UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

FAKULTA SOCIÁLNÍCH VĚD

Institut ekonomických studií

Karel Chuchel

Předpovídání inflace pomocí Bayesovské vektorové autoregrese

Bakalářská práce

Praha 2016

Autor práce: **Karel Chuchel**
Vedoucí práce: **PhDr. RNDr. Josef Stráský Ph.D.**

Rok obhajoby: 2016

Bibliografický záznam:
Chuchel, K. (2016). *Předpovídání inflace pomocí Bayesovské vektorové autoregrese.* Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze. Institut ekonomických studií.

Abstrakt: Tato práce vyhodnocuje užitečnost vektorové a bayesovské vektorové autoregrese při předpovídání inflace v České republice jeden rok dopředu. Pro BVAR je jako apriorní rozdělení použit modifikovaný Minnesota prior. Je přizpůsoben tak, aby více zohlednil inflační cíl národní banky. Myšlenkou je, že pokud je národní banka dostatečně kredibilní, hodnota budoucí inflace se nebude příliš odlišovat od jejího cíle. VAR i BVAR ukazují zlepšení v schopnostech předpovídat oproti náhodné procházce a jednoduchému AR procesu. Optimální modely se však velice liší podle toho, zda se pro jejich evaluaci použijí či nepoužijí krizová léta. Pokud ano, všechny modely vykazují nadhodnocování předpovědí inflace pro rok 2016. Jediný model, u kterého k vysokému nadhodnocování nedochází, je model s modifikovaným apriorním rozdělením.

Klíčová slova: předpovídání, inflace, bayesovská vektorová autoregrese, modifikovaný Minnesota prior

Abstract: This thesis evaluates the usefulness of vector and Bayesian vector autoregression in forecasting inflation in the Czech republic one year ahead. The usefulness is measured by statistics which are based on pseudo out of sample prediction. Many VAR and BVAR models are estimated during analysis and the ones with the best properties are chosen. Thus the model is found by data mining. As useful as this could be, reader should have its limitations in mind. The prior used in BVAR is a modification of standard Minnesota prior. If national bank is credible enough, inflation should not be far from bank's target. Prior is thus modified in the way, which places more emphasis on inflation targeting. At the end those pseudo out of sample VAR and BVAR models proved to be better than random walk or AR process. However, the models differ based on the evaluation period we choose. If the time of financial crisis is also included in estimating process, prediction for 2016 are overestimated. Only one model gives quite good estimates – our modified prior model.

Keywords: forecasting, inflation, Bayesian vector autoregression, modified Minnesota prior

Rozsah práce: 62509 znaků.

Prohlášení

1. Prohlašuji, že jsem předkládanou práci zpracoval samostatně a použil jen uvedené prameny a literaturu.
2. Prohlašuji, že práce nebyla využita k získání jiného titulu.
3. Souhlasím s tím, aby práce byla zpřístupněna pro studijní a výzkumné účely.

V .... dne ....   Karel Chuchel

Děkuji svému vedoucímu práce, PhDr. RNDr. Josefu Stráskému Ph.D., za inspiraci, ochotu mi kdykoliv pomoci a trpělivost.

Obsah

Úvod

Inflace je veličina, která má zásadní vliv na chování ekonomických subjektů. Její vývoj určuje cenu peněz v budoucnosti a tím ovlivňuje hodnotu nynějších investic. Subjekty tak musí při svém plánování velmi pečlivě zohlednit směr, kterým se inflace může ubírat. Z pohledu národní banky pak výše inflace určuje, které nástroje monetární politiky by měla využít pro dosažení svého cíle (respektive jakým způsobem by je měla implementovat). Ať už je jejím hlavním cílem přímo udržování stabilní cenové hladiny (ČNB) či stabilní rozvoj ekonomiky (FED).

Naším problémem, kterým se v této práci budeme zabývat, je predikce vývoje inflace v střednědobém horizontu. Analýzu provedeme pouze pro Českou republiku, i když odhad implementujeme tak, abychom ho mohli v případných dalších studiích přirozeně rozšířit i na jiné státy. ČNB střednědobý horizont definuje jako období 12 – 18 měsíců v budoucnosti, my se zaměříme na spodní hranici definice a budeme odhadovat inflaci jeden rok dopředu.

Metodami, které pro předpovídání inflace využijeme bude vektorová autoregrese (VAR) a její modifikace bayesovská vektorová autoregrese (BVAR). U BVAR upravíme tzv. apriorní rozdělení tak, aby zohledňovalo více inflační cíl České národní banky. Myšlenkou je, že skutečná hodnota inflace nebude daleko od jejího cíle.

Často i složité modely nenabízejí přílišné zlepšení oproti jednoduché náhodné procházce (předpověď na příští období je nynější hodnota), a proto bude velmi důležité, abychom jejich schopnost predikce vhodně ohodnotili. Cílem práce tak bude zjistit, zda VAR a BVAR predikce je k předpovídání dobrá. Porovnáme je s předpověďmi danými náhodnou procházkou, ARIMA modelem a předpověďmi České národní banky. Pokud se BVAR v použité formě ukáže jako užitečná, může nám to přeneseně napovídat, že ČNB je v cílování inflace úspěšná.

Struktura práce je následující. Po úvodu následuje krátká motivace, v níž uvádíme, proč jsme si vybrali toto téma a o něco blíže osvětlujeme klasickou a bayesovskou vektorovou autoregresi. První kapitola obsahuje krátký teoretický popis metody VAR a BVAR. V druhé kapitole se seznámíme, s jakými daty a v jaké formě budeme analýzu provádět. Třetí kapitola popisuje přesný způsob, jakým metody implementujeme. Čtvrtá kapitola pak uvádí empirické výsledky a shrnuje z nich plynoucí závěry.

Motivace

Co se stane za týden, rok, sto let nikdo neví. Tato nejistota s sebou přináší mnoho starostí ale i výzev. Z praktického pohledu, kdo je na budoucí vývoj nejlépe připraven, získává v konkurenčním boji výhodu. Proto již od pradávna existovala poptávka po lidech, kteří byli schopni poodhalit závoj neznámé budoucnosti. Dříve tuto poptávku uspokojovali šamani, věštci či astrologové, nyní jejich místo převzali statistici a ekonometrové. Mnozí z nich by se tímto příměrem mohli cítit uraženi, ale je důležité si uvědomit, že přestože používané metody se změnily, to hlavní zůstává: Z toho co znám dnes, odhaduji co bude zítra.

Výzva odhalovat budoucí nejisté jevy byla důvodem, který přivedl autora této práce ke statistice a potažmo k tématu, kterému se na následujících stranách věnujeme. Dokáže být statistika se svým objektivním matematickým aparátem úspěšnější než šaman s kůstkami?

Z pohledu statistika hlavní roli hraje model, který slouží jako zjednodušení komplexní reality. Toto zjednodušení musí být dostatečné, abychom byli schopni výsledky rozumně interpretovat. Ale zároveň musí model obsahovat všechny relevantní informace, bez kterých by ztratil svoji vypovídající hodnotu. Jakým způsobem model sestavujeme záleží na procesu, kterým se zabýváme, a na otázce, na kterou se snažíme odpovědět. Některé metody jsou vhodnější pro popis systému a k odhadu, jakým způsobem se chová, jiné pak právě pro predikci budoucnosti.

Jaké metody použít pro naše téma? V nynější době se časové řady asi nejčastěji analyzují ve smyslu Box-Jenkinsovy metodologie (ARIMA modely). My se pokusíme implementovat méně častou metodu. Použijeme vektorovou autoregresi (VAR) a především se zaměříme na její modifikaci bayesovskou vektorovou autoregresi (BVAR). Jedním z hlavních důvodů jejich zavedení bylo pro predikci, takže v logice jejich konstrukce nemáme s použitím těchto metod problém. Zda dávají lepší výsledky než jiné metody je však nejednoznačné. Proto bude důležité porovnat metody i oproti ostatním postupům.

Metoda VAR je v podstatě rozšířením klasického autoregresního modelu (AR). V AR modelu analyzujeme jednu veličinu, jejíž současnou hodnotu vysvětlujeme pomocí minulých hodnot. Do modelu VAR vstupuje více proměnných - a protože pro každou z nich máme jednu rovnici, výsledný model tak nakonec tvoří jejich soustava. Každou veličinu kromě jejích minulých hodnot vysvětlujeme i pomocí současných a minulých hodnot ostatních veličin. VAR ve své základní podobě je tzv. ateoretická metoda. Pouze určujeme, do jaké minulosti a které veličiny do modelu vstupují, vztahy mezi nimi však nijak neomezujeme ekonomickou teorií.

Analýza výsledků probíhá po objektivním numerickém zpracování dat algoritmem metody.

VAR velmi často trpí přeparametrizací modelu. Pro každou proměnnou máme jednu rovnici, do každé rovnice vstupují všechny neznámé a různě zpožděné - což znamená, že pokud neudržíme model dostatečně jednoduchý, velmi rychle nám vzrůstá počet parametrů k odhadu. S tímto problémem si dokáže poradit bayesovská statistika skrz koncept tzv. apriorního rozdělení (v první kapitole si popíšeme jak). V bayesovské logice se na parametry díváme jako na náhodné veličiny. V apriorním rozdělení je obsažena všechna informace, která o parametrech máme ještě před sestavením modelu. Existuje mnoho možností, jak rozumně apriorní rozdělení volit. Volba je arbitrátní a záleží jen na nás, jakým způsobem chceme původní informaci o parametrech implementovat. Můžeme použít i takové rozdělení (neinformativní), které žádnou informaci do modelu nedodává.

Inspirací a motivací pro tuto práci je rigorózní práce mého vedoucího (Stráský, 2011). Použijeme podobné postupy s modifikacemi v několika důležitých bodech. Hlavním přínosem práce bude způsob, jakým zvolíme apriorní rozdělení. Naším předpokladem bude, že pokud je centrální banka dostatečně důvěryhodná, její předsevzetí, na jakou hodnotu cíluje inflaci, je dostatečně kredibilní. Pak skrze její konání a procesem sebenaplňujícího se proroctví, bude skutečná inflace velmi blízká hodnotě, kterou si národní banka dala za cíl. Proto zvolíme takové apriorní rozdělení, které dá větší "váhu"parametrům u cílování inflace.

V logice apriorního rozdělení se nám může také hodit, že si svůj inflační cíl stanovuje ČNB sama. Cíl jí neurčuje vláda a ani jeho plnění nekontroluje (jako je tomu například na Novém Zélandě či ve Velké Británii). V apriorním rozdělení se snažíme zachytit všechny dostupné informace, které máme k dispozici ještě před provedením odhadu. Pokud si národní banka svoje cíle stanovuje sama, bude nejen aktivně působit na ekonomiku, aby daného cíle dosáhla. Ona už i při stanovování cíle může zohlednit svoje domněnky a určit cíl tak, aby byl reálný s ohledem na budoucí vývoj. Tedy v apriorním rozdělení je přeneseně ukryta i informace, kterou nám poskytly centrální bankéři, kteří se odhadováním inflace živí.

