

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

Pedagogická fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2014

Ivana STRNÁDKOVÁ

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

**CESTY A STRATEGIE ŽÁKŮ 10-12 LETÝCH PŘI
ŘEŠENÍ VYBRANÉHO TYPU SLOVNÍCH ÚLOH**

**Ways and strategies of 10-12 years old pupils when
solving selected type of word problems**

Diplomová práce

Vedoucí diplomové práce:

doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.

Autorka diplomové práce:

Ivana Strnádková

Studijní obor:

učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Forma studia:

kombinovaná

Diplomová práce dokončena:

červen 2014

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma – Cesty a strategie žáků 10-12letých při řešení vybraného typu slovních úloh, vypracovala pod vedením vedoucí diplomové práce sama za použití v práci uvedených pramenů a odborné literatury. Dále prohlašuji, že diplomová práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Prohlašuji, že odevzdaná elektronická podoba diplomové práce je identická s její tištěnou podobou.

V Praze dne Podpis:

Ivana Strnádková

Ráda bych poděkovala doc. RNDr. Darině Jirotkové, Ph.D. za cenné rady a metodické vedení, za ochotu a trpělivost, které mi poskytla při zpracování diplomové práce. Děkuji také prof. RNDr. Milanu Hejnému, CSc. za prvotní impuls, který mě vedl k zamyšlení nad výukou matematiky. Také děkuji své rodině a kolegům za nesmírnou podporu a trpělivost.

Anotace

Diplomová práce je zaměřena na problematiku vybraných slovních úloh, které všeobecně dělají žákům problémy při jejich řešení.

V první, teoretické části diplomové práce, jsou vymezeny a charakterizovány používané slovní úlohy, kterými se zabývá tato práce. Jedná se o slovní úlohy s antisignálem, úlohy dynamické, komplementární a grafické. Uvedena je jejich typologie a metodické postupy, jak takové slovní úlohy tvořit. Dále jsou zde nastíněny strategie řešení slovních úloh a práce s chybou žáka i učitele.

Ve druhé části práce je realizován experiment u každého z výše popsaných typů slovních úloh a jeho následná analýza na základě strategií žakovských řešení. Tyto strategie jsou dále podrobněji popsány, analyzovány a komentovány.

.

Klíčová slova

slovní úloha, strategie řešení, chyba, příčiny chyb, uchopení slovní úlohy

Annotation

This Diploma thesis is focused on word problems that, to some extent, make pupils troubles with their solution.

In the first theoretical part there are word problems that the work deals with. These are word problems with antisignal, dynamic, complementary, graphic and their characteristics. The next section is about the strategy of solving word problems and work with mistakes.

The second part is focused on experiment of all types of word problems that are described in the theoretical part. This experiment is analysed according to strategies of pupils' and teachers' solutions. Those strategies are later described and commented in detail.

Key words

word problem, solving strategy, mistake, source of mistake, grasping of word problem

OBSAH

ÚVOD	8
TEORETICKÁ ČÁST	
1. Pojem slovní úloha	9
1.1. Typy slovních úloh	12
1.2. Typy vybraných slovních úloh	13
1.2.1. Slovní úloha s „antisignálem“	16
1.2.2. Dynamická slovní úloha	17
1.2.3. Komplementární slovní úloha	19
1.2.4. Slovní úloha grafická	19
1.3. Tvorba slovní úloh	20
2. Strategie řešení	22
2.1. Pokus – omyl	24
2.2. Signální slovo	24
2.2.1. Zajímavá zkušenost z praxe – signální slovo	24
3. Chyba	26
3.1. Druhy chyb	28
3.2. Chyba pohledem žáka	29
3.3. Práce učitele s chybou	31

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

4. Pojem experiment a hypotéza	34
4.1. Struktura experimentálních úloh	35
4.2. Vlastní experimenty	35
4.2.1. Experiment č. 1 – komentář	37
4.2.2. Experiment č. 2 – komentář	41
4.2.3. Experiment č. 3 – komentář	45
4.2.4. Experiment č. 4 – komentář	50
4.2.5. Experiment č. 5 – komentář	54
ZÁVĚR	63
SEZNAM LITERATURY	66
PŘÍLOHY	68

Příloha č. 1 – Dotazník pro žáky

A. Prohlášení žadatele o nahlédnutí do listinné podoby práce před její
obhajobou

B. Prohlášení žadatele o nahlédnutí do listinné podoby závěrečné práce

ÚVOD

Při výběru tématu mé diplomové práce jsem vycházela nejen ze své praxe, ale i ze zjištění výzkumu TIMSS¹, který byl pro mě motivací, protože ukázal dlouhodobější propad v matematických schopnostech žáků. Tento propad se zobrazil zejména v oblasti jejich znalostí, nikoli však v oblasti uvažování.

