Posudek vedoucího na diplomovou práci

Generalized ordinary differential equations in metric spaces

Autor práce: Bc. Břetislav Skovajsa

Posudek vypracoval: Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.

Koncem padesátých let minulého století se objevila průlomová práce Jaroslava Kurzweila, v níž byl zaveden pojem zobecněné obyčejné diferenciální rovnice. (Dále budeme vynechávat slovo "obyčejné"). Zásadní přínos Kurzweilovy práce lze spatřovat ve třech směrech:

1. Pojem rovnice byl pojat značně šířeji než doposud, totiž jako problém najít funkci, která sleduje předepsané infinitezimální chování, které může být nelineární a v každém bodě zásadně jiné. Hledá se funkce, které splňuje

$$u(t) - u(\tau) \sim F(u(\tau), \tau, t) - F(u(\tau), \tau, \tau), \qquad t \to \tau, \tag{1}$$

zatímco klasická diferenciální rovnice je jen speciální případ $F(x, \tau, t) = f(x, \tau)t$.

2. Pojem řešení je značně obecný, například řešením rovnice $u(t)-u(\tau) \sim f(\tau)(t-\tau)$ je neurčitý integrál funkce f v Perronově smyslu, což je obecnější než Lebesgueův integrál či integrál založený na primitivní funkci. Odhad $u(t)-u(\tau) = f(\tau)(t-\tau)+o(t-\tau)$ pak nemusí být splněn ve všech bodech, ale jen skoro všude.

3. Součástí práce byla nová konstrukce Denjoy-Perronova integrálu založená na Riemannovských součtech, mnohem intuitivnější než dosavadní definice.

Teorie zobecněných diferenciálních rovnic byla od té doby bohatě rozvíjena a je stále aktuální, o čemž svědčí dvě nedávno vyšlé knihy na toto téma.

Mezitím se objevily práce (např. od J. P. Aubina), které se zabývají diferenciálními rovnicemi na metrických prostorech, takže se musí mimojiné vypořádat s problémem chybějící lineární struktury. Jejich pojem řešení však zdaleka nedovoluje takovou bohatost úloh, jako Kurzweilova teorie.

Cílem práce Břetislava Skovajsy je zastřešit zmíněné dva směry rozvoje diferenciálních rovnic, zavést zobecněné diferenciální rovnice na metrických prostorech a začít budovat příslušnou teorii. První překážkou na této cestě je odčítání ve vzorci (1). To se dá vyřešit (bez újmy na obecnosti) normalizační podmínkou $F(x, \tau, \tau) = x$, po níž se (1) redukuje na

$$u(t) \sim F(u(\tau), \tau, t), \qquad t \to \tau. \tag{2}$$

Druhou překážkou je definice řešení založená na převedení na integrální rovnici (integrál s hodnotami v metrickém prostoru nemá smysl). I tento problém se podařilo překonat a nová definice dává v normovaných lineárních prostorech stejně obecný pojem jako Kurzweilova definice. Zatímco námět byl nápad vedoucího práce, zpracování bylo značně samostatné. Dosažené věty o existenci a jednoznačnosti jsou i po aplikaci na eukleidovský prostor obecnější než některé cílové věty dosavadní teorie. Výsledky jsou rozhodně publikovatelné v dobrém časopise.

S nasazením a soustavností práce Břetislava Skovajsy jsem velmi spokojen, ačkoli odevzdání diplomové verze bylo načasované na přelom července a srpna, autor stihl vypracovat dubnovou verzi pro soutěž SVOČ, v níž se umístil na jednom z udělených prvních míst. Bohužel ke konci vzhledem k nemoci a mnoha zkouškám polevil a odevzdaná práce se od soutěžní práce SVOČ již příliš neliší.

Autor prokázal zručnost v práci s odbornou literaturou, schopnost hlubokého proniknutí do problematiky i svou tvůrčí invenci. Práce splňuje podmínky kladené na diplomovou práci.

V Praze 6. srpna 2014

Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.