Kapitola 1

VAR a BVAR

V této kapitole si v krátkosti osvětlíme teoretické základy metod, které využijeme v následujících kapitolách pro analýzu vývoje inflace. Pokusíme se především poodhalit logiku jejich konstrukce, než přesně popsat jejich statistické vlastnosti.

1.1 Vektorová autoregrese

V klasickém pojetí statistických modelů máme nějakou náhodnou veličinu Y, kterou se snažíme vysvětlit pomocí jiných veličin $X_1, ..., X_n$ ($n \in \mathbb{N}$) Například ve standardní lineární regresi předpokládáme platnost modelu

$$Y = c + \boldsymbol{\beta}^\top \boldsymbol{X} + \varepsilon,$$

kde $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_n)^\top$ jsou parametry modelu, ε je náhodná veličina se střední hodnotou 0 a nezávislá na $\boldsymbol{X}$, c je konstantní člen (intercept) a $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)^\top$.

Veličiny Y a $\boldsymbol{X}$ pak mají v modelu odlišné postavení. Konstrukcí modelu vlastně předpokládáme kauzalitu ve směru od $\boldsymbol{X}$ k Y. Což se odráží i v názvosloví, veličinu Y označujeme jako *vysvětlovanou* proměnnou (regresand), veličiny $X_1, \ldots, X_n$ jako *vysvětlující* proměnné (regresory). Jiné rozlišení je na exogenní a endogenní proměnné. Za exogenní jsou považovány takové veličiny, které přicházejí do modelu zvnějšku a endogenní takové, které jsou modelem určeny. V našem případě jsou exogenními $\boldsymbol{X}$ a endogenní Y.

VAR vychází z modelu simultánních rovnic, které zachovávají stejnou logiku, pouze pro soustavu více rovnic. Například jednoduchý systém o dvou rovnicích

$$\begin{aligned} Y_1 &= c_1 + \beta_1 Y_2 + \gamma_1 X_1 + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= c_2 + \beta_2 Y_1 + \gamma_2 X_1 + \varepsilon_2 \end{aligned}$$

Endogenní proměnné Y_1 a Y_2 jsou vzájemně provázány a do modelu ještě vstupuje exogenní X_1. Sims (1980) však rozlišení na exogenní a endogenní proměnné kritizoval. Určení, které veličiny jsou exogenní, je často velmi subjektivní a často slouží pouze pro identifikaci modelu. Pokud mezi proměnnými existuje simultánní vztah, mělo by se se všemi veličinami zacházet na stejném principu - tedy měli bychom považovat všechny proměnné za endogenní. Soustavu pak tvoří stejný počet rovnic jako veličin.

Tím se pomalu dostáváme k VAR, připojíme již jen koncept autoregresního modelu. Což je model časové řady, kdy jednu veličinu vysvětlujeme jejími zpožděnými hodnotami. Autoregresním modelem řádu p rozumíme

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^{p} \beta_i Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

kde ε_t je bílý šum. Model budeme označovat jako $AR(p)$.

Spojením výše uvedeného, pak získáváme VAR model. Model, kdy několik časových řad vzájemně provážeme do soustavy rovnic, do každé rovnice pak vstupují i opožděné hodnoty.

Definice. Mějme n časových řad $Y_{1t}, \ldots, Y_{nt}$, $t \in T$ (množina časových indexů). Vektorovým autoregresním modelem řádu p v redukované formě budeme rozumět ($p, n \in \mathbb{N}$)

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= c_1 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_{1i}^{1} Y_{1t-i} + \ldots + \sum_{i=1}^{p} \gamma_{ni}^{1} Y_{nt-i} + \varepsilon_{1t} \\ &\vdots \\ Y_{nt} &= c_n + \sum_{i=1}^{p} \gamma_{1i}^{n} Y_{1t-i} + \ldots + \sum_{i=1}^{p} \gamma_{ni}^{n} Y_{nt-i} + \varepsilon_{nt}. \end{aligned} \tag{1}$$

Ve vektorovém zápisu

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{c} + \mathbb{C}_1 \boldsymbol{Y}_{t-1} + \ldots + \mathbb{C}_n \boldsymbol{Y}_{t-n} + \boldsymbol{\varepsilon_t}, \tag{2}$$

kde $\boldsymbol{Y}_t = (Y_{1t}, \ldots, Y_{nt})^\top$, $\boldsymbol{c}$ je vektor interceptů, $\mathbb{C}_i$ matice parametrů a $\boldsymbol{\varepsilon_t}$ náhodný vektor s vlastnostmi

a) $\mathrm{E}\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{0}_{n\times 1}, \quad t \in T$

b) $\mathrm{E}\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t^\top = \Sigma_{n\times n}, \quad t \in T$ (varianční matice je v čase konstantní)

c) $\mathrm{E}\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_{t-k}^\top = \mathbf{0}_{n\times n}, \quad t, t-k \in T, k \neq 0.$ ♢

Jak si můžeme všimnout v naší definici modelu, na pravé straně každé rovnice se vyskytují pouze minulé hodnoty veličin, ne současné. Model lze definovat alternativně, kdy na pravou stranu zařadíme i současné hodnoty. (Například na veličinu Y_{1t} má vliv současná hodnota Y_{2t}, nejen Y_{2t-1}, $Y_{2t-2}, \ldots$) Poté model VAR přechází v podstatě na soustavu simultánních rovnic a předpoklady na $\boldsymbol{\varepsilon_t}$ lze velmi těžko zachovat. My budeme používat model pro predikci a proto zahrnutí současných hodnot do rovnic nedává ani smysl. Pokud by byla současná hodnota veličiny, která nás zajímá, ovlivněna především současnou hodnotou jiné veličiny, nejsme schopni její budoucí hodnotu odhadovat - potřebovali bychom nyní znát i budoucí hodnotu jiné veličiny.

Jednoduchost modelu VAR spočívá v tom, že pokud jsou jeho vlastnosti splněny, lze každou rovnici nezávisle odhadovat pomocí standardní metody nejmenších čtverců (OLS). A také standardně získat (asymptotické) rozdělení parametrů. Hlavní předmětem analýzy je však pro nás prediktivní síla celého modelu, ne vlastnosti jeho parametrů. Jakým způsobem ji budeme měřit viz kapitola 1.3.

Více o VAR a její ukázkovou aplikaci lze nalézt např. v Guajarati (2004).

1.2 Bayesovská vektorová autoregrese

Bayesovská statistika se od té tradiční (většinou označované jako frekventistická) odlišuje jedním výrazným bodem. Parametry určitého modelu nepovažuje za konstanty, ale za náhodné veličiny. Oproti tradiční statistice tak neodhaduje jedno neznáme ale předem dané číslo. Snaží se zjistit, jak jsou jeho různé možné hodnoty pravděpodobné - zjišťuje pravděpodobnostní rozdělení parametrů.

Zda je parametr konstanta nebo náhodná veličina, je z našeho pohledu spíše filozofická otázka. Vždyť i v klasickém pojetí může být přiřazení pravděpodobnosti k deterministickým jevům užitečné. Např. házeme-li standardní kostkou předpokládáme, že každé číslo 1 až 6 může padnout s pravděpodobností 1/6. Teoreticky bychom však mohli ze síly vrhu, počáteční pozice kostky, nerovností podložky či ze správného změření povětrnostních podmínek určit přesně hranu, na kterou kostka spadne. Toto je však mimo naše schopnosti a tak se spokojíme jen s pravděpodobnostmi možných výsledků. A ve stejném duchu se bayesovsky můžeme dívat na parametr jako na náhodnou veličinu.

Výhodou Bayesovské statistiky je také to, že je obecnější - konstanta je degenerovaná náhodná veličina. Vhodnou aplikací tak snadno získáme klasický model.

1.2.1 Bayesova věta

Ústředním bodem, kolem kterého je postavena bayesovská statistika, je Bayesova věta. My ji však jako větu formulovat nebudeme a uvedeme pouze její klíčovou část a osvětlíme, k čemu se dá využít. Budování matematického aparátu pro formální popis je mimo rozsah a cíl této práce. Přesné znění věty lze např. nalézt v Anděl (2007, str. 57).

Označme si naše data y a parametry modely θ. Proces, jakým způsobem jsou generována data y si můžeme charakterizovat podmíněnou hustotou $f(y \mid \theta)$. V závislosti na parametrech jsou různé hodnoty dat jinak pravděpodobné. Náš pohled však můžeme obrátit a ptát se, pokud naměříme data, co nám to říká o parametrech? Tedy jaká je podmíněná hustota $f(\theta|y)$?

Tyto dvě podmíněné hustoty pak dává do vztahu právě Bayesova věta

$$f(\theta|y) = \frac{f(y|\theta)f(\theta)}{f(y)}. \tag{3}$$

Na levé straně rovnice tak máme člen, který obsahuje informaci o parametrech poté, co získáme data (v bayesovském názvosloví se označuje jako aposteriorní hustota - anglicky posterior). Na pravé straně ve jmenovateli je člen $f(y)$, který nezávisí na θ a jedná se tak pouze o normovací konstantu, aby $f(\theta \mid y)$ byla hustotou. Často se tak Bayesova věta přepisuje jako

$$f(\theta|y) \propto f(y|\theta)f(\theta). \tag{4}$$

Vzorec (4) zdůrazňuje, že podmíněná hustota θ na y je úměrná součinu hustoty $f(y|\theta)$ a $f(\theta)$.

Člen $f(\theta)$ se označuje jako apriorní hustota (anglicky prior). Je to hustota, která charakterizuje rozdělení parametrů ještě před tím, než provedeme experiment. Což znamená, že tuto hustotu musíme mimo model buď nějakou jinou analýzou získat nebo arbitrárně určit. Právě díky různým volbám apriorních rozdělení se dá bayesovská statistika využít pro řešení rozličných problémů. Ale zároveň nutnost jeho subjektivní volby je hlavním důvodem kritiky, která na bayesovskou statistiku míří - ztrácí tímto svoji objektivnost. Tato kritika však není dostatečným důvodem, abychom v naší analýze nepoužili BVAR. Už to, jakým způsobem model sestavujeme, je přeci subjektivní. A existují možnosti, jak volit apriorní rozdělení tak, aby bayesovská statistika nebyla o nic méně objektivní než klasická.

Učebnicový výklad ohledně bayesovské statistiky a ekonometrie lze nalézt v Koop (2003).

1.2.2 Minnesota prior

Jednou z možností, jak si poradit s přeparametrizováním VAR modelů, je použít jako apriorní rozdělení tzv. Minnesota prior. Předpokládá, že každý parametr má normální rozdělení a že současná hodnota každé veličiny je nejvíce ovlivněna svou první minulou hodnotou.

