TEREZA PTÁČKOVÁ:
GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ VE STŘEDOŠKOLSKÉ MATEMATICE S PODPOROU INTERNETU

Oponentský posudek na bakalářskou práci

Bakalářská práce je věnována výkladu a procvičení shodných a podobných zobrazení v rovině. V budoucnosti by měla sloužit jako učební text pro studenty středních škol, resp. jako výukový materiál pro středoškolské pedagogy. Vedle tištěné verze existují webové stránky.[1] Materiály nejsou totožné, webová verze je obohacena řadou dynamických prvků (applety s krokovanými konstrukcemi včetně zápisů jednotlivých kroků; rejstřík pojmů odkazující na jednotlivé definice apod.).

Materiál je rozsáhlý (80 stran v tištěné verzi), obsahuje zajímavé příklady, které se běžně nevyskytují v učebnicích či sbírkách a které by byly vhodnými úlohami pro výběrové semináře. Domnívám se, že pouhé sestavení souboru netypických příkladů vyžadovalo od studentky značný vtip a velkou energii. Dalšími pozitivními příspěvky autorky jsou již zmíněná interaktivita a pečlivě nakreslené obrázky.

Typografická úprava textu je na velmi dobré úrovni, překlepy se v něm takřka nevyskytují.

Stylistickou stránku práce považuji za ne zcela zvládnutou, na řadě míst se objevují formulace, které nedávají smysl či dokonce podávají zcela nesprávné informace. Diskuse příkladů jsou poměrně nejednotné, v textu jsou zaměňovány implikace za ekvivalence, do rovností jsou dávány různé objekty (zobrazení a bod, bod a vzdálenost) atd. Na následujících řádcích uvádím (většinou heslovitě) přehled některých nedostatků spolu s konkrétními citacemi (psané italikou) a v některých případech i s náměty k zamyšlení (psáno v hranatých závorkách).

• formulace, které nedávají příliš smysl nebo jsou nepřesné

∗ *... existují právě dva průsečíky kružnice k_2 a k_1', jeden tento průsečík má právě dva průsečíky kružnic th_1 (resp. th_2), k_3 a druhý průsečík má právě jeden průsečík kružnic th_1 (resp. th_2), k_3.* (str. 20)

∗[2] *Potřebujeme proto určit těžiště trojúhelníka, platí, že těžiště trojúhleníka se nachází na těžnici trojúhelníka vzdáleného $\frac{2}{3}$ délky těžnice od vrcholu trojúhelníka.* (str. 21)

∗ *Předpokládejme, že takový lichoběžník leží na přímkách p, q, ...* (str. 41)

∗ *Polovinu strany AC získáme tak, že úsečku AC rozdělíme na polovinu (...)* (str. 62)

• nedodržení stavby věty (např. hlavní věty se napojují na vedlejší), zbytečné záměny podmětů, časů, způsobů apod.

∗ *Narýsujte lichoběžník $ABCD$ se základnami AB a CD, znáte-li délku strany c, délku výšky v_c lichoběžníka, velikost úhlu DAB je α a střední příčka lichoběžníka má velikost $\frac{5}{3} \cdot c$.* (str. 41)

[1] Bohužel adresa internetových stránek není v tištěné verzi uvedena.

[2] Citováno včetně překlepu.

∗ *Úloha* nemá *řešení, pokud bod R* bude *průsečíkem přímek p a q – všechny vrcholy čtverce* by splývaly *s bodem R.* (str. 15)
∗ *Ke konstrukci ...* využijeme *... trojúhelníka XRY,* podívejte se *na následující obrázek.* (str. 33)

• samodružné prvky zobrazení

Za poměrně problematické považuji první dvě strany textu. Je-li uvedena definice zcela obecného zobrazení v rovině, proč jsou jako samodružné prvky definovány pouze samodružné body a samodružné přímky? Jak autorka dospěla k řešení příkladu 1 na stranách 5 až 6? Je-li v úloze míněno obecné zobrazení v rovině (tj. zobrazení, jehož definice je několik řádků nad příkladem), nelze příklad vyřešit. Jestliže měla autorka na mysli „jisté“ konkrétní zobrazení (osovou afinitu), ale v zadání tuto skutečnost zapomněla uvést, jsou skutečně samodružnými body pouze body C a D? [Jsou obdobné problémy také s následujícím příkladem?]

• rozlišení pojmů shodnost, podobnost, stejnolehlost

∗ *Podobnosti, které jsou shodnostmi, jsme se již zabývali v předchozí kapitole. V této kapitole se budeme zabývat stejnolehlostmi, tj. podobnostmi s koeficientem podobnosti $k \neq 1$.* (str. 59) [Tedy shodnost ($k = 1$) není speciálním případem stejnolehlosti? Pokud skutečně není, proč není tento případ vyloučen v definici stejnolehlosti? Proč je dále (např. na straně 60) případ $\kappa = 1$ brán v úvahu? Je skutečně každá podobnost s koeficientem $k \neq 1$ stejnolehlostí? Není stejnolehlost jen *speciálním* případem podobnosti?]

