

## Posudek

vedoucího oponenta

diplomové bakalářské práce

Autor/Autorka: Bc. Libor Peltan

Název práce: Eliptické systémy rovnic s anizotropním potenciálem: existence a regularita řešení

Jméno oponenta: RNDr. Miroslav Bulíček, Ph. D.

Matematická úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Výsledky:

originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Použité metody:

nestandardní standardní obojí

Aplikovatelnost:

přínos pro teorii přínos pro praxi přínos pro praxi i teorii bez přínosu nedovedu posoudit

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Tiskové chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Práci

doporučuji nedoporučuji uznat jako diplomovou **pouze v případě excelentní obhajoby.**

Návrh klasifikace přikládám na zvláštním papíru.

Připomínky a vyjádření oponenta:

Práce se zabývá studiem částečné hladkosti minimizérů variačních problémů s kvazikonvexním potenciálem a (an)izotropními růsty. Jedná se převážně o práci kompilačního charakteru a veškeré výsledky jsou převzaté z literatury. Nevím přesně, co bylo hlavním cílem práce, ať už šlo o to srozumitelnou formou přepsat známá tvrzení, nebo důkaz existence/regularity minimizéru s anizotropními růsty, popř. nějaký nový výsledek, ale každopádně tento cíl splněn nebyl. Práce je napsána velice nedbale a zkratkovitě, navíc se zdá, že ke konci už autorovi docházely síly a snažil se práci rychle dokončit. Zejména mi

vadí, že **žádný** důkaz se nedá nazvat rigorózním, nebo alespoň částečně rigorózním. Často je vynecháno mnoho mezikroků, jejichž ověření je často mnohem komplikovanější než důkaz samotný, příliš mnoho věcí se nechává na čtenáři (dokonce mnohem více než ve standardním vědeckém článku) – jako příklad může sloužit délka sekce věnovaná slabé zdola polospojivosti kvazikonvexních funkcí, která je několikrát kratší než původní článek. Navíc mi chybí, že práci chybí jakýkoliv ucelený pohled, tj. odkud a kam jdeme a jakými metodami to budeme zkoumat. A v neposlední řadě bych měl i zmínit špatnou (nebo minimálně odbytou) formulaci základních definic a tvrzení. Jediné, co беру jako klad této práce, je to, že neobsahuje vyloženě lživá tvrzení. Níže jsou uvedeny největší výhrady a otázky:

Ihned v úvodu v definicích: prostor pro  $A$  je špatně, není jasné, co je  $V$  v definici striktní kvazikonvexity, v definici minimizéru by měla mít testovací funkce nulu na hranici.

Důkaz Lemma 1 je sám o sobě pozoruhodný. Po rozdělení integrálu na tři části, by se mělo minimálně zmínit, proč je poslední část menší nebo rovno té první. Tvrzení, že něco víme (slabý (1,1) odhad) o maximální funkci, by se mělo podložit citací, navíc když důkaz takového tvrzení je asi delší než důkaz Lemma 1. Navíc není úplně jasné, proč by měla jít míra doplnku k nule a my tak mohli “poslat” (cituji z práce) něco k nule.

V Lemma 2 by si tvrzení, že kvazikonvexní funkce je konvexní v každé komponentě, zcela jistě zasloužilo důkaz!

Poznámka na straně 6 by se v diplomové práci vyskytovat neměla! Namísto „zvědavého čtenáře“ by měl důkaz předložit autor.

Věta 1 by zasluhovala alespoň komentář o tom, že slabá zdola polospojivost a kvazikonvexita jsou ekvivalentní. Navíc důkaz má k matematickému důkazu hodně daleko zejména počínaje stranou 7. Např. věta „... pokryjeme *něco* krychličkami tak, že definujeme-li (konstantní) matice ... něco platí...“, ihned svádí k otázce, zda to opravdu mohu udělat a pokud ano, proč to autor neudělal za mě? Poté už důkaz pokračuje v této stručnosti až do konce.

Tvrzení 2 je standardní tvrzení ze základního kurzu parciálních diferenciálních rovnic a proto by se mělo buď dokázat celé, nebo vůbec. Uvedený nástřel důkazu je spíše matoucí než užitečný.

Na straně 10 na začátku části „Pro spor...“ by ze slušnosti stálo za to říci, jak volíme  $\delta$ .

Jak nadefinuji minimizér v případě anizotropních růstů? Pokud je gradient integrovatelný v  $p$ -té mocnině a funkce  $f$  má rychlejší růsty, nemohu zaručit, že integrál je konečný a tedy i to, že v definici se vyskytuje výraz „nekonečno je menší nebo rovno než nekonečno“.

Na straně 14: Použit v diplomové práci formulaci: „kde jsme využili Cauchy-Schwartz, Jensena...“ je poněkud odvážné, zejména tehdy, když jsem nikde nezformuloval tyto nerovnosti!

V Lemma 4 je ve znění konstanta  $M$ . Není jasné, jestli pak uvedené nerovnosti na  $M$  závisí nebo ne.

Na straně 17 v druhém řádku důkazu by mělo být  $1/R$  místo  $R$ .

Co je Gamma ve vVěťě 6?

Věta 7 pracuje s tzv. Campanatovými prostory funkcí, což by bylo vhodné zmínit, zejména když pak na straně 22 říkám „Campanatova podmínka Holderovskosti“ aniž bych odkázal na Větu 7.

Jakožto nejvíce lživé tvrzení se pak ukázal poslední odstavec závěru, jehož pravý opak je pravdou.

Místo, datum, podpis oponenta:

V Bonnu dne 9.9.2014

Miroslav Bulíček