V notaci vzorce (1)

$$\begin{aligned} \gamma_{ji}^k &\sim N(1, \sigma_{ji}^k), \quad i = 1, j = k \\ \gamma_{ji}^k &\sim N(0, \sigma_{ji}^k), \quad \text{jinak.} \end{aligned}$$

Index k určuje rovnici, j proměnnou a i zpoždění (*lag*). σ_{ji}^k označuje směrodatnou odchylku, která určuje, jak velká je naše nejistota ohledně hodnot parametrů.

Zatím jsme však počet parametrů v modelu nesnížili. Místo neznámých γ_{ji}^k máme neznámé odchylky σ_{ji}^k. Tvůrci Minnesota prioru (Doan a kol., 1984) navrhli elegantní způsob, jak si s tímto poradit. Směrodatné odchylky popsali jako funkci několika málo tzv. hyperparametrů

$$\sigma^k_{ji} = \theta w(k,j) i^{-\phi} \left(\frac{\hat{\sigma}_{uj}}{\hat{\sigma}_{uk}} \right), \tag{5}$$

θ	globální parametr, který snižuje/zvyšuje rozptyl všech parametrů,
$w(k,j)$	váhy vztahující se k j-té proměnné v k-té rovnici,
ϕ	parametr, který zachycuje menší vliv zpožděnějších proměnných $0 \leq \phi \leq 1$,
$\hat{\sigma}_{uj}$	odhad směrodatné odchylky založený na autoregresním modelu proměnné j.

Výchozími používanými hodnotami jsou $\theta = 0.1$, $\phi = 1$ a

$$\mathbb{W} = \begin{pmatrix} w(1,1) & w(1,2) & \dots & w(1,n) \\ w(2,1) & w(2,2) & \dots & w(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w(n,1) & w(n,2) & \dots & w(n,n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 1 & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.5 & 0.5 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Vzorec (5) nám umožňuje určovat, jaký vliv dáváme našemu apriornímu rozdělení, pouze na základě několika parametrů. Snížíme-li směrodatnou odchylku parametrů, budou mít jejich hodnoty větší tendenci být blízko své střední hodnoty. Snižováním/zvyšováním odchylek tak ovlivňujeme, jakou důvěru máme ve své prvotní předpoklady. Hyperparametrem θ ovlivňujeme směrodatné odchylky všech parametrů. Prvkem $w(k,j)$ matice $\mathbb{W}$ ovlivňujeme j-tou proměnnou v k-té rovnici. Defaultním nastavením matice $\mathbb{W}$ je hodnota 1 na diagonále, 0.5 mimo diagonálu. Tedy všem parametrům odpovídajícím veličinám, které do rovnici k vstupují pouze jako vysvětlující proměnné, snižujeme rozptyl na polovinu. Tím snižujeme vliv těchto veličin, protože říkáme, že jejich parametry jsou blíže svým předpokládaným nulovým středním hodnotám. Na k-tou proměnnou mají největší vliv lagy k-té proměnné.

Odhad $\hat{\sigma}_{uj}$ se provádí z autoregresního modelu stejného řádu jako je naše VAR (BVAR). Veličiny mohou mít jiné měřítko, a proto tento člen dělíme ještě škálovacím faktorem $\hat{\sigma}_{uk}$.

Modifikovaný Minnesota prior

Co když nám na standardním Minnesota prioru vadí, že nejvíce zohledňuje parametr u prvního zpoždění veličiny, kterou na levé straně rovnice vysvětlujeme? Je velmi užitečné, že Minnesota prior lze velmi jednoduše upravit tak, aby veličinu nejvíce ovlivňovala jiná proměnná v libovolném lagu. Bude validní například předpokládat, že na všechny veličiny má vliv především druhé zpoždění nějaké jiné veličiny. Tedy o parametrech modelu budeme předpokládat (v případě, že se jedná o veličinu z levé strany druhé rovnice)

$$\gamma^k_{ji} \sim N(1, \sigma^k_{ji}), \quad i = 2, j = 2$$
$$\gamma^k_{ji} \sim N(0, \sigma^k_{ji}), \quad \text{jinak},$$

a výchozí matice $\mathbb{W}$ se změní na

$$\mathbb{W} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 1 & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.5 & 1 & \dots & 0.5 \end{pmatrix}.$$

V případě, že chceme dávat větší důraz na jiné zpoždění než první, musíme si dobře rozmyslet, jakým způsobem budeme penalizovat vyšší lagy v (5), tedy člen $i^{-\phi}$. Je-li pro nás podstatné l-té zpoždění, variantou je snižovat význam až od $(l+1)$-ního lagu. Tedy například

$$i^{-\phi} \qquad \rightarrow \qquad \max(1, l-i+1)^{-\phi}$$

Podobným způsobem bychom postupovali, i kdybychom na každou rovnici ve VAR soustavě aplikovali jinou strukturu (jednotková střední hodnota bude pro parametr pokaždé jiné proměnné, jiného lagu).

1.3 Porovnání predikce

Predikční vlastnosti modelů bude porovnávat na základě několika statistik. Jejich výběr je standardní a jedná se o statistiky často používané.

Definice. Predikujme na časový horizont k. Z modelu získáváme pro čas t predikci f_t a porovnáváme ji se skutečnou hodnotou veličiny y_t. Porovnáváme-li je přes období $t = 1, \dots, T$, definujme

- Střední čtvercovou chybu predikce

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} (f_i - y_i)^2$$

- Střední absolutní chybu predikce

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} |f_i - y_i|$$

- Theilovu U statistiku pro predikce na k období dopředu

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{i=k+1}^{T} (f_i - y_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=k+1}^{T} (y_i - y_{i-k})^2}}$$

- D statistiku udávající poměr špatných směrů predikce

$$D = \frac{\#\ \text{špatných směrů}}{T-k}$$

$\diamondsuit$

Poznámka.

- Hlavním rozdílem MSE a MAE je v tom, že MSE více "trestá" větší vzdálenosti predikce od skutečné hodnoty.

- Theilova U statistika (často nazývaná jako Theilův koeficient) vlastně porovnává, zda náš model předpovídá lépe než (naivní) náhodná procházka. Pokud je U menší než jedna, je náš model lepší (čtverce vzdáleností predikce a skutečné hodnoty jsou menší než čtverce vzdáleností skutečné hodnoty a odhadu náhodnou procházkou). Pokud je U větší než jedna, je náš model v předpovědích dokonce horší.

- Lze se setkat i s jinou variantou U statistiky

$$U' = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{T}(f_i - y_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{T} y_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{T} f_i^2}}$$

  Tato statistika je škálována tak, aby její hodnoty ležely mezi 0 a 1. Přičemž nižší hodnoty naznačují lepší predikci (pokud jsou hodnoty predikce blíže skutečným hodnotám, čitatel ve zlomku je nižší). Interpretace této statistiky ovšem není tak jednoduchá a může být i zavádějící. Například pokud jsou všechny hodnoty f_i nebo y_i nulové, získáváme U' rovnou jedné. Posuneme-li ale jak f_i tak y_i o nějakou konstantu, může nám U' výrazně klesnout. Z těchto důvodů nebudeme s Theilovou statistikou v této formě pracovat.

- Můžeme si také všimnout, že v čitateli Theilova koeficientu je vlastně střední čtvercová chyba (až na menší počet indexů přes které ji počítáme). Protože člen ve jmenovateli odpovídající náhodné procházce se při evaluaci modelů nemění, minimalizace U statistiky odpovídá minimalizaci MSE.

- Poslední statistika, kterou použijeme, se od předcházejících poněkud liší a zaslouží si bližší popis. Budeme jí měřit, zda naše predikce odhadují správně směr, kterým se zkoumaná veličina vyvíjí. Porovnává zda, když v datech vidíme nárůst (resp. pokles) oproti hodnotě před k obdobími, je nárůst (resp. pokles) i v odpovídajících predikcích – v nynější predikci oproti predikci před k obdobími. D statistika spočítá počet časových okamžiků, kdy se predikce a realita pohybují nesouhlasným směrem, a vydělí jej celkovým počtem okamžiků. Tedy pokud $D = 0$ pohybuje se predikce po celé zkoumané období stejným směrem jako skutečnost. V případě, že $D = 1$ nepodařilo se predikci zachytit správný směr ani jednou. Nulovou změnu budeme považovat zároveň za nárůst i pokles.

Kapitola 2

Data

Pro naše odhady použijeme měsíční časové řady jejichž počátkem bude leden 1998. Toto datum bylo zvoleno ze dvou důvodů. Česká republika si v devadesátých letech prošla transformací z centrálně plánované ekonomiky na smíšenou. V transformující se ekonomice jsou odlišné ekonomické zákonitosti než v již transformované - tedy i chování inflace bude odlišné. Na konci devadesátých let již měla česká ekonomika hlavní fáze transformace za sebou. Druhým důvodem je změna politiky ČNB. Po krizi v 1997 změnila na počátku následujícího roku svůj cíl a jejím hlavním úkolem se stalo udržování stabilní cenové hladiny.

Jedním z důvodů, proč používáme měsíční data a ne například čtvrletní, je, abychom zvýšili (do jisté míry uměle) počet pozorování. Jak jsme již uvedli v minulé kapitole, model VAR je jednoduchý a snadno aplikovatelný, bohužel obsahuje velké množství parametrů, které je třeba odhadnout. Abychom toho byli schopni, potřebujeme k tomu i odpovídající počet pozorování.

Budeme předpovídat inflaci na jeden rok dopředu. Proto budeme data konstruovat tak, aby nejlépe odpovídala tomuto účelu.

Hlavním zdrojem dat pro tuto práci je databáze OECD. Její hlavní výhodou je její ucelenost a rozsáhlost. K dispozici je velké množství veličin, které mohou v modelu sloužit jako prediktory. Zároveň jsou data ve stejné struktuře k dispozici i pro jiné země než Českou republiku. Tedy můžeme zde uvedené postupy přirozeně aplikovat na další státy a získat mezi nimi relevantní srovnání. S jednou velmi podstatnou poznámkou. Pro nás hlavní veličinu, tedy inflaci, převezmeme od Českého statistického úřadu. Je to z toho důvodu, že Česká národní banka vychází ve svých zprávách a chování z dat prezentovaných ČSÚ. Naše analýza je založena na porovnávání výsledků s ČNB a pro naše apriorní rozdělení je nejpodstatnější její cílování inflace. Tedy je pro nás podstatné, abychom byli s čísly ČNB konzistentní. Vzhledem k tomu, že i OECD vychází z dat, která získává od národních statistických úřadů, nepředpokládáme, že pokud bychom zvolili "jejich"data, dostali bychom nějak výrazně odlišný výsledek. Korelace v procentuální změně indexu spotřebitelských cen mezi OECD a ČSÚ je v období od ledna 1998 do prosince 2015 (sic!) 0.997. Samozřejmě inflační cíle a odhady budoucího vývoje inflace podle ČNB, získáme přímo od národní banky.