• nesprávné zápisy

∗ $T; T = \frac{2}{3}\,|BB_1|$ (str. 22) [Značí T a $\frac{2}{3}\,|BB_1|$ tytéž „objekty“?]
∗ $\mapsto p; C \in\mapsto p \wedge B_1 \in\mapsto p$ (str. 22) [Máme-li sestrojit polopřímku, musíme znát její počáteční bod. Je z uvedeného zápisu zřejmé, který bod je tímto počátečním bodem? Je zde uveden?]
∗ $X; X \in q' \cap \triangle ABC$ (str. 32) [Co je obecně průnikem přímky a trojúhelníka (rovinného útvaru)?]
∗ *obraz X' bodu X ... značíme* $T(\mathbf{AB}) : X \to X'$ (str. 36) [Obraz bodu je bod. Značíme bod takto složitě?]

• nesprávné závěry odvozené z nedostatečného množství informací

∗ *Pokud umístíte přímku p tak, že bod S leží na přímce p, tak se přímka p zobrazí sama na sebe. Samodružné přímky středové souměrnosti jsou tedy všechny přímky, které procházejí středem souměrnosti.*
Množinu všech samodružných přímek středové souměrnosti tvoří všechny přímky, které procházejí středem souměrnosti. (str. 12) [Lze z tvrzení ve formě implikace ($S \in p \Rightarrow \; p = p'$) vyvozovat ekvivalenci (*Množinu všech ...*)?]

• nesrovnalosti v diskusích příkladů

∗ Příklad 4, str. 65–67 [Proč je v diskusi zahrnut případ, v němž bod X leží na kružnici k, je-li v zadání uvedeno, že bod X leží ve vnitřní oblasti kružnice (slovy autorky *je jejím vnitřním bodem*)? Je zbývající část diskuse správná?]
∗ Příklad 1, str. 70–71 [Proč jsou soustředné kružnice „vyloučeny“ v rozboru? Proč tento případ není zahrnut v diskusi?]
∗ Příklad 5, str. 54–55 [Kolik řešení má příklad, je-li bod D bodem přímky c? (Je zkonstruo-

vaný čtverec deltoidem? V některých definicích deltoidu je vyžadována jeho souměrnost podle právě jedné osy.)]
∗ nejasnosti, které se váží k více příkladům:
∗ Předpokládáme, že délka zadané úsečky může být nulová? [Proč je konkrétně např. v diskusi Příkladu 4, str. 41–42, uveden požadavek $v_c > 0$? Předpokládáme, že délka úsečky v_c může být rovna 0? Pokud ano, proč zde (a v podstatě u všech dalších příkladů) nejsou obdobné požadavky kladeny na jiné úsečky?]
∗ Proč je v úvodech některých diskusí napsáno, že počet řešení závisí na poloze jistých objektů a poté jsou diskutovány polohy (či vztahy) týkající se jiných objektů? [Proč je např. v úvodu diskuse Příkladu 2, str. 49–50, napsáno, že počet řešení závisí na umístění bodu A a poté jsou diskutovány i velikosti úhlů, které svírají přímky p a q?]
∗ Připouštíme, že zadané útvary mohou splynout? [Proč je např. v diskusi Příkladu 2, str. 71–72, diskutován případ $k_1 = k_2$, ale ve většině zbývajících příkladů (např. Příklad 5, str. 54–55) obdobné případy ($a = c$) zahrnuty nejsou?]
∗ Proč jsou některé diskuse vedeny vůči zadaným útvarům a některé vůči zkonstruovaným útvarům?

Doporučuji důsledně rozlišovat pojmy *úhel* a *velikost úhlu*, sjednotit terminologii při označování délky úsečky (*strana a* versus *délka strany a*), případně i jednotně používat 2. pádu slova n-úhelník (např. *trojúhelníka* versus *trojúhelníku*). Doporučuji také uvést (vedle samodružných bodů a přímek) alespoň takové základní vlastnosti jednotlivých zobrazení, které jsou v konstrukcích používány.

Práci považuji za značně rozporuplnou. Jsem si jistá, že její sepsání vyžadovalo mnoho energie a času. Domnívám se, že grafická část byla tvořena s nadšením. Její textová část však obsahuje značné nedostatky, a to ve více oblastech. Zde je samozřejmě pro autorku velkou omluvou, že se jedná o bakalářskou práci, tj. první matematický text většího rozsahu, který studentka sepsala. Je tedy očekávatelné a omluvitelné, že jsou v textu terminologické nepřesnosti (např. *..., který se podle nějaké osy zobrazí ...*), mírné stylistické nedostatky (např. chybějící přivlastňovací zájmena na úkor opakování podstatného jména, zde většinou jména geometrického útvaru: *Střední příčka lichoběžníka je úsečka, která spojuje středy ramen lichoběžníka.* (str. 42)). Přesto se domnívám, že některé z výše uvedených chyb by se v textu studentky 3. ročníku učitelského oboru objevovat neměly.

Myslím si, že studentka přecenila rozsahem práce své síly. Napsat během několika málo měsíců rozsáhlý a kvalitní text věnovaný planimetrii, navíc obohacený řadou interaktivních prvků, kdy je i za jednoduchým obrázkem skryto velké množství práce, by bylo „tvrdým oříškem“ i pro mnohem zkušenějšího autora. Věřím, že kdyby práce měla rozsah přibližně 30 stran a vlastní text by byl propracovanější, byl by její přínos podstatně větší.

Předložený text splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Tímto ji doporučuji k obhajobě.

V Praze dne 9. 6. 2014

RNDr. Martina Štěpánová, Ph.D.