Oponentský posudek disertační práce Mgr. Ondřeje Liberdy

„Kontinuace invariantních podprostorů“

Práce se zabývá algoritmy pro určení scénáře bifurkací nelineárních dynamických systémů (ODR) v závislosti na parametru. Pro malé systémy obyčejných diferenciálních rovnic je samozřejmě jednodušší najít všechna vlastní čísla linearizace, tato práce si klade za cíl řešit problém pro systémy velké, které vznikají např. prostorovou diskretizací (metoda přímek) dynamických systémů popsaných parciálními diferenciálními rovnicemi. To je motivace autora a práce je z tohoto hlediska aktuální.

Práce sestává ze dvou částí, z úvodního českého textu (20 stran), který shrnuje výsledky uvedené ve druhé části, kterou tvoří 5 příloh – publikovaných prací autora v angličtině z let 1999 – 2003, položky [13], [11], [10], [9] a [14] v seznamu literatury na straně 19.

Základní myšlenkou práce je metoda kontinuace invariantních podprostorů matice linearizace v závislosti na parametru (samozřejmě jako nadstavba ke kontinuaci stacionárních řešení úlohy). Jsou navrženy tři paralelní postupy, metoda rekurzivních projekcí, metoda založená na vroubeném Bartelsově-Stewartově algoritmu a metoda založená na řešení Riccatiovy rovnice.

Metoda rekurzivních projekcí (RPM), viz [15], byla navržena jako kontinuační metoda stacionárních stavů, která současně indikuje linearizovanou stabilitu řešení. V pracích [13], [11], [10] si autor uvědomoval slabiny RPM. Klasická RPM úlohu formuje jako hledání pevného bodu pro fixovaný parametr. Indikátor stability hledá dominantní invariantní podprostor přeformulované úlohy. Vztah mezi spektry původní a přeformulované úlohy může být velmi komplikovaný. Autor uvádí příklady, že Hopfovy bifurkační body RPM indikuje nepřesně z výše uvedených důvodů. Autor zformuloval vlastní modifikaci RPM, viz [9]. Nazval ji *Projected RPM*. Indikátor stability je založen na Cayleyově transformaci [6]. Tuto transformaci lze chápat jako *předpodmiňovač* Projektované RPM. Výsledná metoda je časově náročnější než klasická RPM, ale je velmi přesná. V článku [9] je rovněž analyzována konvergence.

Druhá metoda je kontinuační metoda typu prediktor-korektor. Je založena na vroubeném Bartelsově-Stewartově algoritmu, viz [2]. Algoritmus předpokládá, že báze invariantního podprostoru má pevnou dimenzi. Báze invariantního podprostoru by měla obsahovat prvky spektra s nezápornou reálnou částí, které rozhodují o změně stability. Ale tato informace je parametricky závislá. Podstatným přínosem autora disertace je adaptivní technika změny báze invariantivního podprostoru. Báze nemá konstantní dimenzi a obsahuje zaručeně všechny vlastní vektory s potenciálně kladnou reálnou částí příslušného vlastního čísla. Příslušný algoritmus je založen na vhodně projektované Cayleyově transformaci a je publikován v [14]. Ondřej Liberda preferuje [14] před [19]. Argumentuje výsledky numerických experimentů, přesněji velikostí diskretizačního kroku modelových úloh, které [14] resp. [9] dokáže zvládnout.

Třetí kontinuační technika je uvedena pro úplnost. Je to opět metoda typu prediktor-korektor, viz [5]. Jak v prediktoru tak v korektoru se požaduje řešení Riccatiovy rovnice. V disertaci [3] je ukázáno, že akci korektoru lze podstatně vylepšit jistým vroubením Riccatiovy rovnice.

Ondřej Liberda ukázal, že korektor z metody [3] lze (v jistých případech) interpretovat jako korektor metody [2] (s pevnou dimenzí báze) viz tvrzení na str. 16.

Disertace je zpracována pečlivě a přehledně, někdy jsou výsledky v přílohách prezentovány stručně (patrně omezením počtu stránek). Algoritmické zpracování a příklady použití metod jsou nové. Dvě poslední práce v přílohách byly publikovány v impaktovaných časopisech kde prošly náročným recenzním řízením. Disertace prokazuje předpoklady autora k samostatné tvůrčí práci v oboru. Nenašel jsem v ní kromě několika překlepů chyby.

Jako podklad k diskusi při obhajobě navrhuji, aby se uchazeč vyjádřil k následujícím otázkám:

1) Jaké jsou schopnosti metody v [14] s ohledem na dimenzi problému a lze v tomto kontextu říci něco o konvergenci metody?
2) Jak časově náročná je Cayleyova transformace v této metodě?
3) Jak často se v uváděných úlohách aktualizovala dimenze invariantního podprostoru?
4) Jak vylepšit metodu, aby sama detekovala, že spočítala „parazitní" řešení, viz např. body B a D v obr. 4 (Příloha B)

Ondřej Liberda prokázal v disertační práci schopnost samostatné výzkumné práce, vyřešil obtížný a aktuální matematický problém. Proto doporučuji disertační práci k obhajobě.

Praha 15.08.2006