Množství veličin, které nám OECD nabízí jako možné veličiny vstupující do modelu, však na druhou stranu přináší i problém jejich správné volby. Každá do analýzy přidaná veličina, zvyšuje možný počet modelů (kombinačním číslem). My na jednu stranu chceme výpočetní náročnost udržet na rozumné úrovni, ale samozřejmě také nechceme nějakou podstatnou proměnnou opomenout. Měli bychom uvažovat rozumně krátký seznam proměnných, které zachycují, jak vývoj ekonomiky jako celek (reálný hrubý domácí produkt, nezaměstnanost...), tak její monetární část (peněžní agregáty, úrokové sazby...).

Následuje seznam všech použitých veličin společně s krátkým komentářem k jejich formě a způsobu jejich konstrukce. Data byla stažena k 14.7.2016.

Inflace

Použijeme v nynější době nejčastěji používanou definici inflace jako přírůstek cenové hladiny. Přírůstek budeme měřit pomocí indexu spotřebitelských cen – jako procentuální změnu oproti stejnému období minulého roku. ČNB udává svůj inflační cíl právě v tomto indexu. Zdrojem dat je Český statistický úřad[1]. Alternativně zdrojem stejných dat je systém časových řad ARAD[2]. Data byla z databází získána k 14.7.2016.

Cílování inflace

Od roku 1998 prošel způsob, jakým ČNB cíluje inflaci, poměrně divokým vývojem. Pro stanovování cíle se několikrát změnila metodika. Do roku 2001 stanovovala ČNB svůj cíl v čisté inflaci, později v inflaci celkové. Lišilo se také, zda národní banka stanovovala cíl bodově nebo v pásmu, pro celé období nebo pouze pro konec roku. Tyto změny nejsou ideální pro naši analýzu. Ale nezbývá nám nic jiného, než se těmto nedostatkům přizpůsobit.

My odhadujeme inflaci jeden rok dopředu. S tímto konzistentně chceme, abychom v daném časovém okamžiku měli co nejlepší představu, jaký byl cíl ČNB jeden rok dopředu. Tedy pokud je dnes květen 2001, na jakou hodnotu ČNB cíluje inflaci pro květen 2002. K tomuto sloužily jako zdroj především zprávy o Stanovení inflačního cíle dostupné na stránkách České národní banky [3].

Prvním problémem je rozdíl mezi čistou a celkovou inflací (ve spotřebitelských cenách, CPI). Čistá inflace představuje pohyb neregulovaných cen, očištěný o vliv nepřímých daní a dotací. V tomto případě použijeme Occamovu břitvu a budeme předpokládat, že čistá inflace je dostatečně nahraditelná celkovou. Váha regulovaných cen ve spotřebitelském koši činila v době cílování na čistou inflaci cca 20 %. V období leden 2007 až červen 2016 činila korelace mezi těmito dvěma formami měření inflace 0.78.

[1] `https://www.czso.cz/csu/czso/mira_inflace`

[2] `http://www.cnb.cz/docs/ARADY/HTML/index.htm`

[3] `http://www.cnb.cz/cs/menova_politika/cilovani.html#inflacni_cile`

S dalšími nesoulady ve formě cílování inflace si poradíme následovně. Kdykoliv je cílem pásmo, bereme jako cíl střed tohoto pásma. Pokud je stanoven cíl pouze pro konec roku a ne pro celé období, lineárně interpolujeme mezi známými hodnotami. Což je konzistentní i s tím, že například v období leden 2002 – prosinec 2005 bylo stanoveno pásmo, které se rovnoměrně snižovalo z 3 – 5 % na počátku na konečných 2 – 4 %.

Předpovědi ČNB

Predikce České národní banky do našich modelů vstupovat nebude. Bude nám však sloužit pro porovnání. Chceme, aby do analýzy vstupovala data ve stejné formě jako v případě cílování. Tedy aby hodnota pro únor 2006 odpovídala předpovědi národní banky z února 2006 na únor 2007. Zdrojem jsou čtvrtletní zprávy o inflaci Česká národní banky [4]. Zprávy obsahují pouze kvartální předpovědi. Proto náš postup pro získání měsíčních predikcí je následující: Umístíme předpověď ČNB do středu čtvrtletí (únor, květen, srpen, listopad) a pak mezi hodnotami lineárně interpolujeme.

Ostatní vysvětlující proměnné pro inflaci

Zdrojem ostatních dat vstupujících do modelu je databáze OECD [5]. Výběr, jaké veličiny zvolit je v podstatě arbitrární. Navzdory přijímaným teoriím ohledně vývoje inflace, Baxa a Stráský (2014) zjistili, že do jejich nejlepších modelů nevstupuje jako vysvětlující proměnná nezaměstnanost a domácí produkt. My přesto do naší analýzy tyto veličiny zařadíme a bude zajímavé zjistit, jestli dospějeme ke stejným výsledků.

Jako jednoduchý test, zda jsme vybrali správné veličiny bude, že se podíváme na korelaci mezi nimi. Vysoká korelace by mohla naznačovat, že jedna z veličin je v modelu nadbytečná.

Celkem jsme zvolili 8 proměnných. Spolu s jejich krátkou charakterizací uvádíme i anglický název, pouze český název by mohl být v některých případech zavádějící, kterou veličinu z databáze myslíme. Přesnou metodiku dat lze najít na stránkách OECD.

a) Vývoz zboží – procentuální změna oproti stejnému období minulého roku, sezónně očištěná data. Pro malou otevřenou ekonomiku jako je ta česká je vývoj vývozu (dovozu) podstatný. (*Exports in goods s.a.*)

b) Dovoz zboží – procentuální změna oproti stejnému období minulého roku, sezónně očištěná data. (*Imports in goods s.a.*)

c) "Široké"peníze – měnový agregát M3, procentuální změna oproti stejnému období minulého roku. (*Broad money.*)

[4] http://www.cnb.cz/cs/menova_politika/zpravy_o_inflaci/

[5] http://stats.oecd.org/

d) Tříměsíční úrokové sazby na mezibankovním trhu. (*3 month interbank rate.*)

e) Jednodenní úrokové sazby na mezibankovním trhu. (*Overnight interbank rate.*)

f) Složený vedoucí indikátor - kompozicí několika dalších indikátorů se snaží zachytit změnu trendu v ekonomice. (*Composite leading indicator, amplitude adjusted.*)

g) Průmyslová produkce – procentuální změna oproti stejnému období minulého roku, sezónně očištěná data. Česká republika je stále z velké části průmyslovou zemí. (*Industrial production, s.a.*)

h) Hrubý domácí produkt – procentuální změna oproti stejnému období minulého roku, sezónně očištěná data, měřen výdajovou metodou. Data jsou dostupná pouze na čtvrtletní bázi. K získání měsíčních dat byla v tomto případě využita interpolace kubickými spliny (*Gross domestic product, s.a.*).

Poslední veličinou, která vstoupí do naší analýzy bude

i) Nezaměstnanost - podíl nezaměstnaných na obyvatelstvu ve věku 15-64.

Zdrojem pro tuto veličinu nebude však OECD ale pro svou dostupnost ARAD.

Kapitola 3

Metodika

Rozhodovacím procesem, pro určení, který model je lepší, bude pro nás pouze jeho predikční schopnost, kterou budeme měřit podle kriterií uvedených v oddíle 1.3. Jaké jsou zkušenosti s VAR a BVAR v tomto ohledu? Rigorózní práce mého vedoucího (Stráský, 2011) se touto problematikou zabývala. V jeho nastavení VAR a BVAR ukazovaly zlepšení v předpovědích oproti náhodné procházce a ARMA modelu. Srovnání VAR a BVAR navzájem pak nedávalo jasnou odpověď pro příklon k jedné z těchto metod – závěrem byla objektivní ale bohužel často používaná fráze ekonomů "to záleží". Jiné studie však nenaznačují, že by byly vektorové autoregrese obecně lepší než jiné používané postupy. Např. Mahmoud (1984) porovnával predikci několika metod podle různých kritérií, z některých hledisek byla VAR lepší než ostatní postupy, z jiných horší. My doufáme, že se pro naše predikce ukážou VAR a BVAR užitečné a BVAR ve své prezentované podobě přinese ještě další zlepšení. Tedy budeme moci souhlasit např. s Robertson a Tallman (1999), kde BVAR ukazovala lepší predikční vlastnosti oproti VAR z hlediska střední čtvercové chyby

3.1 Model

Prvním bodem, u kterého musíme v naší analýze začít, je stanovení se modelu, který budeme odhadovat. Model sestavujeme v závislosti na problematice, kterou řešíme. V našem případě odhadujeme inflaci na 1 rok dopředu. Jeden rok byl zvolen jako spodní hranice horizontu měnové politiky ČNB, který je zhruba definovaný na období 12-18 měsíců.

V celé analýze se budeme snažit mít naše předpoklady, co nejvíce ateoretické. Tedy nebudeme předpokládat strukturální vazby mezi proměnnými na základě například enomomické teorie. Záměrem je, aby co nejvíce "promlouvala" samotná data. Musíme si však dát pozor, abychom místo zákonitostí mezi zkoumanými veličinami, nenašli pouhý šum. Toto nebezpečí je přítomné především při možné přeparametrizaci modelu VAR.

V zásadě existují dva přístupy, jak z modelu předpovídat na k období dopředu.

Který přístup použijeme, tak i samozřejmě ovlivňuje konečnou strukturu modelu. Buď požadujeme, abychom byli schopni v nynějším okamžiku předpověď ihned provést z dostupných dat. Nebo předpovídáme pouze na jedno období dopředu a postupným řetězením se posouváme na období k – za neznámé vyskytující se budoucí hodnoty veličin dosazujeme jejich predikce z předchozího kroku. Pro naše měsíční data a roční předpověď je $k = 12$.

Poznámka. Nadále budeme uvažovat, že inflace v našem VAR a BVAR modelu bude veličinou, která se objevuje na levé straně v první rovnici, tedy Y_1. Pro přehlednost také dále (pokud to nebude nutné) již nebudeme uvádět celý systém rovnic, ale pouze pro nás podstatnou první rovnici.

