

# Oponentský posudek bakalářské práce

Název: Bodové procesy odvozené od Poissonova procesu

Autorka: Eva Kielkowská

Předložená bakalářská práce se zabývá konečnými bodovými procesy zadanými hustotou vzhledem k Poissonovu procesu a speciálním typem funkcionalů těchto procesů ( $U$ -statistikami). S využitím moderních výsledků teorie pravděpodobnosti a stochastické geometrie je možné vyjádřit střední hodnotu těchto funkcionalů pomocí součinu středních hodnot funkcionalů Poissonova procesu. Tím je úloha převedena do podstatně jednoduššího kontextu a je možné pro konkrétní  $U$ -statistiky analyticky vyjádřit zkoumané střední hodnoty v závislosti na parametrech uvažovaného modelu konečného bodového procesu. Poznamenejme však, že toto vyjádření typicky zahrnuje komplikované integrály a při odhadu těchto středních hodnot z pozorovaných dat je nutné využít numerické aproximace těchto integrálů.

Po nezbytném teoretickém úvodu je formulován a dokázán obecný vzorec pro střední hodnotu funkcionalu konečného bodového procesu s hustotou. Tento výsledek je převzatý z literatury a je správně citován. Vlastním příspěvkem autorky v teoretické části práce jsou pak detailní odvození v příkladech 2 a 3 na konci první kapitoly (speciální případy obecného vzorce pro vybrané  $U$ -statistiky 1. a 2. řádu) a v sekci 2.2 vyjádření středních hodnot těchto zkoumaných  $U$ -statistiky pro konkrétní model (Straussův proces).

Ve třetí kapitole pak v simulační studii autorka ilustruje využití získaných vzorců k odhadu zkoumané střední hodnoty na základě opakovaných (nezávislých) pozorování realizací Straussova procesu v daném pozorovacím okně.

**K práci mám následující dotaz, k němuž by se měla autorka vyjádřit:**

- Vzorec (3.2) udává odhad středního počtu bodů procesu v dané množině, vlastně tedy odhad intenzity procesu. Je takový odhad z nějakého důvodu lepší nebo užitečnější než triviální odhad typu “počet bodů v množině vydělený objemem množiny”?

Zadané téma práce vnímám jako náročné a poměrně technické, vyžadující studium a pochopení hlubších výsledků moderní teorie pravděpodobnosti. Autorka se s náročným tématem dokázala vypořádat a dosáhla zadaných cílů. Práce obsahuje vlastní příspěvek autorky (popsaný výše) a použité zdroje jsou řádně citovány.

Úroveň prezentace matematického textu je na poměrně dobré úrovni. Dojem však kazí některé “nedůslednosti”. Pro ilustraci vybírám tyto:

- v Definicí 7 je zaveden pouze Poissonův proces s konstantní funkcí intenzity, v dalším textu se však používá rozdělení Poissonova procesu s obecnou mírou intenzity (tedy objekt, který nebyl zaveden);
- neuvádění integračního oboru (např. na straně 11 nahoře, uvedený integrál ani nemusí být konečný, na integračním oboru zde záleží);
- použití značení, které nebylo zavedeno (např.  $\lambda(d(x_1, \dots, x_{k-j}))$ ) v Lemmatu 5 a podobně ve vzorci (2.2));
- v tabulkách s výsledky simulační studie v kapitole 3 se objevuje údaj “Číslo pokusu”, což je však v textu komentováno příliš stručně a nedostatečně.

Tyto a další drobné nedůslednosti nijak neovlivňují platnost uváděných tvrzení a výsledků, mírně však nezasvěcenému čtenáři ztěžují porozumění textu.

Na závěr již zbývá jen podotknout, že důkaz Lemmatu 7 obsahuje drobnou chybu (spíše přepis) a že numerickou aproximaci (3.3) zkoumaného integrálu nepovažuji za šťastně zvolenou. Zkoumání přesnosti a vhodnosti této aproximace však přesahuje rámec této bakalářské práce.

Předložená práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci na MFF UK, proto ji doporučuji přijmout jako bakalářskou práci k obhajobě.

V Roudnici nad Labem, dne 14. 6. 2014

Mgr. Jiří Dvořák