Je všeobecně známo, že jsou v matematice oblasti, které dělají žákům základních škol problémy, a jsou pro ně tudíž méně oblíbené. Podle výzkumu (Jirotková, Kloboučková, 2013, s. 19, 20) mezi tyto oblasti patří například dělení se zbytkem, výpočty obvodů, obsahů a objemů i slovní úlohy.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části, a to teoretickou a experimentální. V teoretické části se zabývám pohledem na slovní úlohy a její vybrané typy. Jedná se o slovní úlohy s antisignálem, dynamické, komplementární a grafické (zadané buď grafem, tabulkou, či obrázkem). Jejich typologie je vysvětlena dále v textu. Jedná se o charakteristiku vybraných typů slovních úloh, nikoliv o vyčerpávající výčet všech možných typů. V této části je dále popsána jejich tvorba, strategie řešení slovních úloh a práce s chybou z pohledu žáka a učitele.

Experimentální část diplomové práce popisuje moje vstupní očekávání, následně realizaci experimentu, jeho hodnocení na základě dotazníku a provedené analýzy.

Cílem celé diplomové práce je:

- vymezení typologie slovních úloh pro účely následného experimentu
- formulace očekávaného průběhu řešení úloh v experimentu a jeho následný rozbor
- posouzení práce žáků – analýza jejich řešení

Mimoto mám i osobní cíl, chci také přispět ke zlepšení výuky matematiky na mém pracovišti. Chtěla bych přispět k tomu, aby byl opět větší zájem o matematiku, a to již na 1. stupni ZŠ a aby se zvýšila obliba tohoto předmětu.

¹ TIMSS – Trends in International Mathematics and Science Study

TEORETICKÁ ČÁST

1. Pojem slovní úloha

Už v daleké historii měly matematické úlohy podobu slovních úloh. Lidé řešili úlohy, které jim přinášel sám život, ať už se jednalo o výpočty obsahů sýpek a vodních nádrží, rozdělování a vyměřování polí, majetku, výpočtů při stavebních pracích atd. (Konforovič 1989). Tento princip by se měl přenášet i do současného vyučování. Východiskem pro slovní úlohu má být situace z reálného života, kterou žáci budou řešit, protože hlavním cílem vzdělávání je příprava pro skutečný praktický život. Škola by se měla opírat o žákovy zkušenosti, vést je k jejich využívání v souvislostech. Popisují nám tedy situace z reálného života, které lidé řeší, protože hlavním cílem vzdělávání je příprava pro praktický život a řešení praktických problémů či reálných životních situací.

Žáci by se měli rozvíjet ve svých vyjadřovacích schopnostech, pěstovat vlastní postoje a učit se přijatelně vyjadřovat své názory, ale kultivovat i další složky své osobnosti, své vlastnosti a přirozené vlohy. K řešení úlohy by měl žák přistupovat s vhladem, porozumění a být schopen prakticky využít své dosavadní poznatky.

Slovní úlohy jsou důležitou složkou výuky v hodinách matematiky. Žáky, učitelé a širokou veřejností jsou však velmi často vnímány jako obtížné. Je tomu tak, protože zde jde o převedení slovního popisu situace (zadaných údajů) do jazyka matematického, dále je nutné údaje roztřídit, vybrat podstatné a podle správně zvoleného algoritmu začít řešit. Pro úspěšný rozvoj myšlení žáků hrají důležitou roli gradované úlohy, kdy jedna a tatáž slovní úloha může být různě obtížná. Toho se u jediné úlohy dá docílit například pouhou změnou délky textu, byť z něj vyplýval stejný výpočet.

Ze zkušeností vím, že mnohdy učitel vyžaduje formálně úplně stejný zápis, jako napsal žákům na tabuli. To velmi často vede k tomu, že žák slovní úlohu raději neřeší, protože má obavu, že nedokáže vytvořit právě takový zápis, jaký učitel vyžaduje. Podle profesora Hejného² se jedná o transmisivní vyučování, kde se učitel

² Podle profesora Hejného – zápisky z přednášek autorky 2011 na Pedf UK

stává trenérem a nacvičuje s žáky typové úlohy. Jestliže učitel nechá, aby žák ztvárnil danou úlohu tak, jak je jemu příjemné a vlastní, jednoduše - jak to odpovídá jeho způsobu myšlení, ukáže se nám ve třídě několik možných způsobů řešení. Zde už se jedná o konstruktivistický způsob vyučování, kde žák rozhoduje o způsobu řešení podle sebe. Jde tedy o tvořivý přístup žáka.

Dřív než jsem začala studovat na Pedagogické fakultě v Praze, byl můj způsob učení stejný jako u většiny ostatních kolegů. Ale dám-li žákům volnost, žáci začnou přemýšlet o úloze a neřeší nic jiného, co je od daného řešení úlohy odvádí. Jestliže po žácích chce učitel přesně takový zápis, jako píše on sám, žák přemýšlí o zápise a ne o úloze. Zápis, který žák opisuje z tabule, je pro něj formální a podle mého názoru žákovi mnoho nedává. Vždyť žák je schopen udělat si nějaký svůj způsob evidence údajů (do tabulky, grafickým ztvárněním apod.) a pracovat s nimi tak, jak je jemu příjemné.

