

POSUDEK DOKTORSKÉ PRÁCE “RELATIONAL APPROACH TO UNIVERSAL ALGEBRA”

JAKUB OPRŠAL

Práce je rozdělena do tří, relativně nezávislých kapitol. V první z nich jsou definovány variety určené lineárními identitami (resp. identitami výšky 1). Je ukázáno, že kongruenční regularitu nebo kongruenční uniformitu nelze popsat pomocí lineárních mal'cevských podmínek. Dále jsou studovány mal'cevské podmínky v souvislosti se svazem interpretability variet. Je ukázáno, že linearita mal'cevských podmínek není nutně zachována průseky tohoto svazu.

Ve druhé kapitole jsou studovány filtry ve svazu interpretability indukované mal'cevskými podmínkami, konkrétně otázka, kdy jsou komplementární ideály uzavřené na spojení lineárních, případně idepotentních variet. Je ukázáno, že tomu tak je v případě filtru n -kongruenčně permutabilních variet, filtru všech variet splňujících netriviální identity ve svazech kongruencí a v případě filtrů variet jejichž algebry mají polynomiálně omezené množství podsoučinů. V závěrečné části první kapitoly je diskutována Taylorova hypotéza, že kongruenčně modulární variety tvoří prvofiltr, tj., že bloky variet, které nejsou kongruenčně modulární tvoří idál ve svazu interpretability. Toto je ukázáno pro lineární nebo idempotentní variety.

Poslední kapitola je věnována teorii komutátorů. Každé n -tici $\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}$ kongruenci dané mal'cevské algebry \mathbf{A} je přiřazena kongruence $[\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}]$ nazývaná komutátor této n -tice. Tento komutátor je posán pomocí 2^n -ární relace $\Delta(\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1})$. Daný popis je použit jednak k ověření různých vlastností komutátorů, jednak k charakterizaci supernilpotentních algeber v některých varietách algebra s polynomiálně omezeným množstvím podsoučinů.

Domnívám se, že se jedná o vynikající práci, kterou student prokázal schopnost kvalitní vědecké práce. Výše uvedené výsledky jsou netriviální vyžadující jednak hluboké pochopení související rozsáhlé teorie, jednak schopnost řešit obtížné problémy. V práci je několik drobných překlepů a některé formulace mi nebyly zcela srozumitelné, to lze však považovat za nepodstatné. Celkově jsem tedy přesvědčen o kvalitě práce a rozhodně ji navrhuji uznat jako práci doktorskou.

Pro úplnost uvádím několik drobností, které jsem v práci zaregistroval:

Theorem 1.2.3: the class of models **upravit na** the class of all models

Theorem 1.4.2: congruence regular **změnit na** congruence singular

Strana 21, před Theorem 2.3.7: ... we can get the following by combination of the above proposition and Theorem 2.3.5 **přidat** and Theorem 2.3.1.

Strana 22, odstavec před Lemmatem 2.3.10: Autor se snaží vysvětlit důkaz Věty 2.3.9. Bylo by vhodné upřesnit, kterého kroku důkazu se daná poznámka týká a jak je použito Lemma 2.3.10?

Strana 23, řádek -5: Co je přesně míněno vlastní podmnožinou; to že $\emptyset \neq U \subseteq A$ (jak je uvedeno), nebo že $\emptyset \neq U \subsetneq A$?

Strana 27, řádek 21: We will prove a generalization of this result to linear varieties that do have to be idempotent, **tady by mělo být spíše ...** that do not have to be idempotent.

Mgr. Pavel Růžička, Ph.D.