

Posudek oponenta na doktorskou dizertaci:

**Navier's slip and evolutionary Navier-Stokes-Fourier-like systems
with pressure, shear rate and temperature dependent viscosity**

Miroslav Bulíček. MFF UK v Praze

Autor se zabývá problémem existence slabých řešení systému rovnic, který může být považován za vhodný model tepelně vodivé nestlačitelné kapaliny. Základním a hlavním přínosem je fakt, že koeficienty vazkosti a tepelné vodivosti mohou záviset na teplotě, tlaku a symetrické části gradientu rychlostního pole. Práce obsahuje tři nové existenční výsledky pro případy kdy: (i) koeficient vazkosti a tepelné vodivosti závisí pouze na teplotě, (ii) jsou funkcemi tlaku a gradientu rychlosti, (iii) závisí na tlaku, teplotě a gradientu rychlosti. Jednu z klíčových rolí hraje skutečnost, že autor uvažuje tzv. Navierovy okrajové podmínky. Jedná se o původní výsledky, které jsou velice zajímavé jak z hlediska teorie tak konkrétních aplikací. Autorovi se podařilo tvůrčím způsobem zvládnout náročný technický aparát používaný pro tento typ silně nelineárních rovnic a práce má vysokou úroveň.

- V úvodní části je zaveden matematický model a krátce diskutovány jeho vlastnosti. Vzhledem k tomu, že se jedná o nestandardní úlohu, čtenář by jistě ocenil, kdyby výrazy typu „popular” nebo „standard” byly doloženy konkrétními odkazy na literaturu. Za poněkud matoucí považují též formulaci v úvodu, že „NSE model ... cannot ... capture non-Newtonian fluids ...”, která vzbuzuje dojem, že tento typ tekutin nebude studován. Souhlasím též, že hodnota hustoty pro nestlačitelnou tekutinu nehraje roli, ale nezdá se mi vhodné nesprávné použití symbolu ρ^* ve systému (1.4 - 1.6). Koeficient tepelné vodivosti v (1.11) má opačné znaménko a podobných nedostatků je v práci celá řada. Klíčová podmínka o nulovosti průměru tlaku v systému (P) je ponechána zcela bez komentáře... Část o značení je poněkud nevyrovnaná. Čtenáři je podrobně vysvětlen symbol X^d , ale duální prostory $W_n^{-1,q}$ jsou zavedeny zcela bez komentáře a odkazů. Definice $W^{1,\infty}$ je navíc nesprávná (nebo alespoň vysoce nestandardní). Je ponecháno na fantazii čtenáře, jakým způsobem provede ztotožnění původních prostorů s podprostory duálů, což je podstatné např. v (2.4) a jinde. U odhadů (1.22), (1.23) i v Lemmatu B.1 autor neuvádí pro jaké hodnoty q tyto platí, u Lemmatu B.1 není navíc uveden odkaz na literaturu.

- U modelu zavedeného v sekci 2 dochází k disipaci celkové energie z důvodu nestandardních okrajových podmínek. Vzhledem k tomu, že hranice je tepelně izolována, by se dalo očekávat, že se tato část energie přemění na teplo, ale v uvedeném modelu

tomu tak není. Čtenář by jistě uvítal nějaký komentář k této skutečnosti. Vztah (2.8) je zřejmě správně, ale důkaz se v textu těžko hledá. Na pravé straně (2.11) chybí prostorový integrál a stejná chyba se dále opakuje v (2.88). Konvergence časové derivace rychlosti v prostoru $L^2(0, T; W_n^{-1,2})$ v sekci 2.2.4 nebyla dokázána (osobně si myslím, že se jedná o otevřený problém a v textu je to překlep).

- Základní a velice elegantní myšlenka reference [21] je v textu lakonicky zmíněna jako „Using the methods of monotone operators we can easily pass...” (viz sekce 3.3.1). Neškodilo by, kdyby v textu bylo jasněji naznačeno, které metody a postupy jsou přejaty a které vlastní invencí autora. Osobně si myslím, že původních myšlenek je v práci celá řada a je jen škoda, že to není v příslušné části zdůrazněno.

- Za nejprínosnější považuji výsledky v sekci 4, které jsou zcela nové. Bylo by užitečné objasnit, zda je důležité, aby koeficient tepelné vodivosti byl nulový pro nulovou teplotu jako v (4.3).

- V Lemmatech B.2 a B.3 chybí předpoklady na regularitu oblasti. Podobných opomenutí je v práci spousta. V doktorské dizertaci bych očekával větší přesnost.

Výše uvedené nedostatky jsou spíše formálního charakteru a podstatným způsobem neovlivňují kvalitu dosažených výsledků. Osobně si myslím, že se jedná o velice kvalitní práci obsahující původní teoretické výsledky špičkové úrovně. Autor prokázal, že dokáže tvůrčím způsobem používat rozsáhlý teoretický aparát moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic o osobně přispěl k jejímu dalšímu rozvoji. Je jen škoda, že celkový dojem je trochu pokazen formálními nedostatky, které by jistě nebylo těžké při větší pečlivosti odstranit. Vřele doporučuji, aby práce byla přijata jako doktorská dizertace na MFF UK v Praze a jejímu autori udělen titul PhD.

V Praze dne 6. srpna 2006