Mnohdy se stává, že učitel „nevydrží“ a žákovi chce poskytnout podporu tím, že přeformuluje slovní úlohu, vytvoří jednodušší variantu, nebo dokonce on sám vybere, co je v úloze podstatné. Tím ale zcela určitě žákům nepomáhá, ba naopak škodí. Žák ví, že nemusí sám přemýšlet, že mu učitel vždy úlohu „převypráví“ a na tuto „pomoc“ si rád počká. Bohužel, to však žáka nijak matematicky nerozvíjí.

Jak zní vymezení slovní úlohy? Slovními úlohami se zabývá mnoho matematiků a autorů, takže definice nebude jen jedna.

V Pedagogickém slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 258) je definována učební úloha: *„Každá pedagogická situace, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle.“*

V knize (Vyšín, 1962, s. 104) zní definice slovní úlohy: *„Slovními úlohami bývají zpravidla nazývány úlohy aritmetické nebo algebraické, formulované slovy, nikoli matematickými symboly, nebo úlohy z praxe, jejichž řešení vyžaduje rozřešení aritmetické nebo algebraické úlohy. Geometrické úlohy se obvykle nepokládají za slovní úlohy.“*

V publikaci (Zelina 1990, s. 34) definuje úlohu takto: *„Úlohou lze nazvat všechny situace, které subjekt stimuluje k činnosti, jež vede k řešení situace.“*

Existuje ještě mnoho dalších vymezení pojmu slovní úloha. Z těchto definic vyplývá ve dvou případech, že může být zadána slovně, ne symboly. Ve dvou případech mají splnit buď vzdělávací, nebo učební cíl, což pro naše účely můžeme chápat jako totéž. Po delším přemýšlení se nám zdá, že jsou definice zcela odlišné. Přesto, když se žáka, učitele, či kohokoliv v široké veřejnosti zeptáte, co je slovní úloha, budou si pravděpodobně všichni rozumět.

Slovní úloha je formulována slovy, která vychází z reálné životní situace. Ale stává se, že já sama nevím, kdy se ještě jedná, nebo nejedná o slovní úlohu. Pokládám si tedy otázku, zda pro moji práci je důležité toto vymezení dále řešit. A domnívám se, že není potřeba se do těchto detailů dál pouštět. Proto už jen poznatek z praxe:

Úloha, která vychází z reálného života, je pro žáky srozumitelnější, lépe pochopitelná, protože si ji alespoň někteří dovedou představit. To žáky motivuje a vede dál, je to začátek poznávacího procesu. Hejný (2009, s. 129) popisuje motivaci jako start do poznávacího procesu. Uvádí: „*Motivace způsobuje napětí mezi nemám a chtěl bych mít, neumím a potřebuji umět, neznám a potřebuji znát. Na rozdíl od člověka, který žádnou vlastní motivaci nemá a jen plní příkazy, bude se motivovaný člověk navíc snažit sám odstraňovat překážky a hledat nové cesty k cíli.*“ Motivace je vlastně napětí a touha, která překonáváním překážek vede dál. Má-li žák udržet zájem o určitou oblast, musí tuto činnost vnímat jako smysluplnou, zajímavou, obohacující a radostnou. Pak lze očekávat dobré výsledky.

V kapitole 1. 1. se dozvíme o typologii slovních úloh podle různých autorů a kapitola 1. 2. pojednává o mé typologii, která bude dále (v podkapitolách 1. 2. 1 – 1. 2. 4.) vysvětlena. V kapitole 1. 3. se zabývám tvorbou slovních úloh zaměřených podle zálib dětí, podle genderového charakteru, a je zde malá ukázka, jak se z jedné úlohy dají vytvořit jiné typy slovních úloh.

1. 1. Typy slovních úloh

Typologií slovních úloh se zabývalo a stále zabývá mnoho autorů. Podle různých autorů může být stejná úloha z hlediska řešitelnosti zařazena do několika různých typů úloh. Například Jirotková (2010, s. 213 – 230) rozděluje úlohy na:

