

Posudek vedoucího na diplomovou práci Martina Koce Vlastnosti a aplikace sigma-pórovitých množin

Práce obsahuje tři příspěvky k teorii σ -pórovitých množin.

V druhé kapitole je dokázáno, že v každém neprázdném topologicky úplném metrickém prostoru bez izolovaných bodů existuje uzavřená množina F , která je shora pórovitá, ale není σ -zdola pórovitá. Toto tvrzení je uvedeno bez důkazu v mém nedávném přehledném článku s tím, že stačí modifikovat metodu tam uvedeného důkazu slabšího tvrzení (ve kterém se nepožaduje pórovitost shora množiny F). Důkaz je sice elementární, ale jeho zcela přesné provedení není vůbec snadné.

Druhá kapitola je motivována pojmem pórovitosti míry, který je zkoumán v řadě nedávných prací. Zde jsem navrhl zavést a zkoumat pojem "pórovitosti množiny A vzhledem k míře", který v jistém smyslu zobecňuje pojem pórovitosti měr (splývá s ním v případě, že množina A je celý prostor). Úkolem pak bylo vyšetřovat, zda důkazy některých tvrzení o pórovitosti míry nelze použít k získání výsledků o pórovitosti množiny vzhledem k míře, a zda nelze místo pórovitosti použít i zobecněnou pórovitost (definovanou pomocí funkce g). M. Kocovi se skutečně podařilo takový výsledek dokázat (Věta 3.14).


Třetí kapitola se týká aplikací pórovitosti v teorii reálných funkcí (Diniho derivací). Úkolem bylo prozkoumat, jak souvisí výsledky L. Kantoroviče z r. 1932 (které používají - při jiné terminologii - pojem pórovitosti) s výsledky z r. 1981 (které pracují s pojmem σ -pórovitosti). M. Koc ukázal (důkaz Tvrzení 4.28), že v případě spojitě funkce z Kantorovičových výsledků alespoň v jednom případě příslušné tvrzení z r. 1981 plyne. Je však třeba použít mj. dosti obtížnou větu (nedávno dokázanou M. Zeleným a J. Pelantem) z teorie σ -pórovitých množin.

Výsledky práce nejsou překvapivé: již při zadávání jsem je předvídal a M. Kocovi navrhl strategii důkazů. Dále však M. Koc pracoval samostatně a má pomoc spočívala hlavně v upozorňování na nedostatky v pracovních verzích.

V diplomové práci se skrývá velké množství práce. I když použité metody jsou poměrně elementární, práce vyžadovala některé dosti jemné úvahy a konstrukce. Také práce s Kantorovičovým článkem byla náročná - nejen kvůli jazyku, ale hlavně proto, že Kantorovičova práce je psána značně velkoryse a kromě řady nepříjemných tiskových chyb obsahuje i některé (snadno odstranitelné) faktické chyby.

Přestože měl M. Koc na diplomovou práci pouze jeden rok, jsem s výsledkem spokojen. Některé věci mohly být ještě více dotazeny (například vztah Kantorovičových pojmů redukovatelnosti a " σ -pórovitosti", formální zpracování důkazu Tvrzení 4.25 a také vyjasnění role měřitelného obalu v důkazu Tvrzení 3.11) a některé další diskutované otázky (týkající se například dolní pórovitosti vzhledem k míře) nebyly z časových důvodů do práce zařazeny. Základní úkoly však byly zcela splněny a práce je napsána nadprůměrně kulturně.

Praha, 18.9.2006

RNDr. Prof.  Zajíček, DrSc