

VYJÁDRĚNÍ ŠKOLITELE K DOKTORANDOVÍ NGUYEN DUC HUYOVI  
A JEHO DISERTAČNÍ PRÁCI "EXISTENCE AND REGULARITY  
OF SOLUTIONS TO A CLASS OF GENERALIZED STOKES SYSTEMS"

Doktorská disertační práce pana Nguyen Duc Huye je věnována jednomu zobecnění stacionárního lineárního Stokesova systému

$$(1) \quad -\operatorname{div} A \nabla u + B \nabla p = f; \operatorname{div} u = g.$$

V první kapitole autor uvádí podmínky, za nichž existuje řešení soustavy (1) a studuje vyšší hladkost řešení v Sobolevových prostorech  $W^{k,2}(\Omega)$  a v Morreyových prostorech  $L^{2,\lambda}(\Omega)$ . V první části autor ukazuje, že je-li matice  $B$  nulová, nemusí řešení soustavy (1) existovat. Předpokládám, že obdobný příklad lze sestavit pro každou singulární matici  $B$ . To je důvod, proč jsou v práci studovány pouze systémy s regulární maticí  $B$ . Ve druhé části první kapitoly je pro tento případ dokázána regularita řešení v Sobolevových prostorech klasickou metodou konečných diferencí např. podle [24]. V následující části je dokázána regularita v Morreyových prostorech. Obdobné výsledky zahrnující hölderovskost gradientu rychlosti byly pro Stokesův problém s nelinearitou typu konvektivního členu publikovány v citované práci [13]. Důkaz se opírá o "hraniční verzi" Campanatových nerovností. Ty jsou v práci [13] uvedeny se zásadní chybou v důkazu a není jasné, zda tyto odhady platí. Z tohoto důvodu v disertační práci chybí analogie věty 1.6 u hranice.

Druhá kapitola je věnována částečné regularitě stacionárních řešení systémů mechaniky tekutin, jejichž viskozita závisí kromě symetrického gradientu rychlosti i na tlaku. Tato teorie je technicky značně komplikovaná. Zde je studován jednodušší případ, kdy zkoumaná část hranice leží v nadrovině  $x_d = 0$ . Autor nejprve dokazuje vyšší diferencovatelnost řešení metodami analogickými druhé části kapitoly 1. K důkazu částečné regularity volí tzv. nepřímý důkaz. Základním krokem je zde studium poklesu lokální energie se zmenšujícím se poloměrem okolí daného bodu. Po vhodném přeskálování se ukáže, že rozhodující vliv má linearizovaný systém, který je systémem (1). Hlavním výsledkem je charakterizace regulárních bodů, na jejichž okolí je gradient rychlosti a tlak hölderovský a odhad Hausdorffovy míry množiny singulárních bodů.

Doktorand se věnoval tématu své disertační práce velmi pečlivě. Vzhledem k volbě tématu bylo třeba, aby prostudoval poměrně rozsáhlé partie teorie parciálních diferenciálních rovnic i mechaniky tekutin a některé z nich modifikoval. Ve druhé kapitole zvolil odlišnou definici lokální energie s netradičním důkazem základního lemmatu.

Autor prokázal, že je schopen samostatné práce i v technicky velmi náročné problematice. Předložená práce splňuje kritéria požadovaná zákonem.

V Praze 13.7.2006