- 1) seznamovací – řešitel získává první zkušenosti s jistým pojmem, kde pojmem může být objekt, proces, vztah, schéma, situace, vlastnost
- 2) objevné – řešitele vede k odhalení jistého objektu, procesu, vztahu, schématu, situaci, vlastnosti, tento typ úloh bývá spojen s překvapením, u tohoto typu je důležitá argumentace, čímž se dostává mezi úlohy argumentační
- 3) komunikační – vyvolávají komunikační problém a řešení lze rozložit do tří etap: a) porozumění úloze - **interpretace**, b) proces řešení úlohy, c) formulování výsledku - **artikulace**
- 4) konstrukční – řešitel má najít konstrukci již známého objektu, v průběhu řešení najde posloupnost kroků - konstrukci
- 5) mapovací (prohledávací, vyšetřovací, prozkoumávací) – řešitel hledá všechny objekty či procesy dané vlastnosti
- 6) optimalizační – úkolem je najít v jistém kontextu optimální prvek v souboru daných objektů, procesů, vztahů, vlastností
- 7) vyhledávací (vyšetřovací) – úkolem je najít prvek předepsaného typu v souboru objektů, procesů, vztahů, situací, vlastností
- 8) revizní – zde je úkolem prověřit zda daný objekt, proces, vztah, situace, vlastnost, soubor splňuje předepsané kritérium
- 9) argumentační - úkolem řešitele je zdůvodnit, nebo vyvrátit, zda daný objekt, proces, vztah, situace, vlastnost splňuje předepsaný požadavek
- 10) na hledání strategie – jsou prostoupeny v každém typu úlohy, význam mají myšlenkové procesy, při nichž dochází ke změnám strategie

11) nácvikové – zde dochází k upevňování a případně i automatizování již známého

Podle starší didaktické literatury Vyšín (1972, s. 11) rozděluje matematické úlohy na tři typy:

- úlohy určovací - jde o úlohy, kde je třeba najít hodnotu nějaké
neznámé
- úlohy důkazové - úloha se stává z tvrzení, jehož pravdivost nebo
naopak nepravdivost je třeba dokázat
- úlohy existenční

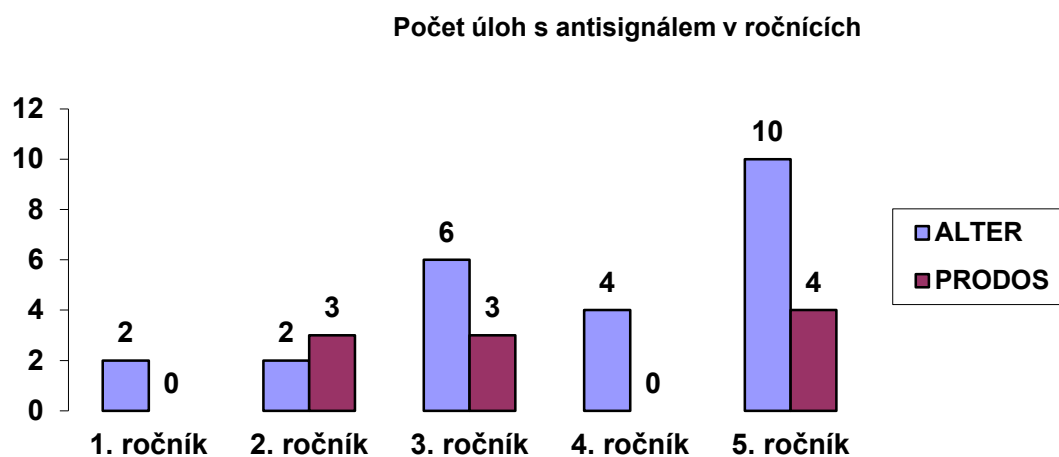
Každý z autorů preferuje jiné hledisko, podle kterého rozděluje dané úlohy, proto můžeme najít jeden typ úlohy u každého autora pod jiným názvem (například u Jirotkové argumentační úloha může být podle Vyšína úlohou důkazovou).

1. 2. Typy vybraných slovních úloh

Pro diplomovou práci jsem si vybrala ty typy slovních úlohy, o kterých ze své praxe vím, že jejich řešení dělá žákům problémy. Nejprve jsem vedla rozhovory s kolegyněmi a seznámila je s mou terminologií úloh a pak, na základě dotazníku zjišťovala, zda učitelé vědí, co se pod jednotlivými termíny skrývá za úlohu. Pro větší názornost jsem jednotlivé odpovědi zanesla do tabulky (viz tabulka 1). Tabulka ukazuje, že názvy slovních úloh jsou pro některé učitele neznámé, nebo je znají pod jinými názvy, možná zapomněli. Pro přehlednost jsem tedy u každé úlohy vyhledala přesné znění podle slovníku cizích slov, i když by pro nás, učitele, cizí být neměly. Z dotazníkového šetření vyplývá, že učitelé prvního stupně znají velmi dobře úlohy grafické. Nejméně znají úlohy s antisignálem (termín byl vysvětlen). I po rozhovoru s učiteli bylo zjevné, že úlohy s antisignálem řeší jen velmi málo.³ Je to i dáno učebnicemi, podle kterých se v dané škole učí (nakladatelství Alter, viz graf 1).

³ Nejsou v učebnicích, podle kterých se v dané ZŠ učí. Učebnice nakladatelství Alter. (poznámka autorky).