Přímá předpověď k-kroků dopředu

Abychom byli schopni předpovídat rovnou z dostupných dat na k kroků dopředu, potřebujeme uvažovat model, kde první rovnice soustavy má tvar

$$Y_{1t+k} = c_1 + \sum_{i=0}^{p} \gamma_{1i}^1 Y_{1t-i} + \ldots + \sum_{i=0}^{p} \gamma_{ni}^1 Y_{nt-i} + \varepsilon_{1t}. \tag{6}$$

Z (6) je vidět, že pokud v okamžiku t sestavíme model a získáme z něj odhady $\hat{c}_1$ a $\hat{\gamma}_{ji}^1$ parametrů c_1 a γ_{ji}^1 $(j = 1, \ldots, n,\ i = 0, \ldots p)$, pak předpovědí pro období k bude jednoduše

$$\hat{Y}_{1t+k} = \hat{c}_1 + \sum_{i=0}^{p} \hat{\gamma}_{1i}^1 Y_{1t-i} + \ldots + \sum_{i=0}^{p} \hat{\gamma}_{ni}^1 Y_{nt-i}. \tag{7}$$

Řetězení 1-krokových předpovědí

Alternativně můžeme předpokládat klasický VAR model (1). Přepíšeme-li vztah pro první rovnici

$$Y_{1t+1} = c_1 + \sum_{i=0}^{p} \gamma_{1i}^1 Y_{1t-i} + \ldots + \sum_{i=0}^{p} \gamma_{ni}^1 Y_{nt-i} + \varepsilon_{1t}.$$

Pak předpověď o jeden krok dopředu je dána vztahem (7), kde $k = 1$. Na další krok se pak přejde přirozeně, kdy neznámé hodnoty nahradíme předpověďmi z minulého kroku. Uvědomme si však, že v tomto případě musíme provést předpovědi pro všechny rovnice soustavy VAR. Pokud přecházíme z kroku

$l \to l+1, l = 1, \ \ldots, k$

$$\hat{Y}_{1(t+l+1)} = \hat{c}_1 + \sum_{i=1}^{\min(p,l)} \hat{\gamma}_{1i}^1 \hat{Y}_{1(t+l+1-i)} + \sum_{i=l}^{p} \hat{\gamma}_{1i}^1 Y_{1(t+l+1-i)} + \ldots$$
$$\ldots + \sum_{i=1}^{\min(p,l)} \hat{\gamma}_{ni}^1 \hat{Y}_{n(t+l+1-i)} + \sum_{i=l}^{p} \hat{\gamma}_{ni}^1 Y_{n(t+l+1-i)}$$
$$\vdots$$
$$\hat{Y}_{n(t+l+1)} = \hat{c}_1 + \sum_{i=1}^{\min(p,l)} \hat{\gamma}_{1i}^n \hat{Y}_{1(t+l+1-i)} + \sum_{i=l}^{p} \hat{\gamma}_{1i}^n Y_{1(t+l+1-i)} + \ldots$$
$$\ldots + \sum_{i=1}^{\min(p,l)} \hat{\gamma}_{ni}^n \hat{Y}_{n(t+l+1-i)} + \sum_{i=l}^{p} \hat{\gamma}_{ni}^n Y_{n(t+l+1-i)}.$$

Oba přístupy předpovídání mají svoji výhodu i nevýhodu. Přímá predikce je jednoduchá na konstrukci a nabízí jasnou interpretaci. Na druhou stranu však u ní předpokládáme, že nynější hodnota je ovlivněna pouze více než rok starými veličinami. V časových řadách s krátkou pamětí tak můžeme tímto přístupem dojít k nic neříkajícím výsledkům. Či zachytíme změny v datech až se zpožděním. Sestavíme modely oběma způsoby a uvidíme, k čemu dospějeme.

Predikce mimo vzorek

Naše analýza bude postavena na vytěžování dat. Sestavíme velké množství modelů podle (1) a (6), kdy budeme různě posouvat jejich řád autoregrese p, používat jiné do modelu vstupující veličiny a v bayesovské vektorové autoregresi pak měnit vlastnosti apriorního rozdělení. Pro každý model spočteme predikční statistiky podle oddílu 1.3. Na jejich základě pak všechny modely mezi sebou porovnáme a vybereme takový model(y), pro který jsou tyto statistiky nejmenší. Protože všechny statistiky jsme konstruovali tak, aby menší hodnota naznačovala lepší vlastnosti z hlediska předpovědí.

Do každé predikční statistiky vstupuje mimo hodnot předpovědí i skutečná hodnota pro dané období t. My předpovídáme do budoucnosti, jak ale nyní můžeme vědět, jaká hodnota skutečně bude? Můžeme si počkat pár měsíců, kdy pravou hodnotu již budeme znát. Ze zřejmých důvodů však toto není příliš šikovné. Na výpočet statistik tak použijeme tzv. *pseudo out of sample* metodu. Jedná se o obvyklý postup, kdy naší analýzu posouváme do nějakého bodu T_0 v minulosti. Časy mezi T_0 a přítomností jsou z pohledu T_0 budoucnost – pro tato období ale skutečnou hodnotu již známe. Sestavíme náš model na základě dostupných dat v čase T_0 a jeho predikční statistiky spočítáme porovnáním jeho předpovědí se skutečnými hodnotami v obdobích od T_0+1 do přítomnosti. Dostupná data jsou tak tak rozdělena na dvě skupiny. První slouží k sestavení modelu a druhá k určení jeho vlastností.

Pro naši analýzu využijeme data z období leden 1998 – prosinec 2015, což dává pro každou veličinu celkem 216 pozorování. Body T_0 budeme uvažovat dva, prosinec 2006 a prosinec 2009. První leží v polovině dat, druhý ve dvou třetinách. Hlavní analýzu provedeme na datech rozdělených prosincem 2006. Prosinec 2009 nám bude sloužit především pro srovnání. Ideálně bychom chtěli, aby volba T_0 příliš neovlivňovala výběr správného modelu. Pokud ano, mohlo by to naznačovat, že modely nejsou v čase stabilní.

Model je sestavován a zároveň vybírán podle matematických vlastností ve zkoumaném období. Doufáme, že tyto vlastnosti dobře odpovídají i reálným vlastnostem modelu. Nicméně jako každý statistický postup i toto má své mantinely. Stabilitu modelu se tak pokusíme ještě ohodnotit na datech, která do jeho výběru nezasahují. Údaje o přírůstku spotřebitelských cen máme až do června 2016. Spočteme predikční statistiky pro vybrané modely i za období leden – červen 2016 s cílem eliminovat modely, kterým by mimo období své konstrukce vyletěly odhady nežádoucím směrem.

Volba p a počtu proměnných ve VAR modelech

Volba řádu vektorového autoregresního modelu je diskutabilní. Pokud zvýšíme řád o jedna, máme v modelu hned o n^2 více parametrů k odhadu. Kde n značí počet proměnných. Stejně tak zařazení nové neznámé do modelu, zvyšuje počet parametrů o $n \times p$. My nemáme k dispozici žádné závratně dlouhé časové řady, proto musíme počet parametrů udržovat na rozumné úrovni. Což znamená, že rozšiřovat model o nové neznámé nebo zvyšovat jeho dosahu do minulosti, musíme velmi opatrně. Nikdo tak nepoužijeme větší p než dvanáct a arbitrárně si určíme, že nebudeme sestavovat modely, kde $p \times n > 36$. Ve výsledcích uvidíme, že opravdu vyšší p než 12 nemá smysl uvažovat. O hodnotě p nám také může napovědět ARMA analýza, kterou provedeme v kapitole 4.1.

Software

Pro analýzu ARMA modelu využijeme statistické prostředí R (R Core Team, 2013), pro sestavení modelů VAR a BVAR pak MATLAB (2012). Všechny vytvořené skripty a funkce jsou spolu s dokumentací přiloženy k elektronické verzi práce. K dispozici jsou také na vyžádání u autora.

3.2 Konstrukce VAR a BVAR

Při získávání predikcí pro modely VAR a BVAR vycházíme ze vzorců implementovaných v nástavbě Matlabu *Econometrics Toolbox*. Autorem je James P. LeSage a balík je volně dostupný na stránkách [1], dokumentace (LeSage, 1999).

[1] `http://www.spatial-econometrics.com/`

Postup výpočtu predikčních statistik je následující. Nejdříve si specifikujeme model, který uvažujeme. Tedy určíme počet zpoždění p, proměnné, které budou do rovnic vstupovat, a v bayesovské autoregresi pak ještě vlastnosti apriorního rozdělení. Pokud chceme předpověď z tohoto modelu pro nějaké období t, postupujeme jednoduše. Odhadneme model s určenými vlastnostmi na základě dat do $t-12$ a provedeme předpověď rok dopředu. Pro jiný čas s postupujeme úplně analogicky, jen se mění množství dat, z kterých odhad vychází. Z výše uvedeného vyplývá, že pro každou předpověď odhadujeme model znovu. Tedy i když specifikace modelu se nemění, jeho odhady parametrů budou pokaždé jiné.

Tímto postupem získáváme pro období T_0+1 až konec roku 2015 vektor předpovědí, který můžeme porovnat se skutečnými hodnotami. Predikční statistiky spočteme podle vzorců v oddíle 1.3.

Mezi různě specifikovanými modely, pak vybereme nejlepší na základě toho, které budou mít nejmenší střední absolutní odchylku a Theilovu statistiku. Minimalizovat střední čtvercovou chybu nebudeme, protože v poznámce u výkladu o predikčních statistikách jsme si řekli, že MSE a U statistika jsou do velké míry totožné. Směrová statistika D nám říká, jestli se předpověď a predikce pohybují stejným směrem. O jejich blízkosti však nic nevypovídá. Proto nám bude sloužit pouze jako podpůrné srovnání modelů.

Funkce varfkch(*y,nlag,horizont,forc,s,method*)

Autorem naprogramovaná funkce `varfkch` slouží jako základ pro analýzu VAR. Uvádíme ji zde, abychom na její syntaxi ukázali, jakým způsobem můžeme modifikovat nastavení modelů. Výstupem funkce je odhad inflace pro období *forc*. Model, podle kterého se předpověď provádí pak je specifikován v ostatních parametrech.

- y – data, na jejichž základě provádíme naši analýzu. Tedy skrze y ovlivňujeme, které veličiny zařazujeme do modelu.
- *nlag* – řád vektorového autoregresního modelu. Kolik lagů v modelu uvažujeme.
- *horizont* – horizont, pro který provádíme naše předpovědi. V našem případě s tímto parametrem nebude hýbat a budeme používat vždy roční předpovědi ($k = 12$).
- *forc* – bod, na který předpovídáme.
- s – index veličiny, pro kterou předpovídáme. Data si sestavíme tak, abychom měli inflaci na prvním místě ($s = 1$).
- *method* – parametr, který nám umožní zařadit do modelu jen lagy podle našeho přání. Tedy z množiny $1, \ldots, nlag$ vybereme jen některé. *method* je indikátorový vektor o délce *nlag*. V případě, že chceme určité zpoždění do modelu zařadit, dáme na odpovídající pořadí jedničku. V případě že ne, bude na jeho místě nula.

bvarfkch(*y,nlag, horizont,forc,tight,weight,decay,s,method,index*)

Analogií pro funkci `varfkch` je v BVAR `bvarfkch`. Novými parametry jsou

- *tight, weight, decay* – hyperparametry apriorního rozdělení. Popořadě θ, $\mathbb{W}$ a ϕ.
- *index* – indikátor, jaké veličině dáváme větší vliv v modifikovaném Minnesota prioru. V našich datech si zařadíme cílování inflace na druhé místo a budeme používat $index = 2$.

Implementace prioru

Zbývá nám si ujasnit poslední, ale nejdůležitější bod. Jakým způsobem probíhá odhad pomocí Minnesota prioru a jak ho upravit, aby byl orientovaný na cílování inflace.

