Vyjádření oponenta k doktorské disertaci Mgr. Pavla Patáka

Disertační práce Pavla Patáka Využití algebry v geometrii si klade za cíl vyslovit a dokázat několik nových a zajímavých výsledků převážně týkajících se množin v R^d. Tyto věty rozsáhle zobecňují klasické výsledky, jako například ekvivalentní podmínku vnořitelnosti úplného grafu do uzavřené plochy, Radonovu větu o tom, že každých $d+2$ bodů v R^d lze rozdělit na dvě části s protínajícími se konvexními obaly, nebo Hellyho větu, že každý konečný systém konvexních množin v R^d s prázdným celkovým průnikem musí obsahovat $d+1$ množin, které už také mají prázdný průnik. Dokázaná zobecnění nahrazují původní jednoduché podmínky (například konvexnost) podmínkami topologickými (nerovnostmi závisejícími na Bettiho číslech). Techniky důkazu pocházejí taktéž z algebraické topologie.

Rozsah práce je nadstandardní, navíc téměř polovina textu připadá na důkazy. Tři nejrozsáhlejší a nejtechničtější (věta 2.12, věta 3.26 a tvrzení 6.10) mají každý přes 10 stran a využívají řadu originálních myšlenek, které jsou obsahem dalších pomocných tvrzení. Autor práci nerozmělňuje vypisováním definic a vět ze základních učebnic a jiných zdrojů, ale věnuje velkou péči tomu, aby čtenáři poskytl motivaci i intuici, jak za svými výsledky, tak i za metodami vyvinutými k jejich dosažení. Komplikovanější myšlenky jsou pečlivě ilustrovány na jednoduchých příkladech a obrázcích, každý delší důkaz je nejprve nastíněn formou osnovy nebo neformálního vysvětlení hlavní idey, autor nešetří rekapitulacemi, příklady a protipříklady, nabízí varianty téhož tvrzení či pojmu a pečlivě vysvětluje, v čem je která výhodnější.

Úvodní kapitola slouží jako přehled, jak struktury práce a jejích hlavních výsledků, tak historického a myšlenkového vývoje, který autora ke studiu těchto témat vedl. I čtenář, který se v oboru nepohybuje, si díky ní může vytvářet vlastní neformální či zjednodušené představy přibližující mu obsah obecných tvrzení. Je zde uvedeno velké množství související literatury, většinou alespoň se stručným nástinem vztahu k autorově práci, a také několik důsledků obecné věty Hellyho typu. Je škoda, že rozsah práce dovolil zmínit se o aplikacích Hellyho věty a jejích variant jen heslovitě, ale je to pochopitelné vzhledem k tomu, že tématem práce je zobecnění této věty a nikoli použití. Dalším dokladem autorovy snahy všemožně usnadnit čtenáři porozumění celého textu, včetně technických pasáží, je šestistránkový přehled veškerého použitého značení na konci práce.

Text je čtivý a působí vyladěně, chyby, pokud jsem na ně narazil, byly spíše drobnosti (například na straně 5, sedmém řádku by patrně místo "map"mělo být "embedding", na straně 9, šestém řádku místo cl asi wcl a v seznamu značení z kapitoly 3 by místo $Z_l^O(K;\mathbb{F})$ mělo být $Z_l^O(X;\mathbb{F})$).

Výsledky práce byly publikovány formou dvou článků s renomovanými spoluautory ve sborníku hlavní oborové konference výpočetní geometrie, což dokládá jejich původnost a hodnotu pro odbornou komunitu. Bylo by dobré, kdyby v rámci obhajoby autor řekl něco o vzniku práce a podílu svém a ostatních spoluautorů na výsledcích v ní prezentovaných, v textu práce jsem tyto informace nenašel.

Práce splňuje všechny požadavky na disertační práce kladené a hodnotím ji (v aspektech, které mohu posoudit) jako vysoce nadprůměrnou. Autor prokázal nejen to, že má rozsáhlý přehled ve svém oboru a je schopen přicházet s novými výsledky a metodami, ale také že umí to vše velmi dobře prezentovat. Proto vřele doporučuji, aby mu byl po úspěšné obhajobě udělen titul PhD.

V Praze dne 8. 9. 2015

Mgr. Dalibor Šmíd, PhD.
Matematický Ústav Univerzity Karlovy v Praze