

Využití algebry v geometrii

Pavel Paták

Katedra: Katedra algebry

Vedoucí disertační práce: Mgr. Pavel Růžička, Ph.D., Katedra algebry

1 Abstrakt

V této práci jsme vyvinuli metodu, která kombinuje algebru, algebraickou topologii a kombinatoriku a vede k výsledkům o nevnořitelnosti. Klíčovou novinkou našeho přístupu je studium nevnořitelnostních argumentů z homologického úhlu pohledu. Sílu tohoto přístupu demonstrujeme dokázáním dvou nových zajímavých vět.

Prvně ukážeme, že k -dimenzionální skeleton $\left(b\binom{2k+2}{k} + k + 3\right)$ -dimenzionálního simplexu nejde vnořit do variety M dimenze $2k$ s Bettiho číslem $\beta_k(M; \mathbb{Z}_2) \leq b$. Jde o první konečný horní odhad pro Kühnelovu domněnku o nevnořitelnosti simplexů do variet.

Poté dokážeme obecnou větu Hellyho typu pro množiny v \mathbb{R}^d : Existuje funkce $h(b, d)$ taková, že kdykoli máme konečný systém \mathcal{F} množin v \mathbb{R}^d takový, že $\beta_i(\bigcap \mathcal{G}; \mathbb{Z}_2) \leq b$ pro všechny $\mathcal{G} \subsetneq \mathcal{F}$ a všechna $0 \leq i \leq \lceil d/2 \rceil - 1$, pak Hellyho číslo systému \mathcal{F} je nejvýše $h(b, d)$. Pokud nás pouze zajímá, zda je Hellyho číslo omezené, tato věta shrnuje širokou třídu dřívějších vět Hellyho typu pro množiny v \mathbb{R}^d .

Klíčová slova:

Homologická nevnořitelnost, věty Hellyho typu, Kühnelova domněnka