Do své diplomové práce jsem použila graf z diplomové práce M. Strnadové (2003), která se zabývala průzkumem úloh s antisignálem v učebnicích Alter a Prodos pro 1. stupeň. Autorka bohužel ve své práci neuvádí rok vydání těchto učebnic. V učebnici řady Alter pro 1. a 2. ročník je slovní úloha s antisignálem zařazena dvakrát, ve 3. ročníku šestkrát, ve 4. ročníku čtyřikrát a v 5. ročníku desetkrát. Výskyt úloh je opravdu nízký.



Graf 1 (Převzato z diplomové práce M. Strnadové 2003, s. 32)

Následující tabulka je vyhodnocením dotazníkového šetření. Dotazování kolegyň na pracovišti proběhlo po předchozím rozhovoru. Najdeme zde takovéto odpovědi: Na otázku č. 3 odpověděly kolegyně; velmi rádi – jednou, rádi – čtyřikrát, nevdí jim – dvakrát, ne- třikrát, jiná odpověď byla ve dvou případech. Otázka č. 6 je v tabulce čtyřikrát, protože v dotazníku jsou otázky na čtyři druhy slovních úloh.

Otázka č.	Odpověď velmi rád/a	Odpověď rád/a	Odpověď nevdí mi	Odpověď ne	Jiná odpověď
1	5	7			
2	1	9	2		
3	1	4	2	3	2
4	3	7		1	1
5	3	6	1	1	1
Otázka č.	Odpověď ANO	Odpověď slyšel/a jsem	Odpověď nejsem si jistá	Odpověď ne	Jiná odpověď
6	2		2	7	
6	5	2	1	3	
6	2	3	1	5	
6	11		1		

Tabulka 1

1.2.1. Slovní úloha s antisignálem

Pro přehlednost na začátek vysvětlím pojmy, které budou uváděny a používány v textu.

Signál – (Slovník cizích slov, s. 709) – smluvené (zvukové, optické aj.) znamení, jímž se prostředkuje, předává nějaká zpráva; nebo veličina nesoucí informace. Jeto vlastně nositel nějaké „zkrácené“ podoby informace.

Anti – (Slovník cizích slov, s. 28) – první část složených slov mající význam proti. Často touto předponou vysvětlujeme, že je to opak – něčeho.

Signály vlastně známe, víme, že na červenou na semaforu nemůžeme přecházet, když autorita „zahrozí prstem“, že jsme udělali něco špatně, když se někdo na nás mračí, asi nás nepochválí. Jedná se o urychlení komunikace, kdybychom si představili, že na semaforu by byly věty, asi by vše trvalo o mnoho déle. Signály používáme i v matematice. Někdy je daný signál „základní“ a zavádí nás na protipól. To už se nejedná o signál, nýbrž o antisignál.

Úloha: *Kolik špačků sedělo původně na stromě, když po tom, co 4 odletěli, jich na stromě zůstalo 6?*

Slovo odletěli je signálem „ubývání“, v tomto případě tedy antisignálem, protože by mohlo být zavádějící ve strategii řešení. Řešitele by mylně mohlo vést na řešení početní operaci odčítání ($6 - 4$). Odletělo, tedy budeme odečítat. Operátor změny (4 odletěli) je však potřeba ke známému „konečnému stavu“ přičíst. Obtížnost úlohy je tedy v tom, že řešitel nezná „počáteční stav“ a zaměňuje jej s konečným stavem.

Tyto úlohy mají velmi silnou diagnostickou hodnotu, a proto jsou zařazovány do různých testů, aby bylo zřejmé, zda žák dané slovní úloze rozumí. Někdy, ale učitel používá mnemotechnické pomůcky a napovídá žákům: „méně“ – odčítáme, „více“ – přičítáme. To u úloh s antisignálem vede k chybám. Na to by měl učitel myslet.

Ve své práci jsem si tento typ úloh vybrala, protože se domnívám, že tento typ dělá žákům při řešení problému neustále, a že v některých řadách učebnic je málo nabízen.

1.2.2. Dynamická slovní úloha

Mezi další didakticky náročné úlohy patří slovní úlohy dynamické. To jsou úlohy, kde se pracuje s operátory změny.

Úlohy, kterým se budu v této práci věnovat a patří do této kategorie, jsou *úlohy o věku*. Hraje zde roli čas. V těchto úlohách jsou důležité tyto skutečnosti:

- ❖ všichni stárneme stejně rychle
- ❖ to, že se někdo narodí ve stejném roce, nemusí znamenat, že je stejně starý (rozhoduje měsíc, den, hodina, popřípadě i minuta)
- ❖ věkový rozdíl dvou lidí je v průběhu času stále stejný - nemění se

Ještě připomenutí, časová posloupnost je: tenkrát **T** → dnes **D** → bude **B**.

(čas plyne z minulosti přes přítomnost do budoucnosti)

(**T**enkrát = minulost, **D**nes = přítomnost, **B**ude = budoucnost)

Úlohy o věku lze gradovat pomocí množství údajů, které znám a které mám zjistit, počtem zúčastněných osob, množstvím matematických operací v dané úloze, vstupem časové posloupnosti, nebo výskytem antisignálu. V této úloze je tímto antisignálem slovo mladší, protože by řešitele mohl mylně vést k špatné strategii řešení (35 – 7). Mladší, tedy budeme odčítat.