Pro odhad pomocí bayesovských metod využijeme algoritmus Theil-Goldbergovy regrese. Jedná se vlastně o lineární regresi s omezeními danými apriorním rozdělení. V maticovém zápisu řešíme (pro jednu rovnici systému)

$$\boldsymbol{y} = \mathbb{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

za podmínek

$$\boldsymbol{r} = \mathbb{R}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{v}. \tag{8}$$

Parametry jsou náhodné veličiny a proto i podmínky (8) jsou stochastické. V $\boldsymbol{r}$ jsou obsaženy předpoklady o středních hodnotách. $\mathbb{R}$ je matice, která zobrazuje vztahy mezi parametry. V případě Minnesota prior parametry mezi sebou nijak svázány nejsou a proto je matice diagonální. A nakonec $\boldsymbol{v}$ je náhodný vektor jehož variance odpovídá předpokládaným rozptylům parametrů. Více například v (Baum, 2011).

Uveďme si v notaci (1), jaké předpoklady bude mít naše modifikované apriorní rozdělení na parametry. Máme parametr γ_{ji}^k, který se vztahuje na veličinu j v k-té rovnici a zpoždění i.

- $k = 1$. V první rovnici, kde vysvětlujeme inflaci, chceme zvýšit vliv parametru, který se nachází u prvního lagu inflačního cílování. Tedy

$$\begin{aligned} \gamma_{ji}^1 &\sim N(1, \sigma_{ji}^1), \quad i = 1, j = 2, \\ \gamma_{ji}^1 &\sim N(0, \sigma_{ji}^1), \quad \text{jinak}, \end{aligned}$$

- $k \neq 1$. V dalších rovnicích už nepředpokládáme, že by inflační cílování bylo pro veličinu na levé straně podstatné, a proto aplikujeme předpoklady standardního Minnesota prioru.

$$\begin{aligned} \gamma_{ji}^k &\sim N(1, \sigma_{ji}^k), \quad i = 1, j = k, \\ \gamma_{ji}^k &\sim N(0, \sigma_{ji}^k), \quad \text{jinak}, \end{aligned}$$

- Matici vah zkonstruujeme podle stejné logiky

$$\mathbb{W} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

  Váhy necháváme ve stejném tvaru jako u Minnesota prior, pouze v první rovnici zohledňujeme více inflační cílování.

- Zbylé hyperparametry jsou pak již globální a pozměňovat nepotřebují. S jednou výjimkou, do směrodatné odchylky (5) vstupuje člen, který snižuje rozptyl vyšším lagům. Pokud budeme provádět přímou predikci k-kroků dopředu, pozměníme ho, aby se rozptyl snižoval až od $k+1$-ního zpoždění (viz poznámky v oddíle 1.2.2).

Minnesota prior je implementován ve funkci `theilbv`. Tuto funkci upravíme výše uvedeným způsobem pro naše nové apriorní rozdělení. Konkrétněji ve vektoru $\boldsymbol{r}$ přemístíme jedničku tak, aby odpovídala prvnímu lagu cílování inflace. Pak už zbývá pouze upravit váhy tak, aby odpovídaly logice z podkapitoly 1.2.2. Váhy vstupují do funkce jako parametry. Jméno modifikované funkce je `theilbvkch`.

Kapitola 4

Výsledky

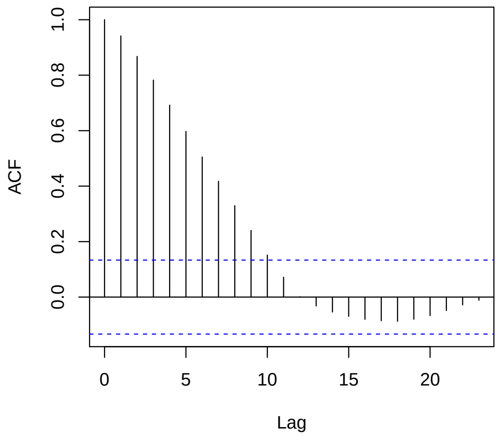
Podívejme se nejdříve blíže na veličinu, kterou odhadujeme. Vývoj spotřebitelských cen máme na obrázku 4.1. Vidíme, že z počátečních vysokých hodnot inflace velmi rychle klesla na přijatelnou úroveň. Můžeme si všimnout několika výkyvů, za zmínku stojí nárůst spotřebitelských cen během finanční krize v roce 2008. Jinak ve vývoji inflace nejsou žádné zřetelné vzory.

Obrázek 4.1: Změny spotřebitelských cen v období leden 1998 - prosinec 2015.

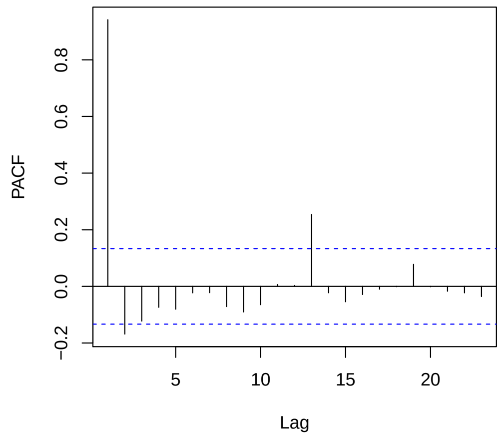
4.1 ARMA proces

Začněme naši analýzu sestavením ARMA procesu pro inflaci. Který nám kromě náhodné procházky bude sloužit jako měřítko pro vyhodnocování VAR a BVAR modelů. Z tvaru autokorelační a parciální autokorelační (obr. 4.2 a 4.3) funkce je patrné, že naše časová řada nebude náhodná. Jejich tvar by napovídal o AR procesu (funkce acf pomalu klesá a pacf má statisticky významné vrcholy v určitých zpožděních). Pozn. Analýzu ARMA modelu provádíme v programu R, např. grafy acf a pacf byly volány funkcemi `acf` a `pacf`.

Pokud náhodnost řady otestujeme Ljung-Boxovým a Box-Piercovým testem dostame prakticky nulovou p-hodnotu, tedy nulovou hypotézu o náhodnosti silně



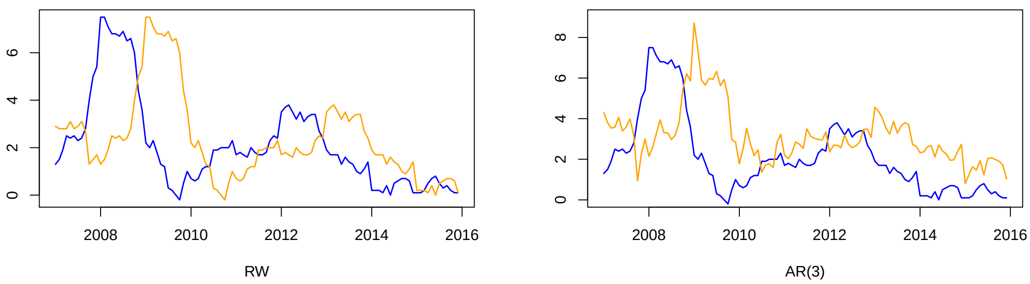
Obrázek 4.2: Autokorelační funkce



Obrázek 4.3: Parc. autokorelační funkce

zamítáme.

Budeme-li pokračovat v analýze s tím, že autokorelační funkce nám napovídají, že inflace je AR proces, můžeme jeho optimální řád určit například pomocí bayesova informačního kritéria. Svého minima dosahuje pro $p = 3$. AR proces bude sloužit pouze pro porovnání, a proto se spokojíme s tímto hrubým odhadem chování řady. Na obr. 4.4 vidíme predikce podle náhodné procházky a odhadnutého AR(3) procesu, v tabulce 4.1 jsou pak jejich predikční statistiky. Pro srovnání jsou připojeny i statistiky předpovědí České národní banky.



Obrázek 4.4: Náhodná procházka a AR(3) proces.

Model	MSE	MAE	U	D
RW	6.834	1.912	1	—
AR(3)	6.024	1.996	0.928	0.318
CNB	2.085	1.108	0.561	0.375

Tabulka 4.1: Predikční statistiky náhodné procházky a AR procesu.

4.2 VAR a BVAR

Přímá předpověď k-kroků dopředu

S analýzou modelů použitelných pro přímou předpověď k-kroků dopředu, budeme velmi rychle hotovi. Předpoklady obsažení v (6) jsou příliš silné, aby odpovídali chování našich dat. Vlivy mají především nižší lagy a předpovědi získané těmito modely jsou nesmyslné. Dále už jsou už uvažovány pouze modely, u kterých předpovědi konstruujeme řetězením.

4.2.1 Vektorová autoregrese

VAR modely s minimální MAE

Nejnižší MAE má model VAR(3) s proměnnými *měnový agregát M3, tříměsíční úrokové sazby, jednodenní úrokové sazby* a *průmyslová produkce.* Mezi prvními deseti modely s nejnižší střední absolutní chybou se prakticky jiné veličiny neobjevují. Řád také zůstává poměrně konstantní, pohybuje se mezi 3–5.

VAR modely s minimální U

Minimalizace U dává podobné výsledky jako předchozí případ. Opět jako vysvětlující proměnné vstupují do modelu monetární veličiny *měnový agregát M3, tříměsíční úrokové sazby, jednodenní úrokové sazby.* Jen *průmyslová produkce* je nahrazena *vedoucím indikátorem.* Řád modelu zůstává stejný, tedy $p = 3$.

