

Název práce: Problém realizace von Neumannovsky regulárních okruhů

Autor: Samuel Mokriš

Katedra: Katedra algebry

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Pavel Růžička, Ph.D., Katedra algebry

Abstrakt: Každému okruhu R s jednotkou lze přiřadit komutativní monoid $\mathcal{V}(R)$ tříd izomorfismů konečně generovaných pravých projektivních R -modulů. Příslušný monoid je redukován s jednotkou, v případě von Neumannovsky regulárních okruhů má navíc Rieszovu zjemňovací vlastnost. Práce se zabývá otázkou, za jakých podmínek je naopak redukován komutativní zjemňovací monoid s jednotkou realizovatelný jako $\mathcal{V}(R)$ nějakého von Neumannovsky regulárního okruhu či dokonce regulární algebry, zejména pro spočetné monoidy. Jsou uvedena dvě možná zobecnění konstrukce $\mathcal{V}(R)$ pro okruhy bez jednotky a je rozebrán vztah mezi nimi. Za tímto účelem jsou rozvíjeny vlastnosti okruhů s lokálními jednotkami a modulů nad takovými okruhy. Dále je v práci předvedena konstrukce leavittovských algeber cest nad orientovanými grafy s násobnými hranami a konstrukce monoidu asociovaného s grafem, který je izomorfní monoidu $\mathcal{V}(R)$ leavittovské algebry cest nad týmž grafem. Tyto metody jsou využity k předvedení, jak realizovat direktní sjednocení konečně generovaných volných komutativních monoidů jako $\mathcal{V}(R)$ pro regulární algebru nad libovolným tělesem. Rovněž je v práci prezentován způsob, jak konstruovat redukované komutativní zjemňovací monoidy, které nejsou realizovatelné jako $\mathcal{V}(R)$ pro regulární algebry nad žádným nespočetným tělesem. Na závěr práce je popsán monoid $\mathcal{V}(R)$ algebry R nad spočetným tělesem sestrojené Chuangem a Leem.

Klíčová slova: von Neumannovsky regulární okruh, zjemňovací monoid, leavittovská algebra cest, moritovská ekvivalence okruhů bez jednotky