

Posudek bakalářské práce

posluchače Marka Sterzika

"Lebesgueova věta o hustotě pro Haarovu míru"
studijní program Matematika na MFF UK, 2006

Práce zobecňuje jednu výraznou větu z teorie Lebesgueova integrálu, totiž tvrzení o tom, že skoro každý bod Lebesgueovsky měřitelné množiny je "Lebesgueovsky" ve smyslu, že daná množina v dostatečně malém okolí toho bodu vypadá "skoro jako interval", co se míry toho malého okolí týče. Zobecnění je zformulováno pro Haarovy míry na grupách typu kartézský součin dvoubodových množin. Závěr práce je pak věnován množinové teoretickému pojmu "linkovanosti" algebry měřitelných množin.

Dokazovaná věta je hezkým zobecněním klasického výsledku, její zpracování je technicky v zásadě OK – což svědčí o tom, že posluchač je schopen samostatné práce při formulaci netriviálních analytických úvah. Potud je vše v úplném

pořádku. Námitky bych měl spíše formálního charakteru a – hlavně – co se

"štenářské přítulnosti" textu týče.

Teorii míry se zabývají různé skupiny matematiků, od lidí pracujících v aplikované teorii pravděpodobnosti, matematické fyzice, statistice, finančnictví apod. přes matematiky klasické analýzy či Bourbakiho školy

až po specialisty čisté teorie množin. Bohužel, jak už to bývá, tyto komunity

kromě odlišného důrazu na různé aspekty obecné teorie (třeba pojem vnější míry

v Bourbakiho přístupu prakticky chybí) používají i velmi odlišné značení.

A zde se dostávám k jádru mých námitek.

Osobně tedy preferuji spíše "intuitivně" psaný text, kde přesně a výstižně napsané podstatné definice jsou doprovázeny slovními komentáři vyjasňujícími možná nedorozumění ve značení (a případně triviality nestojící za striktní

definicí). Jsem raději, když pisatel apeluje spíše na moji představivost, než

schopnost přísně logicky analyzovat "suchý" text. Jsem ochoten uznat svou nedostatečnost v tom druhém – ale jen za předpokladu, že ten suchý text je

opravdu správně formulován a že nebudu muset dešifrovat případně, byť banální

(pro pisatele textu) chyby formulace. Vezměme hned první stránku textu. Kdybych

nevěděl či aspoň netušil, co mají znamenat pojmy zavedené hned na straně 1

v Definici 1.1 asi bych se těžko prokousával dál. Co je (a co splňuje) dom (f) ?

$(\text{Rng}(f))$ uhodnu spíše :-). Co je vlastně to $|f|$? Co je f ve vztahu (1)?!

Kde má být v Definici 1.1 nerovnost místo inkluze resp. jak je ta inkluze chápána? Gramatické prohřešky jako "Míru bazové množiny danou

částečnou
funkcí f lze vyjádřit..." chuť k dešifrování toho, zda uvedené pojmy
odpovídají
mému očekávání nezvětšují. Jádro práce, s rostoucí složitostí tématu,
je již
očividně zpracováno lépe.
Myslím ale, že přes uvedené nedostatky jde o dobrou práci, navrhuji
známku 1
nebo (s přihlédnutím k zmíněným formálním prohřeškům) 2.

doc. Miloš Zahradník
KMA MFF UK
8.9. 2006