Úloha: *Janě je 35 let a je o 7 let mladší, než její sestra Iva. Kolik je Ivě let?*

Přesto tato úloha patří podle dělení profesora Hejného do úloh statických, neboť výraz "o 7 let mladší" je operátorem porovnání a v této úloze není závislý na čase. Úloha se odehrává dnes, v jedné časové rovině. K danému výpočtu naší úlohy je potřeba jen operace sčítání.

Dělení úloh o věku⁴: a) *statické* – významně do nich čas nevstupuje

(viz úloha)

b) *dynamické* – významně do nich vstupuje veličina času

(dochází k prolínání jednotlivých

časových posloupností)

⁴ Dělení úloh o věku podle prof. Hejného – zápisky z přednášek autorky 2011 na PedF UK

1.2.3. Komplementární slovní úloha

Komplementární⁵ slovní úloha je taková úloha, ve které je třeba počítat doplněk vzhledem k celku, k něčemu, co je dáno. Tento typ slovní úlohy bude nejnázorněji a nejlépe vysvětlen na příkladu.

Úloha: *V balíčku je 20m stuhy. Švadlena odstříhla pětkrát po 80cm, třikrát po 120cm a šestkrát po 75cm. Kolik cm stuhy zůstalo v balíčku?*

Úloha: *Tyč je z 1/3 natřena na červeno a zbylá část - 20cm, na modro. Jak je dlouhá tyč?*

1.2.4. Slovní úloha grafická

Je-li slovní úloha doprovázena vhodným grafem, tabulkou, nebo obrázkem, který úzce souvisí s danou úlohou. Jedná se o využití všeobecně známého psychologického aspektu vizualizace, kterým je, podle mého názoru, zpětná vazba. Učí-li se žák abstraktní pojem, velkou část myšlenkové kapacity spotřebovává na vlastní představu dané situace, věci, děje atd. Snadno tak dojde k vyčerpání této kapacity u slabších žáků, takže potom už nejsou schopni intenzivně řešit daný problém. „*Vizualizace pomáhá část aktuální paměti uvolnit ve prospěch dalších mentálních činností (jako je indukce, abstrakce, komparace, dedukce, symbolizace apod.)*“⁶ Žák je schopen podat lepší výkon. Ostatním žákům pomáhá vizualizace k hledání dalších strategií řešení a jejich ověřování. I já ze své praxe vím, že když řeknu žákům, aby si udělali náčrt, nákres, graf, nebo tabulku, pak se někteří z nich lépe orientují v nové látce atd. Pro vnímání je zapojení zrakové složky přispěním k lepšímu porozumění dané skutečnosti.

⁵ Komplement – (Slovník cizích slov, s. 382) – doplňující prvek

⁶ http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/11/matematickagramotnost_final.pdf

1. 3. Tvorba slovní úloh

Problém tvorby slovních úloh je velmi široký a obsáhlý. Při tvorbě slovních úloh je potřeba vycházet ze sémantického ukotvení čísla, kde se jedná o představu žáků o těchto číslech. Je to ukotvení čísla z hlediska životní zkušenosti, kterou u žáka předpokládáme. Jestliže tuto životní zkušenost nemá, dá se situace velmi snadno modelovat tak, aby si žák porozumění vybudoval. Při absenci předchozí zkušenosti k tomu však patrně nebude stačit jeden model a bude nutné problémovou situaci modelovat opakovaně v různých kontextech.

Jakým způsobem může být v úlohách číslo ukotveno? Jako:

stav (S) – určuje, co jak je (počet – *kolik?*, veličina – *kolik?*, pořadí – *kolikátý?*)

operátor porovnání (Op) – porovnává dva stavy (změny porovnávání – *o kolik?*, *počet*, *veličina*). V případě změny nějakého stavu v různém čase nazýváme operátor změny (OZ) (– *o kolik?*)

identifikátor – adresa, tvoří strukturu (např. čísla sedadel v kině, ptáme se – *kde?*, *kdy?*), nebo jméno – (*co?*, *např.* jezdím autobusem číslo 13, z tohoto údaje není nic možné určit o ostatních autobusových linkách).

Z hlediska matematiky jsou zajímavé adresy, které dělíme dál na lineární čísla na číselné ose a ciferníku.⁷

frekvence (F) – jak často se určitý proces, nebo stav v daném souboru vyskytuje (– *jak často?*)

Z jedné situace mohu vytvořit několik typů úloh (v dané ukázce nebudou obsaženy všechny možné typy).

