

Prof. RNDr. Jiří Anděl, DrSc.
 studijní proděkan MFF UK
 Mat.-fyz. fakulta UK
 Praha 2. Ke Karlovu 3

POSUDEK DOKTORSKÉ DISERTAČNÍ PRÁCE MGR. MIROSLAVA BULÍČKA
 "NAVIER'S SLIP AND EVOLUTIONARY NAVIER-STOKES-FOURIER-LIKE SYSTEMS
 WITH PRESSURE, SHEAR RATE AND TEMPERATURE DEPENDENT VISCOSITY"

Práce se zabývá důkazem existence řešení evolučního systému rovnic popisujících proudění tekutiny, jejíž viskozita závisí na teplotě, tlaku a symetrickém gradientu rychlosti. Toto téma je v současné době vysoce aktuální a intenzivně se jím zabývá řada renomovaných pracovišť. Předložená práce se skládá z úvodu (číslovaného jako první kapitola) a tří následujících kapitol obsahujících hlavní výsledky. V úvodu je vysvětlen vznik studovaného modelu a důvody, které vedou k takovému zobecnění klasických Navier-Stokesových rovnic. Cílem je dokázat existenci trojice funkcí v, θ, p , které řeší ve slabém smyslu na válci $\Omega \times (0, T)$ soustavu rovnic resp. nerovnic

$$\begin{aligned} v_{,t} + \operatorname{div} v \otimes v - \operatorname{div} \nu(\cdot) Dv + \nabla p &= 0 \\ \operatorname{div} v &= 0 \\ (\theta + 1/2|v|^2)_{,t} + \operatorname{div}(v(\theta + 1/2|v|^2 + p)) - fv - \operatorname{div}(k(\cdot)\nabla\theta) - \operatorname{div}(\nu(\cdot)Dvv) &= 0 \\ \theta_{,t} + \operatorname{div}(v\theta) - \operatorname{div}(k(\cdot)\nabla\theta) - \nu(\cdot)|Dv|^2 &\geq 0 \end{aligned}$$

a splňují na $\partial\Omega \times (0, T)$ okrajové podmínky

$$\begin{aligned} (\nu(\cdot)Dvn)_\tau + \alpha v_\tau &= 0 \\ v \cdot n &= 0 \\ k(\cdot)\nabla\theta \cdot n &= 0 \end{aligned}$$

a počáteční podmínky

$$v(\cdot, 0) = v_0, \theta(\cdot, 0) = \theta_0 \text{ na } \Omega.$$

Tlak je dále normalizován podmínkou

$$\int_{\Omega} p(x, t) dx = 0$$

pro skoro všechna $t \in (0, T)$.

Ve druhé kapitole autor studuje jednodušší úlohu, kdy viskozita a koeficient tepelné vodivosti závisí pouze na teplotě a jsou shora omezené funkce, omezené zdola kladnou konstantou. Třetí kapitola je věnována případu, kdy viskozita závisí na

tlaku a velikosti gradientu rychlosti. Autor předpokládá, že tenzor napětí se chová jako gradient subkvadratické mocniny symetrického gradientu rychlosti s exponentem alespoň $8/5$ a závislost viskozity na tlaku je dostatečně malá. V závěrečné čtvrté kapitole je dokázána existence řešení pro tekutiny, jejichž viskozita a koeficient tepelné vodivosti závisí na tlaku, teplotě a symetrickém gradientu rychlosti. Předpoklady na závislost viskozity na tlaku a symetrickém gradientu rychlosti jsou obdobné předcházející kapitole s růstem $r \in (\frac{9}{5}, 2)$, koeficient tepelné vodivosti $k(p, \theta, |Dv|)$ je odhadnut mocninou θ^β pro $\beta > \frac{3-r}{3(r-1)} - \frac{2}{3}$. Za těchto předpokladů a přirozených podmínek na data úlohy je i zde dokázána ve větě 4.1 existence řešení.

Výsledky všech tří kapitol jsou původní a velmi pěkné. Čtení práce usnadňují i dodatky a stručný nástin důkazu na začátku každé kapitoly. Je škoda, že autor nevěnoval větší péči zpracování svých výsledků. V práci je poměrně hodně překlepů, značení je někde nevhodně zvolené (skalární a vektorové testovací funkce odlišené pouze tučným písmem) nebo neobvyklé (prostory, které autor značí $C^\infty(\Omega)$, jsou obvykle značeny $C^\infty(\bar{\Omega})$). Značení není v práci vysvětleno a činí definici Sobolevových prostorů i definici řešení značně nesmyslnou. Práce obsahuje řadu hodnotných výsledků a její téma práce je technicky značně komplikované, což činí autorovu snahu o stručnost pochopitelnou. I přesto se domnívám, že řada důkazů je uvedena příliš zkratkovitě a argumentace je často neúplná.

Autor přesvědčivě prokázal, že je schopen orientovat se v nové a náročné problematice a dosáhnout původních a velmi zajímavých výsledků. Ráda konstatuji, že práce svým originálním odborným obsahem bohatě splňuje požadavky, kladené na doktorské disertační práce a doporučuji, aby na základě její úspěšné obhajoby byla Mgr. Miroslavu Bulíčkovi udělena hodnost doktora.

V Praze 7. 8. 2006

