



Magisterská diplomová práce Ondřeje Luhana *Systems of Morphisms over Gödel Fuzzy Logic* – posudek vedoucího práce

Předložená diplomová práce studuje pojmy analogické základním pojmům klasické teorie kategorií v rámci formální fuzzy matematiky vybudované nad Gödelovou logikou vyššího řádu. V práci je vedle stručného historického a motivačního úvodu nejprve shrnut aparát Gödelovy logiky nultého až vyššího řádu s operátorem Δ a ostrou rovností; dále jsou uvedeny potřebné základní pojmy fuzzy matematiky budované nad touto logikou a použité standardní pojmy klasické teorie kategorií. Vlastním původním obsahem práce je studium vybraných příkladů systémů fuzzy morfismů nad Gödelovou logikou, analogických klasickým kategoriím Set a Rel. Pro potřeby práce je v Gödelově logice vyššího řádu nejprve zaveden rámcový pojem systému fuzzy morfismů, pokrývající příklady známé z formální fuzzy matematiky a nesvázaný prozatím definičními požadavky analogickými definici klasické kategorie; potenciálně požadované vlastnosti systémů fuzzy morfismů jsou pak vyšetřovány jako formální tvrzení o jednotlivých příkladech takových systémů (tj. formálně dokazovány v Gödelově logice, či v některých případech vyvráceny pomocí sémantických protipříkladů). Tento postup, mírně odchylný od postupu původně navrhovaného v zadání práce, se ukázal být nezbytným, neboť žádná prozkoumaná sada možných definičních požadavků fuzzy kategorie nad Gödelovou logikou nepokrývala adekvátně žádoucí příklady známé z formální fuzzy matematiky; v graduálním přístupu fuzzy logiky vyššího řádu je navíc legitimní i jen částečné splňování definičních podmínek (v libovolném stupni, včetně nulového). Tímto způsobem byly prozkoumány základní vlastnosti skládání pro čtyři varianty systémů fuzzy morfismů FRel (s fuzzy množinami coby objekty a fuzzy relacemi coby morfismy) a FSet (s fuzzy množinami coby objekty a fuzzy funkcemi coby morfismy). Pro jeden z těchto systémů byly prozkoumány také neklasické koreláty klasických limit a kolimit nejjednodušších diagramů (iniciální a terminální objekty, produkty a koprodukty). K detailně provedeným formálním důkazům prezentovaných vět byla rovněž odvozena potřebná obecná lemmata o skládání fuzzy relací nad Gödelovou logikou.

Práce je napsána anglicky (zejména z důvodu potenciální zajímavosti výsledků pro řízkou školu A. Šostaka) dobře srozumitelným jazykem; je pečlivě zpracována a přehledně členěna, cituje relevantní literaturu, adekvátně naplňuje zadání a celkově splňuje nároky na magisterskou diplomovou práci oboru Logika.

Pro zhodnocení náročnosti a kvality práce je třeba uvážit, že se tato práce (v souladu se zadáním) zabývá novým a dosud neprozkoumaným tématem formální fuzzy matematiky (dosavadní přístupy k fuzzy teorii kategorií byly semiklasické – budované v klasické matematice na základě sémantických definic fuzzy kategorií). K jejímu vypracování bylo třeba vhodně propojit dvě značně odlišné teorie (teorii fuzzy tříd a teorii kategorií) a zvládnout formální dokazování v axiomatice neklasické logiky vyššího řádu. Předložená práce navrhuje a prozkoumává nové pojmy formální fuzzy matematiky a dosahuje několika nových poznatků o těchto pojmech. Je proto cenná jako prvotní průzkum prototypických příkladů pro výhledově vybudovatelnou formální teorii fuzzy kategorií, zachycující obecné rysy struktur formální fuzzy matematiky.

Práce dostatečně pokrývá a poskytuje prvotní náhled na základní vlastnosti několika variant nejjednodušších systémů fuzzy morfismů a několik jejich nejjednodušších kategoriálních fuzzy vlastností. Magisterská práce pochopitelně nemůže podat vyčerpávající průzkum složitějších fuzzy struktur (fuzzy topologií ap.) ani pokročilejších kategoriálních pojmů. Zkoumané téma by přesto bezpochyby bylo možné i v magisterské práci pojednat o něco širěji a systematictěji: zejména prozkoumat příklady fuzzy morfismů nejen mezi nestrukturovanými fuzzy množinami, ale i např. mezi fuzzy uspořádáními či ekvivalencemi; vyšetřit koreláty dalších jednoduchých, leč zásadních vlastností morfismů (zejména vlastnosti být fuzzy isomorfismem, nezbytné mj. pro věty o fuzzy jednoznačnosti kategoriálních pojmů); a prozkoumat fuzzy limity a kolimity u více druhů diagramů i systémů fuzzy morfismů (s diskusí možné fuzzifikace rovnosti v jejich definičních podmínkách). V mezích svého záběru je však práce cenným příspěvkem k budování nové části formální fuzzy matematiky, a uvedené výhrady k ucelenosti průzkumu mají dle mého názoru váhu nejvýše jednoho klasifikačního stupně. Práci proto doporučuji komisi k obhájení a navrhuji její hodnocení klasifikačním stupněm *velmi dobře*.

V Praze dne 11. 9. 2014

Mgr. Libor Běhounek, PhD.
vedoucí práce