1) *Mám 3 autíčka a můj kamarád Tonda 2 autíčka. Kolik autíček máme dohromady?*

$$S + S = ?S$$

2) *Mám 3 autíčka, kolik si jich koupím, abych měl na hraní 5 autíček?*

⁷ Podle prof. Hejného – zápisky z přednášek autorky 2011 na PedF UK

$$S - S = S \text{ nebo } S + ?S = S$$

3) *Kolik jsem měl už autíček, když po zakoupení 2, jsem jich měl na hraní 5?*

$$S - S = S \text{ nebo } ?S + S = S$$

Pro každého žáka může být přitažlivý jiný typ úlohy. Ze své praxe vím, že je pro žáky těžší z hlediska vnímání a modelování, jestliže je utajený počáteční stav. Gradace může pro někoho představovat i to, že zadání předkládá jiný sled informací, než je žák zvyklý (Například otázka je v textu hned na začátku. Žák může zaměřit pozornost už od počátku úlohy a sledovat informace, které potřebuje. Jinému žáku to naopak může vadit). Takto bych mohla pokračovat dál.

S tvorbou slovních úloh jsem se setkávala již při své předchozí praxi, ale při studiu na fakultě jsem o jejich tvorbě začal přemýšlet zcela jinak. Dřív jsem jen tvořila obměny slovní úlohy stejného typu, nebo jsem při rozboru slovní úlohy zvažovala, s čím by se co dalo zaměnit, na jaká slova si dát pozor, aby se nezměnil smysl slovní úlohy.

Při tvorbě slovní úlohy je třeba, jak už jsem předeslala, vyhnout se některým pro žáky neznámým výrazům (např. pecen, dojnice, atd.), protože jinak nastává komunikační šum. Ten navodí pocit nejistoty a může způsobit následné nepochopení úlohy. Proto by slovní úlohy pokud možno neměly obsahovat zbytečné, zavádějící a opakující se údaje. Slovní úlohy mohou mít i genderový charakter. Mohou být jiné pro děvčata, kde autíčka budou nahrazena třeba panenkami, nebo pro milovníky přírody zařadíme slovní úlohu se zvířátky, hudebník může mít úlohu třeba zadanou pomocí délky not (kde se můžeme zeptat např.: „Z kolika čtvrtových not se skládají čtyři noty celé?“ „Kolik by to bylo not půlových a kolik osminových?“), nebo v zadání mohou být hudební nástroje a mnohé jiné. Myslím si, že možností a způsobů je nepřeborné množství. Je dobré znát třídu a žáky, se kterými pracuji, pak je tvorba úloh efektivnější a nepřímo vede ke zklidnění klimatu ve třídě, k dobré a vzájemné spolupráci žáků.

2. Strategie řešení

V této kapitole budu popisovat řešitelské strategie žáků, které byly sledovány v experimentální části diplomové práce. Nejprve vymezím termín strategie.

Strategie je podle Pedagogického slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 230) posloupnost činností při řešení, promyšleně seřazených tak, aby bylo dosaženo učebního cíle. Pomocí ní se žák rozhoduje, které dovednosti a v jakém sledu použije. Ve Slovníku cizích slov (Klimeš, 1998, s. 740) je strategie definovaná „*jako postup, metoda, obecný způsob, jímž se osoba rozhoduje či řeší problémy.*“

Pojem strategie se používá v mnoha kontextech. Má široké uplatnění např. při hře (strategie chování, jak vyhrát, jakou zvolit taktiku), v ekonomii (kdy koupit a kdy prodat akcie), ve výtvarné výchově (kde souvisí s typologickou inklinací a z toho vyplývající volby strategie práce), v matematice a v podstatě všech oborech lidského konání.

Při své praxi jsem si všimla, jak žáci používají svých strategií podle toho, jak se v dané situaci cítí, co od světa očekávají, jak hodnotí sami sebe a jaké jsou na ně kladeny požadavky (od učitele, z rodiny). Zdá se mi, že lepší vhled a strategii mají žáci u věcí, které si dovedou představit, nebo je znají.

Ve své práci budu používat slovo strategie ve smyslu přístupu k řešení úlohy. Strategie je tedy postup, jímž osoba řeší problémy. Tím se přikláním ke Klimešovu pojetí (viz výše)..

O strategii řešení úloh píše například Novotná (2000, s. 37). Její rozdělení strategií a pohledy jsou následovné:

- „*Řešení bylo nalezeno náhodně nebo po získání vhledu do struktury úlohy.*

- *Řešení je založeno na identifikaci slov nebo slovních spojení zadání,*

která jsou pro řešitele signálem pro použití vzorce/postupu, nebo

naopak na porozumění struktury úlohy do té míry, že řešitel je dokonce

schopen převést ji na jednu (nebo sled) jednodušší úlohu.

- Řešitel použil aritmetický nebo algebraický aparát.

- Při stejném zadání může řešitel volit různé zpracování zadaných vztahů.

Tento pohled nemá „antagonistický“ charakter.“

Novotná píše o strategii slovních úloh, ale v mém pojetí jde spíše o metody řešení úloh.

