

POSUDEK VEDOUCÍHO NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI „ROZHODNUTELNOST TEORIE KOMUTATIVNÍCH GRUP“

Práce Františka Čecha má za cíl předvést důkaz klasického výsledku Wandy Szmielewové z roku 1955 prokazujícího rozhodnutelnost teorie komutativních grup. K tomuto cíli ovšem autor mohl využít, a také to učinil, novějších přístupů z teorie modelů. Konkrétně jde především o jeden článek Eklofa a Fischera z roku 1972 a Prestovu slavnou monografii z roku 1988.

Zadané téma patří spíše mezi obtížnější, jelikož vyžaduje osvojení si netriviálních partií z matematické logiky a teorie komutativních grup. Tyto partie zahrnují na jedné straně techniku (částečně) eliminace kvantifikátorů, na straně druhé pak popis struktury (nerozložitelných) čistě injektivních abelovských grup.

Myslím, že autor bakalářské práce má dostatečné kvality na to, aby se zadaného náročnějšího tématu zhostil se ctí. V tomto hodnocení mě utvrzuje i fakt, že se mu podařilo samostatně proniknout do struktury celého, relativně košatého argumentu. Pokud si čtenář otevře původní Szmielewové článek, jistě mi dá za pravdu, že proplést se křivolakými uličkami na první pohled technického důkazu s ad hoc značením a plně pochopit, oč běží, zabere nějaký ten čas.

Co mě ale o způsobilosti studenta úspěšně se zhostit zadaného tématu rozhodně nepřesvědčilo, je odevzdaný výtisk bakalářské práce. Formálně jsem sice jejím vedoucím a na minimálně jedné konzultaci jsem měl možnost spatřit útržky pracovní verze, ovšem o tom, že se ji pan Čech pokusí odevzdat k obhajobě v zářiovém termínu, jsem neměl tušení. Z našeho posledního rozhovoru, již po odevzdání práce, jsem získal pocit, že autor sám do poslední chvíle nevěděl, zda práci stihne odevzdat či nikoliv. Nakonec tak učinil, aniž by si výsledný text po sobě alespoň zběžně zkontroloval.

Toto rozhodnutí se nejhůře odrazilo v první řadě na kvalitě anglického abstraktu práce působícího dojmem, že byl vygenerován automatickým strojovým jazykovým překladačem z abstraktu českého. V druhé řadě potom velmi utrpěl seznam literatury, v němž ze jmen autorů zůstaly namnoze jen iniciály, v jednom případě dokonce chybí i samotný název titulu. Nadto v této části citelně postrádám původní článek Wandy Szmielewové z roku 1955.

O tom, že práce obsahuje zvýšené množství překlepů a drobných gramatických a typografických chyb (čárky v souvětí, tečky na konci matematického modu, psaní uvozovek atd.), asi není třeba se dlouze rozepisovat. Za podstatnější považuji nedostatků v samotném obsahu práce.

Jelikož je cetrálním tématem rozhodnutelnost jisté teorie prvního řádu, chtěl jsem, aby byl v úvodu práce pojem rekurzivní/rozpoznatelné množiny přirozených čísel zaveden rigorózně. Včetně nástinu toho, jak se do přirozených čísel kódují formule prvního řádu (pro případ konečného jazyka). To se bohužel úplně nepodařilo. Chybí například i zmínka o existenci spočetných množin, které nejsou rozpoznatelné. Poznámka pod definicí 4 je potom zavádějící, jelikož o spočetnou množinu důkazů zkonstruovaných z rekurzivně zadané teorie zde opravdu nejde.

Definice n -typu na straně 6 je defektní. Jednak není jasné, co znamená, že je $p \cup Th_A(M)$ splnitelná, a jednak by dle této definice byl každý typ úplný. Nemluvě o tom, že bychom raději měli hovořit obšírněji o n -typu nad množinou parametrů z A . V definici 8 by se pak správně měly pojednávat jen typy nad $A = \emptyset$.

Problémy nastávají i v definicích dalších pojmů. V definici 9 kupř. není jasné, zda jde o logickou ekvivalenci formulí či o ekvivalenci v teorii modulů. Navíc považuji za matoucí napsat na začátku kapitoly 3, že budeme pracovat s otevřenými formullemi, přestože se ve skutečnosti pracuje převážně s pp-formulemi (které nezřídka otevřené nejsou). V sedmém bodu lemmatu 4 pak úplně chybí definice součtu formulí.

Dokazování lemmatu 5 je nedotažené; zdá se rovněž, že si neodpovídají číslování v důkazu a číslování ve vlastním znění lemmatu 5. Stejně tak by rozhodně stálo za to uvést důkaz pozorování 6, bod (3), nebo alespoň specifikovat, jaké body z lemmatu 5 se užívají.

V podkapitole 4.1 by se mělo mluvit správně česky o (čistě injektivních) obalech. V pozorování 12 se zmiňuje opačná implikace, než má správně být. Lemma 13, bod 2 nedává smysl. Definice 13 je špatně zformulována: mělo by být zdůrazněno, že M je algebraicky kompaktní, pokud vlastnost platí pro každou dvojici (N', N) , kde N' je čistý podmodul v N . V podkapitole 4.2 by se měly všechny výskyty sousloví *neprázdný modul* nahradit souslovím *nenulový modul*. Ve větě 26 se mlčky předpokládá, že pojednává jen o nerozložitelných kompaktech.

Bohužel výše uvedený seznam nedostatků není zdaleka úplný. Z textu je zřejmé, že byl z větší části sepsán narychlo a neprošel žádnou korekturou. Považuji ho za dobrou pracovní verzi potenciálně solidního výstupu z bakalářského studijního programu. V této podobě ovšem *nemohu doporučit uznat text „Rozhodnutelnost teorie komutativních grup“ Františka Čecha jako bakalářskou práci.*

V případné obhajobě bych byl rád, aby uchazeč o titul Bc. vysvětlil, jak přesně se výsledek o pp-eliminaci kvantifikátorů — pokud vůbec — využil v kapitolách 4 a 5.

Mgr. Jan Šaroch, Ph.D.