

Posudek vedoucí na diplomovou práci:

Dana Křepinská : Statistické úlohy pro Markovské procesy se spojitým časem

Diplomová práce slečny Křepinské se zabývá problémem odhadu matice intenzit Markovského řetězce se spojitým časem a diskrétní, resp. konečnou množinou stavů. Tento problém je jednoduchý v případě, že je k dispozici pozorování celé trajektorie procesu na daném intervalu. Ovšem v případě, že jsou k dispozici pouze pozorování trajektorie řetězce jen v některých, předem určených časech, stává se problém odhadu matice intenzit mnohem složitější. Práce podává přehled tří možných postupů a to:

- odhad matice pravděpodobností přechodu diskrétního Markovského řetězce a použití maticového logaritmu k výpočtu odhadu matice intenzit
- výpočet maximálně věrohodného odhadu matice intenzit, kdy se věrohodnost maximalizuje s pomocí EM algoritmu, který vyřeší problém "chybějících dat" tj. nepozorovaných částí trajektorie mezi pozorovacími časy
- odhad matice intenzit pomocí Bayesovského přístupu s vhodnou apriorní hustotou, kdy se k implementaci výpočtu aposteriorní hustoty použije MCMC algoritmus (konkrétně Gibbsův výběrový plán) a jako odhad se použije empirická střední hodnota simulovaného aposteriorního rozdělení matice intenzit.

U posledních dvou přístupů je rovněž možné odvodit aproximaci rozptylu spočtených odhadů.

Všechny tři přístupy jsou v práci podrobně popsány včetně netriviálních teoretických výsledků umožňujících výpočet všech potřebných ingrediencí pro praktickou implementaci EM algoritmu. Většina vět je doplněna podrobnými důkazy. Jsou diskutovány teoretické vlastnosti a rozdíly mezi prezentovanými přístupy a jejich praktická implementace je ukázána v kapitole šesté. Tato obsahuje numerickou ilustraci pro vybraný pětistavový Markovský řetězec, kdy je nasimulována jak spojitá trajektorie, tak její diskrétní pozorování a jsou vypočteny odhady pomocí všech tří přístupů. Jsou diskutovány vlivy frekvence diskrétních pozorování i celkové délky trajektorie na přesnost i numerickou náročnost výpočtu konkurenčních odhadů.

Dana Křepinská přistupovala ke své diplomové práci aktivně a systematicky, z časopisecké literatury musela samostatně nastudovat problematiku zahrnující několik témat dosti rozšiřujících znalosti získané během jejího magisterského studia. Vznikla přehledná a čitelná kompilace obsahující jak korektně zformulované a dokázané teoretické výsledky o představených odhadech, tak přesné popisy algoritmů vhodných k implementaci těchto odhadů, a rovněž numerickou ilustraci dávající představu o výpočetní náročnosti a praktické použitelnosti představených postupů. Zde diplomantka prokázala schopnost implementace netriviálních numerických metod. Práce je na velmi dobré matematické i formální úrovni, všechny zdroje jsou v práci korektně citovány.

Závěrem mohu říci, že vytčený cíl práce byl splněn a předložená práce zajisté splňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci a doporučuji ji jako takovou uzнат.

RNDr. Michaela Prokešová, Ph.D.