavovány ze zadání úlohy, nýbrž přímo opsány i s výsledkem ze vzorových řešení v literatuře, a to i v úloze vůbec, odvození předpisu řetězovky.

Přínos (originalita, použitelnost apod.)

K autorem zamýšlenému užití práce, tedy vzoru pro výuku h. a h. funkcí na střední škole, jsem především kvůli tématu samotnému a částečně kvůli jeho zpracování skeptický. Domnívám se, že lépe je práce použitelná v analytických předmětech na vysoké škole, kde ji lze užít jak v základním kurzu elementárních funkcí, tak později při procvičování aplikací diferenciálních rovnic. Pokud by se autor rozhodl práci rozšířit, doporučil bych mu zabývat se užitím cyklometrických funkcí při substitucích v integrálech.

Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, celková úprava)

Po gramatické stránce je práce nadprůměrná, obsahuje jen zanedbatelné množství překlepů a chyb. Podobně kladně hodnotím i stránku stylistickou, byť v některých místech autor v touze po oživení příliš vystoupil z formálního stylu („Tento oddíl se zabývá především otázkou motivace žáků k výuce tohoto tématu. Je určen především učitelům, aby vstup do tématu nepřipomínal pád ze skály, ale spíše malou procházku v podhůří horského masivu“, str. 17). Méně zdařilá je typografie – ačkoli je typografická pravidla v editoru nevhodném pro sazbu matematiky jako MS Word prakticky nemožné důsledně dodržet, elementární pravidla jako sazba konstant včetně (pro hyperbolické funkce zvláště důležitého) e vzpřímeným fontem by dodržena být měla. Na to, jak silně graficky je práce zaměřena, mají obsažené grafy také poměrně slabou průměrnou úroveň (viz např. str. 51). Odkazy na literaturu jsou podle normy.

Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)

Literatura obsahuje čtrnáct zdrojů, z nichž osm je cizojazyčných (se širokým rozpětím: angličtina, němčina, ruština, francouzština, latina). Zdroje jsou základní a relevantní. Přibližně na polovinu zdrojů však není žádný odkaz v textu, takže není jasné, zda a jak byly použity.

Další poznámky

Jak plyne z výše uvedeného, práce obsahuje řadu i dosti závažných chyb a nedostatků. Ty však (s výjimkou čtvrté kapitoly) zásadním způsobem neznehodnocují její vyznění. Je zjevné, že autor na vytvoření takto rozsáhlé a různorodé práce vynaložil enormní úsilí a přes dílčí neúspěchy splnil více, než si předsevzal.

Vyjádření ke shodám v systému Theses: Žádné shody

Hodnocení: Práce splňuje podmínky kladené na závěrečnou práci. Práci doporučuji k obhajobě.

Otázky k obhajobě

1. Odkud autor převzal nestandardní značení a terminologii, které užívá?
2. Proč se autor soustředil jen na reprezentaci funkcí grafy a takřka úplně opominul pro ně platné vztahy a vzorce?
3. Studoval autor veškerou uvedenou cizojazyčnou literaturu osobně?
4. Nakolik byli autorovi nápomocni učitelé z gymnázia v Rumburku, zvláště J. Kokeš?

Datum a podpis autora posudku: Derek Pilous, 28.8.2015