

Posudek diplomové práce

Filip Dohnálek: Hustota Minkowského funkcionalů stacionárních náhodných množin

Pro odhady intenzit Minkowského funkcionalů (integrálů křivosti) stacionárních náhodných množin existuje v literatuře několik zcela odlišných postupů. Empirické testování kvality těchto odhadů je možno provádět s výhodou u modelů, u nichž známe teoretické hodnoty těchto intenzit. Takových (netriviálních) modelů není ve stochastické geometrii mnoho. Standardním příkladem je Booleův model (generovaný vzájemně nezávislými překrývajícími se částicemi), a na něm byly uvedené odhady již dříve testovány. Úkolem diplomanta bylo testovat jednu konkrétní metodu odhadu na modelu nadúrovňové množiny Gaussovského náhodného pole.

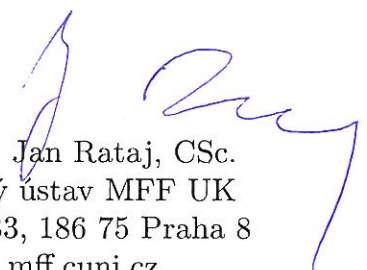
Teoretické hodnoty intenzit Minkowského funkcionalů nadúrovňových množin Gaussovských náhodných polí jsou známy a diplomant použil jako zdroj knihu Adler & Taylor, *Random Fields and Geometry*, Springer 2007. Výsledky zde odvozené se opírají o řadu netriviálních geometrických předpokladů i předpokladů na hladkost Gaussova náhodného pole. Diplomant se zde nemohl vyhnout technickému pojmu stratifikované variety. Výsledek (věty 1 a 2) je pěknou ukázkou propojení geometrie a pravděpodobnosti, neboť zde vystupující křivosti jsou odvozeny z Riemannovy geometrie určené kovarianční funkcí náhodného pole.

V další části diplomant uvažuje vybrané modely Gaussovského stacionárního náhodného pole a ukazuje, že jsou splněny potřebné předpoklady hladkosti pro platnost hlavní věty. Pro srovnání pak jsou uvedeny i příslušné intenzity pro Booleův model částic.

V praktické části pak diplomant vytvořil program na modelování nadúrovňových množin Gaussovských náhodných polí a pro odhady intenzit Minkowského funkcionalů použil program Doc. Tomáše Mrkvičky publikovaný ve *Stoch. Proc. Appl.* 118 (2008) 213–231. Výsledky v dimenzi dva i tři jsou popsány a komentovány v práci, včetně příslušných obrázků a tabulek. Podle očekávání vychází odhady pro nadúrovňové množiny Gaussovských polí obecně lépe než pro Booleovské modely.

Práce je podle mého názoru dobře napsaná a představuje důležitý krok ve výzkumu, otevírající pole testování na široké třídě modelů. V diplomové práci se jako mírně problematické jeví množství geometrických předpokladů, jejichž význam a smysl je často jen naznačen. Za důležitý budoucí krok považuji pokusit se na základě širší rešerše i nového výzkumu s použitím moderních metod geometrické teorie míry očistit teorii od nadbytečných technických předpokladů, tento cíl by však byl pro diplomovou práci příliš ambiciózní, a bude spíše vhodný pro doktorské studium. Dále interpretace praktických výsledků si zaslouží širší diskusi, která jistě bude pokračovat v rámci odborného semináře.

Považuji předloženou práci za velmi úspěšnou s doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.



prof. RNDr. Jan Rataj, CSc.
Matematický ústav MFF UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
rataj@karlin.mff.cuni.cz

Praha, 12.8.2014