Čtvrtletní VAR modely

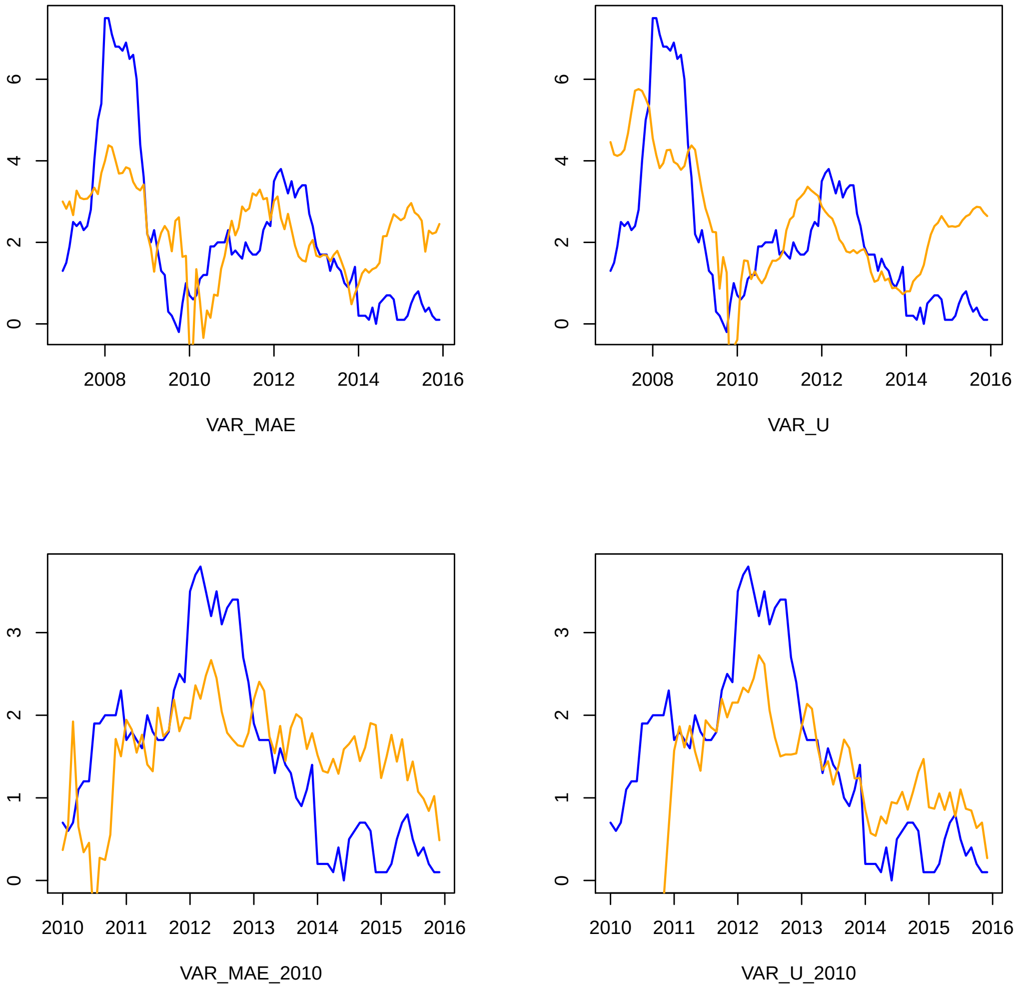
Abychom získali měsíční data, museli jsme interpolovat veličiny, ke kterým jsme měli pouze čtvrtletní pozorování. Tím jsme mohli do modelu uměle vložit autoregresní strukturu. Proto zkusíme odhadnout modely, do kterých nezařadíme všechny lagy – pokusíme se simulovat čtvrtletní regresi. Tedy spolu s prvním lagem, použijeme čtvrtletní, půlroční a třičtvtě roční zpoždění. Na výsledky však tento postup nemá vliv. Stále do nejlepších modelů vstupují stejné veličiny a řád se nijak výrazně neodlišuje.

Změna doby vyhodnocování modelu

Na výsledky má však podstatný vliv, pokud změníme dobu vyhodnocování modelu. Tedy posuneme začátek pseudo out of sample analýzy do roku 2010. Nejlepší modely jsou řádu 1 nebo 2. Co je zajímavé, mezi nejvhodnější veličinami se nově objevují *nezaměstnanost, HDP* a *export.*

Theilovu statistiku minimalizuje právě model VAR(1) s *nezaměstnaností, HDP* a *exportem*. MAE pak model VAR(2) s *M3, nezaměstnaností, exportem.*

Na obr. 4.5 jsou graficky znázorněny předpovědi modelů vybraných výše. Modře jsou zobrazeny skutečné hodnoty, oranžově předpovědi. V tabulce 4.2 jsou pak uvedeny jejich predikční statistiky.



Obrázek 4.5: Předpovědi modelů VAR

4.2.2 Bayesovská vektorová autoregrese

Standardní Minnesota prior

Aplikací standardního Minnesota prioru se nám zvyšuje optimální počet lagů v modelu. Získáváme modely:

Model	MSE	MAE	U	D
VAR_{MAE}	2.392	1.275	0.594	0.271
VAR_{U}	2.746	1.387	0.580	0.375
$\mathrm{VAR}_{MAE,2010}$	1.011	0.848	0.760	0.333
$\mathrm{VAR}_{U,2010}$	6.578	1.415	0.581	0.233
$\mathrm{BVARMINN}_{MAE}$	3.204	1.350	0.671	0.417
$\mathrm{BVARMINN}_{U}$	2.840	1.406	0.620	0.333
$\mathrm{BVARMINN}_{MAE,2010}$	0.986	0.834	0.727	0.333
$\mathrm{BVARMINN}_{U,2010}$	5.835	1.403	0.615	0.267
BVARIT_{MAE}	3.644	1.343	0.723	0.510
$\mathrm{BVARIT}_{U,loose}$	2.523	1.318	0.612	0.260
$\mathrm{BVARIT}_{MAE,2010}$	0.808	0.763	0.730	0.3
$\mathrm{BVARIT}_{U,loose,2010}$	0.834	0.781	0.725	0.3
CNB	2.085	1.108	0.561	0.375

Tabulka 4.2: Predikční statistiky VAR a BVAR modelů.

- Pro minimalizaci MAE – BVAR(7), proměnné *export,M3, tříměsiční úrokové sazby, vedoucí indikátor, průmyslová produkce*
- Pro minimalizaci U – BVAR(12), proměnné *import, tříměsíční úrokové sazby*

Pokud "uvolníme" apriorní rozdělení, tedy zvýšíme směrodatné odchylky (5), na výběr modelu to příliš vliv nemá. Konkrétně jsme zvyšovali globální parametr θ a také prvky váhové matice z jedné poloviny na jedničku. Opět ale evidujeme rozdíl, když změníme období, v kterém počítáme predikční statistiky.

Optimálními modely jsou v tomto případě (všimněme si znovu výraznému úbytku lagů)

- Pro minimalizaci MAE – BVAR(1), proměnné *import, nezaměstnanost*
- Pro minimalizaci U – BVAR(1), proměnné *export,import, nezaměstnanost, HDP*

Na obrázku 4.6 vidíme, že i když mají první dva modely nízké predikční statistiky, dochází u nich k velkým výkyvům do záporných hodnot, a tak se příliš k predikci nehodí.

Apriorní rozdělení orientované na inflační cíl

Aplikujme nyní apriorní rozdělení, které více zohledňuje inflační cíl. Samozřejmě, aby naše analýza měla smysl, musíme teď do každého modelu zařadit kromě inflace i proměnnou cílování inflace. Optimálním modelem z hlediska MAE je

Obrázek 4.6: Předpovědi modelů BVAR s Minnesota prior

- BVAR(10), kdy k *inflaci* a *cílování inflace* přidáme pouze proměnnou *export*

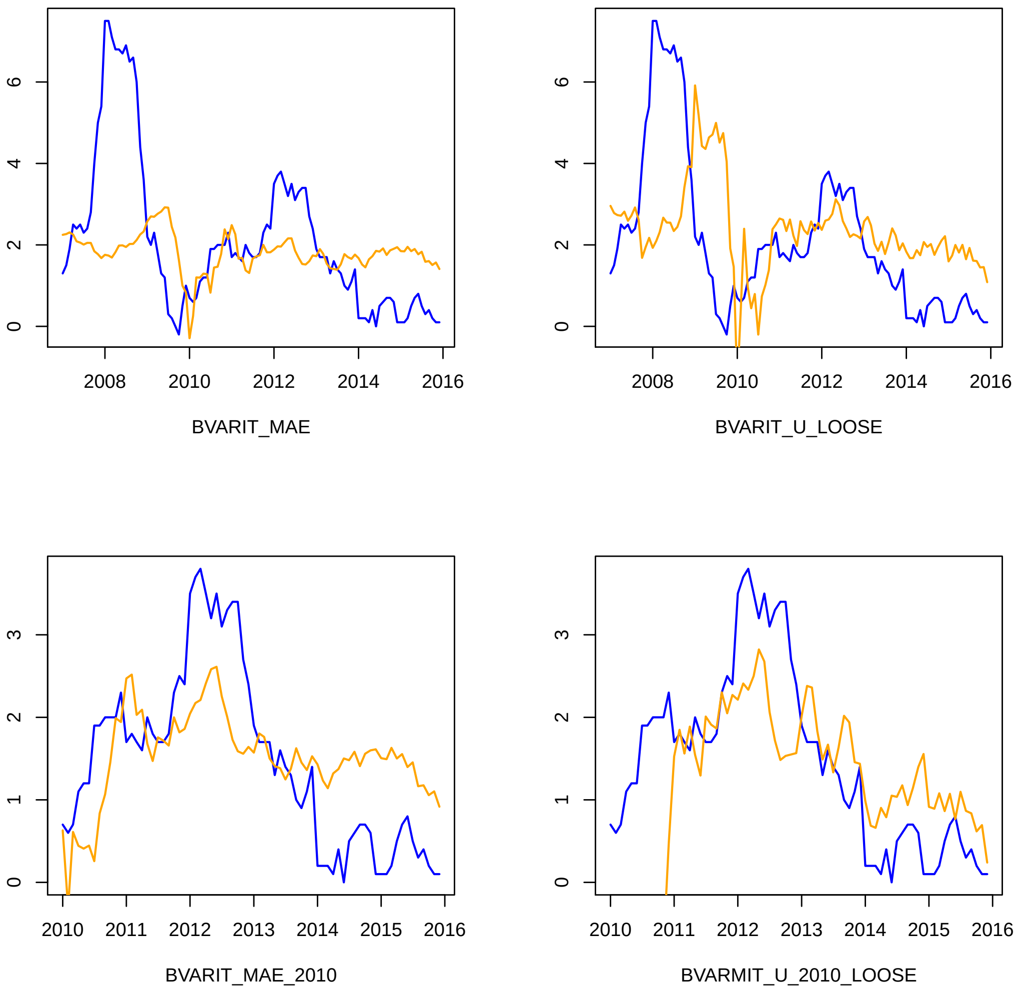
Pokud uvolníme apriorní rozdělení stejným způsobem jako výše, má to velmi malý vliv na hodnotu MAE. Kde dochází k určitému zlepšení je však v U statistice. Vybereme proto model

- BVAR(3) s uvolněným apriorním rozdělením (*loose*), s veličinami *cílování inflace, M3, jednodenní úrokové sazby, průmyslová produkce.*

Proveďme opět analýzu na základě kratšího vyhodnocovacího období. Zde je stejná situace, uvolnění apriorního rozdělení snižuje U.

- model s nejnižší MAE – BVAR(1), veličiny *cílování inflace, export, tříměsíční úrokové sazby*
- model s nejnižší U – BVAR(1) s uvolněným apriorním rozdělením, s veličinami *cílování inflace, export, nezaměstnanost, HDP.*

Na obrázku 4.7 pak máme graficky znázorněné předpovědi dané modely s apriorním rozdělením zaměřeném na inflační cílování. Z obrázků je hned zřejmé, že tyto modely jsou stabilnější.



Obrázek 4.7: Předpovědi modelů BVAR s priorem na inflační cílování.

4.3 Diskuze

Vraťme se k tabulce 4.2. Zde jsou uvedeny predikční statistiky všech modelů, které nám dávali jejich nejnižší hodnoty v různých nastaveních. Z hlediska Theilovy statistiky vyhrává nad našimi modely předpověď národní banky. Jinak nižší U vykazují obecně VAR modely, ale to může být dáno tím, jak jsou sestrojeny. Obsahují mnoho parametrů, což někdy může místo odhadování smysluplného modelu vést k tomu, že prokládáme křivky danými body. Je pozitivní, že všechny naše modely se ukazují lepší než náhodná procházka. Z hlediska střední absolutní chyby vyhrávají bayesovské modely a dokonce ty, u kterých jsme zvolili modifikované apriorní rozdělení.

