

Název práce: Prostory Sobolevova typu na metrických prostorech s mírou

Autor: RNDr. Lukáš Malý

Katedra (ústav): Katedra matematické analýzy

Vedoucí disertační práce: Prof. RNDr. Luboš Pick, CSc., DSc., Katedra matematické analýzy

Abstrakt: Tato disertační práce se zaměřuje na prostory funkcí spojené s analýzou prvního řádu na abstraktních metrických prostorech s mírou. V metrických prostorech lze nahradit distributivní gradienty, jejichž definice závisí na lineární struktuře \mathbb{R}^n , gradienty horními, které regulují chování funkcí podél všech rektifikovatelných křivek. Pomocí nich se pak zavádí newtonovské prostory. Podmínka integrovatelnosti, jež se v této práci uvažuje, je vyjádřena pomocí kvazinormy obecných Banachových svazů měřitelných funkcí, díky čemuž se vystaví rozsáhlý teoretický rámec. Prostory Sobolevova typu na metrických prostorech (postavené především na L^p normě), zvláště pak newtonovské prostory, byly podrobeny intenzivnímu studiu od poloviny 90. let 20. století.

Vybudujeme standardní nástroje pro teorii v plné obecnosti a ukážeme, že newtonovské prostory jsou úplné. Integrovatelnost horního gradientu zaručí, že funkce je absolutně spojitá podél skoro všech křivek. Dokážeme, že existuje jednoznačně určený minimální slabý horní gradient. Dále nahlédneme na regularizaci newtonovských funkcí pomocí lipschitzovských ořezů v prostorech s Poincaréovou nerovností a doubling mírou, přičemž prozkoumáme a využijeme slabou omezenost maximálních operátorů Hardyova–Littlewoodova typu. Regularita newtonovských funkcí bude též předmětem zájmu. Zvláštní zřetel bude kladen na kritický případ, kdy stupeň integrovatelnosti je v zásadě roven „dimenzi míry“.

Klíčová slova: prostory Sobolevova typu, horní gradient, newtonovské prostory, metrické prostory s mírou, regularita