



Posudek oponenta na práci:

Bc. Dana Křepínská
Statistické úlohy pro Markovské procesy se
spojitým časem

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce se zabývá statistickými úlohami pro Markovské procesy se spojitým časem. Zejména se soustřeďuje na metody a postupy pro odhad matice intenzit na základě diskrétních pozorování.

Nejdříve je představen odhad, pokud by bylo k dispozici pozorování spojitě trajektorie procesu. Odhad je získán metodou maximální věrohodnosti.

Pak je uveden odhad pro případ, když jsou k dispozici pouze diskrétní pozorování trajektorie. Nejdříve je metodou maximální věrohodnosti odhadnuta matice pravděpodobností přechodu. Pak je hledána matice intenzit, která odpovídá nalezené matici pravděpodobností přechodu.

Dále je popsán EM algoritmus, který iterativně hledá maximum střední hodnoty logaritmicke věrohodnostní funkce podmíněné pozorováními.

Poslední popsanou metodou je metoda MCMC, která iterativně hledá optimální řešení maximalizace věrohodnosti pomocí simulací.

V kapitole 5 je naznačeno, jak postupy odhadu adaptovat pro více nezávislých pozorování trajektorií.

V šesté kapitole práce jsou všechny uvedené metody porovnány v simulační studii. Je vygenerována jedna spojitá trajektorie Markovova řetězce se spojitým časem; délka '5 let'. Jednotlivé postupy odhadu jsou porovnány

na denních, týdenních a měsíčních datech. Také je testována závislost na počtu pozorování: '5 let' a '10 let'.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce bylo zpracováno ve shodě se zadáním práce.

Vlastní příspěvek. Jedná se o kompilaci z více zdrojů. Přínosem autorky je shromáždění a popis metod odhadování intenzit přechodů. Vlastním přínosem autorky je numerické porovnání těchto postupů. Simulace a vyhodnocení bylo provedeno pomocí softwarového balíku Wolfram Mathematica.

Matematická úroveň. Práce obsahuje korektně zformulovaný matematický text. Věty jsou doplněny důkazy.

Práce se zdroji. Zdroje jsou v práci správně citovány.

Formální úprava. Formální úprava práce je dobrá.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Definice 1.2, str. 6, je zřejmě myšlena pouze pro reálné náhodné veličiny.
2. Autorka pracuje s náhodnými veličinami, náhodnými vektory, náhodnými procesy. Z textu je však patrné, že se jedná o reálné náhodné veličiny, reálné náhodné vektory, reálné náhodné procesy.
3. V definici 1.10, str. 9, chybí předpoklad, že v podmíněné pravděpodobnosti musí mít podmínka kladnou pravděpodobnost.
4. Ve větě 1.8 chybí předpoklad spojitosti pravděpodobností přechodu zprava v $t = 0$.
5. V práci chybí předpoklad, že řádky matice intenzit mají nulový součet. Proces nesplňující tento předpoklad exploduje. Ve zbytku práce se ale uvažuje pouze konečná množina stavů, pro kterou je tento předpoklad automaticky splněn.

6. Jak velká je třída \mathcal{P}_{00} ?
7. Proč lze při výpočtech v kapitole 3.4, str. 32-33, zaměnit pořadí parciální derivace a podmíněné střední hodnoty.
8. Nejednotnost v zápisu argumentu u náhodného procesu. Střídá se $X(t)$ i X_t . Například v kapitole 1.2 nebo v prvním odstavci kapitoly 4.
9. V závěru kapitoly 4, str. 37, se konstrukce intervalu spolehlivosti (4.5) pro matici intenzit opírá o asymptotické rozdělení $(Q_k, X^{(k)})$. K tomu mám dvě otázky: Jak vypadá asymptotické rozdělení $(Q_k, X^{(k)})$? Co vlastně znamená (4.5)?

ZÁVĚR

Práce je napsána přehledně a svědomitě. Teoreticky představené odhady jsou porovnány v simulační studii.

Předložená práce splňuje předpoklady kladené na práci diplomovou. Doporučuji proto, aby byla jako diplomová práce uznána.

5.zář 2014

**Katedra pravděpodobnosti
a matematické statistiky**
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
tel: 221 913 287
fax: 222 323 316
e-mail: kpms@mff.cuni.cz

Doc.RNDr. Petr Lachout, CSc.
tel: 221 913 289
e-mail: lachout@karlin.mff.cuni.cz