V tabulce 4.3 jsou předpovědi jednotlivých modelů na rok 2016. Tyto data do výběru a vytváření modelu nezasahovala, takže nám mohou posloužit pro ohodnocení, jak jsou vybrané modely stabilní. V tabulce jsou uvedené i skutečné hodnoty inflace a předpovědi ČNB. V tabulce 4.4 pak máme predikční statistiky jednotlivých modelů pro období leden – červen 2016. Theilova statistika byla z důvodu nedostatku dat spočítána jako střední čtvercová chyba, tedy neposouváme index v jejím vzorci o 12 měsíců dopředu. Vidíme, že všechny modely vybírané na základě delšího období od ledna 2007, v předpovědi inflaci nadhodnocují. Inflaci nadhodnocuje i předpověď ČNB. To však může být způsobeno i tím, že ve snaze splnit svůj inflační cíl, se pokouší vzbudit v ekonomice očekávání vyšší inflace a tím ji vyvolat i ve skutečnosti.

Model	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen
skutečnost	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3
RW	0.1	0.1	0.2	0.5	0.7	0.8
VAR_{MAE}	2.5	2.6	2.4	2.4	2.5	2.5
VAR_{U}	2.4	2.4	2.3	2.4	2.5	2.6
$\text{VAR}_{MAE,2010}$	0.3	0.3	0.1	0.1	0.3	0.6
$\text{VAR}_{U,2010}$	0.1	0.2	0.2	0.3	0.6	0.8
BVARMINN_{MAE}	2.2	2.0	2.0	1.8	1.7	1.5
BVARMINN_{U}	2.7	2.6	2.4	2.5	2.4	2.4
$\text{BVARMINN}_{MAE,2010}$	-0.0	-0.2	-0.2	-0.2	0.1	0.3
$\text{BVARMINN}_{U,2010}$	0.1	0.2	0.2	0.3	0.6	0.8
BVARIT_{MAE}	1.2	1.2	1.1	1.1	1.2	1.3
$\text{BVARIT}_{U,loose}$	0.9	1.0	0.9	1.0	1.1	1.2
$\text{BVARIT}_{MAE,2010}$	0.7	0.7	0.5	0.5	0.6	0.8
$\text{BVARIT}_{U,loose,2010}$	0.1	0.1	0.1	0.2	0.5	0.7
CNB	1.4	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5

Tabulka 4.3: Předpovědi modelů pro rok 2016.

Naopak modely vybrané na základě kratšího období se ukazují v predikci na nové období poměrně úspěšné. Co se mohlo v období 2007–2010 tak zásadního stát, že odhadnuté modely jsou tak rozdílné? Na tuto otázku se nabízí jednoduchá odpověď, finanční krize. Finanční krize mohla do vyhodnocování modelů zasáhnout dvojím způsobem. Buď během ní platil jiný model, než který odhadujeme a v analýze je pak mezi sebou nejsme schopni rozlišit. Nebo během krize dochází k nepředvídatelným šokům a místo správného modelu vybereme ten, který tyto šoky nejlépe kompenzuje.

Co se týče veličin, které stály v nejlepších modelech na pravé straně rovnice, žádný velký vzor v jejich použití nevidíme. Ve VAR analýze se ukazovalo, že do modelů s většími počty lagů vstupují spíše monetární veličiny jako peněžní báze a úrokové sazby. Na druhou stranu do modelů s nižším počtem lagů vstupovaly veličiny jako nezaměstnanost a HDP. Což by odpovídalo teorii, že v delším časovém období je inflace peněžní záležitost a reálné veličiny mají největší význam v krátkém období. V bayesovské vektorové autoregresi jsme však podobný vzor neobjevili.

Model	MSE	MAE	U
RW	0.095	0.283	1
VAR_{MAE}	4.398	2.096	6.804
VAR_{U}	4.255	2.060	6.692
$\text{VAR}_{MAE,2010}$	0.057	0.211	0.771
$\text{VAR}_{U,2010}$	0.076	0.250	0.896
BVARMINN_{MAE}	1.424	1.191	3.872
BVARMINN_{U}	4.526	2.123	6.901
$\text{BVARMINN}_{MAE,2010}$	0.080	0.261	0.916
$\text{BVARMINN}_{U,2010}$	0.093	0.206	0.990
BVARIT_{MAE}	0.635	0.789	2.585
$\text{BVARIT}_{U,loose}$	4.123	2.029	6.588
$\text{BVARIT}_{MAE,2010}$	0.075	0.245	0.887
$\text{BVARIT}_{U,loose,2010}$	0.062	0.217	0.810
CNB	1.080	1.033	3.371

Tabulka 4.4: Predikční statistiky mimo vzorek za rok 2016.

Je také zajímavé, že modely vyhodnocované i pro období finanční krize, mají obecně více lagů, zatímco modely založené na kratším období obvykle jen jedno zpoždění. To by mohlo naznačovat, že do modelu vstupovaly vnější šoky, které se pomalu rozpouštěly.

Poslední komentář si zaslouží hlavní téma této práce, tedy jak se na našich odhadech projevilo použité apriorní rozdělení. Podívejme se na tabulku předpovědí 4.3. Jak již bylo řečeno, prakticky všechny modely založené na pokrizových datech nám dávají rozumné výsledky. Jiná situace je však v případě, pokud použijeme k určení správných modelů i roky 2007–2009. Odhady, které takto získáme jsou výrazně nadhodnoceny. S jedinou výjimkou a to právě odhady založené na použití námi uvažovaného rozdělení. Tento postřeh je velmi nadějný. Nabízí se tak provést podobné analýzy i pro jiné země a pokusit se ověřit kromě nadějnosti i jeho pravdivost.

Závěr

V této práci jsme odhadovali vývoj inflace v České republice v jednoročním horizontu. Metodami, které jsme k předpovědi aplikovali, byly vektorová a bayesovská vektorová autoregrese. Snažili jsme se stanovovat, co nejméně předpokladů na tvar modelu a na vztahy mezi veličinami. Myšlenkou bylo využít objektivní informace, kterou nám poskytují samotná data. V průběhu analýzy jsme sestavili mnoho modelů a na základě několika statistik vybrali mezi nimi ty nejlepší.

Pro odhady jsme použili měsíční časové řady. Predikční statistiky, podle kterých jsme vybírali správný model, byly sestrojovány na základě dvou časových úseků. Obě období končila prosincem 2015, delší mělo počátek v lednu 2007, kratší v lednu 2010. V průběhu analýzy jsme zjistili, že optimální modely se velmi odlišují podle toho, které období pro jejich výběr zvolíme. Domněnkou je, že rozdíl je způsoben finanční krizí, kterou můžeme zasadit právě do let 2007-2010.

Při bayesovské vektorové autoregresi jsme jako apriorní rozdělení aplikovali obecně používaný Minnesota prior. Následně jsme ho modifikovali tak, aby dával větší důraz na parametr odpovídající cíli inflace podle České národní banky. Pokud je národní banka dostatečně kredibilní, má tento přístup svůj potenciál – skutečná hodnota budoucí inflace se nebude příliš odlišovat od cíle národní banky.

VAR i BVAR se pro naše data ukázala jako užitečná. Obě vykazovaly zlepšení ve smyslu definovaných predikčních statistik oproti náhodné procházce a jednoduchému AR procesu. Pokud jsme zvolili kratší časové období pro evaluaci modelu, dávaly VAR modely dokonce o něco lepší výsledky než BVAR. Problém nastal, pokud jsme při sestavovaní modelu zohlednili i krizová léta. Všechny uvažované modely pak ve svých odhadech inflaci nadhodnocovaly. (Inflaci nadhodnocovala i Česká národní banka.)

Jediným modelem, který inflaci výrazněji nenadhodnocoval, byl model s naším modifikovaným apriorním rozdělení. Na modelech z pokrizových let nevidíme, že by toto apriorní rozdělení přinášelo nějaké zlepšení predikce oproti jiným modelům. Ale skutečnost, že by mohlo být užitečné v turbulentních dobách, je velmi nadějná. Naším závěrem by tak mohlo být, že i když aplikování apriorního rozdělení orientovaného na cílování inflace nepřináší zlepšení při odhadování inflace v časech dobrých, může být velmi užitečné v časech zlých.

Literatura

Anděl, J. (2007). *Základy matematické statistiky.* Matfyzpress, Praha, 2. vydání. ISBN 80-7378-001-1.

Baum, C. F. (2011). An interpretation and implementation of the Theil-Goldberger 'mixed' estimator. CHI11 Stata Conference 14, Stata Users Group. URL `https://ideas.repec.org/p/boc/chic11/14.html`.

Baxa, J. a Stráský, J. (2014). Search for predictors of inflation using var and bvar: The case of czech republic. *Bulletin of the Czech Econometric Society*, **21**(33). ISSN 2336-2782.

Doan, T., Litterman, R. a Sims, C. (1984). Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. *Econometric reviews*, **3**(1), 1–100.

Guajarati, D. (2004). *Basic econometrics.* McGraw-Hill Book Company, 4. vydání. ISBN 0070597936.

Koop, G. (2003). *Bayesian Econometrics.* Wiley. ISBN 9780470845677.

LeSage, J. P. (1999). Applied econometrics using matlab. *Dept. of Economics, University of Toledo.* URL `www.spatial-econometrics.com`. Manuál.

Mahmoud, E. (1984). Accuracy in forecasting: A survey. *Journal of Forecasting*, **3**(2), 139–159. ISSN 1099-131X.

MATLAB (2012). *Version 7.14.0.739 (R2012a).* The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, USA.

Nalban, V. (2015). Do Bayesian Vector Autoregressive models improve density forecasting accuracy? The case of the Czech Republic and Romania. *International Journal of Economic Sciences*, **4**(1), 60–74.

R Core Team (2013). *R: A Language and Environment for Statistical Computing.* R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL `http://www.R-project.org/`.

Robertson, J. C. a Tallman, E. W. (1999). Vector autoregressions: forecasting and reality. *Economic Review-Federal Reserve Bank of Atlanta*, **84**(1), 4.

Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, **48**(1), 1–48. ISSN 00129682, 14680262.

Stráský, J. (2011). *Can Bayesian econometric methods outperform traditional econometrics in inflation forecasting?* Rigorózní práce. Univerzita Karlova v Praze. Institut ekonomických studií.

Použité značení a zkratky

AR	autoregrese
VAR	vektorová autoregrese
BVAR	bayesovská vektorová autoregrese
$\mathbb{N}$	těleso přirozených čísel
$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_n$	sloupcový vektor, $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$
$X, \boldsymbol{X}$	náhodná veličina, náhodný vektor
$\mathbb{X}, \mathbb{X}_{(n\times m)}$	matice

$$\mathbb{X} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,m} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \dots & x_{n,m} \end{pmatrix}$$