Pro svou práci použiji dělení matematických strategií podle Hejného a Michalcové (2001, s. 83 – 95), vymežující strategie na:

- standardní (výpočtové) – od začátku je jasné, jak se úloha bude počítat, není myšlenkově náročná (např. 3659×293)
- investigativní (průzkumové) – úloha vyžaduje důvtip
- komunikační – zde hraje roli, pro jakého adresáta je řešení určeno (jiné je pro mě, jiné pro učitele)
- pokus-omyl – z ní se později vyvine přesná standardní strategie řešení
- od konce- kde je snazší řešit úlohu od výsledku (myslím si číslo, když k němu přidám 6, dostanu 62)
- bloudění – žák chodí dokola a pořád se vrací k té samé nesprávné nebo nevhodné strategii
- přenos strategie – žák ji objevil v jiné oblasti a úspěšně přenesl do jiné

Každá strategie je pro každého žáka jinak náročná, vhodná, vyhovující. Tak jako každý volí jinou cestu do školy, byť vychází ze stejného domu, tak i žák volí jinou strategii při řešení matematických úloh.

Dále už budu popisovat jen některé strategie, které se týkají mé práce a zejména ty, které se vyskytují v experimentální části.

2. 1. Pokus – omyl

Řešení pomocí strategie **pokus - omyl** je cestou, která může vést žáka k objevení ještě účinnějších strategií. Z nahodilého se může stát systematická strategie, která vede obvykle k objevení účinné strategie. Žák odhadne výsledek a vyzkouší, zda se jedná o správnost. Volba uspořádané, organizované evidence dílčích výsledků pak vede k řešení úloh daného typu.

Hejný⁸ říká, že řešení pokus – omyl je prvním řešením, které žák spontánně využije.

Myslím si ale, že spousta učitelů považuje tuto metodu za nevhodnou a na našich školách se s ní příliš často nesetkáváme.

2. 2. Signální slovo

Postup řešení se „rozeběhne“ s pomocí nápovědného slova, nebo slovního spojení, které vede k určitému řešitelskému postupu. Strategie signálem se zdá na první pohled být účinná, ale v případě použití již zmíněného antisignálu může naopak vést k chybě. Příkladem je úloha v podkapitole 1.2.1., výraz „odletělí“ je signálním slovem pro „ubývání“. Úloha se však řeší inverzní operací, jedná se tedy o výraz antisignální.

2.2.1. Zajímavá zkušenost z praxe – signální slovo

Na tomto místě bych se chtěla podělit o zajímavý postřeh. Zjistila jsem, že na základě rozdílných životní zkušeností mohou být někteří žáci překvapeni významem slov. Slovo, které považuji za zcela běžné, žák vůbec nezná.

⁸ Podle profesora Hejného – zápisky z přednášek autorky 2011 na PedF UK

Ve třídě jsem dala úkol, aby žáci zkrátili daný zlomek do základního tvaru. Jeden žák mi překvapivě zlomek vynásobil, protože v zadání uslyšel signální slovo krát - tedy násobit. Domnívala jsem se, že špatně vyslovuji, nebo že žák špatně slyšel, a tak jsem obměnila zlomek a zadání zopakovala v rámci procvičení znovu, ale žák opět násobil, a to zcela náhodně zvoleným číslem. Ptala jsem se, čemu nerozumí, proč násobí, když má zkrátit. „Co to je?“, říká žák. Znovu jsem se zeptala, zda nikdy neslyšel: „*Zkrátím ti dlouhé kalhoty, zkrat' ten provázek.*“ Tvrdil, že ne. I takto překvapivě může žák vnímat signální slovo.

3. Chyba

Při analýze žákovských řešení úloh je pro mě chyba významným jevem, který mě vede k zamyšlení. Proč se tato chyba stala, jak žák přemýšlí, co ho k tomu vede, jak já bych mu mohla pomoci. Proto se touto otázkou budu ve 3. kapitole zabývat. V podkapitole 3.1. jsou vysvětleny a uvedeny na příkladech druhy chyb. Další dvě podkapitoly se na chybu dívají ze dvou pohledů, a to z pohledu žáka (3.2.) a z pohledu učitele (3.3.), pro kterého je to příležitost, jak prohloubit porozumění žáků a jak s nimi pracovat na správném postupu řešení .

„ Z chyb by se měl člověk poučit, ne je opakovat.“⁹

V Pedagogickém slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 80) je definována chyba: *„v pedagogice a pedagogické psychologii výkony (jednotlivé reakce, odpovědi, řešení úloh, výtvary), které se odchyľují od vzorového průběhu či zadaného cíle, nedostačují požadavkům, jsou nesprávné.“*

Podle Kuliče (1971, s. 10) : *„Učení bez chyb není tedy samo o sobě zárukou kvalitního osvojení a naopak chyby v průběhu učení je nevylučují.“*

Pro srovnání v jiné publikaci (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 30) : *„Tradiční pohled na chybu jako na něco nežádoucího působí na žáka demotivačně. Ve snaze neudělat chybu, žák dělá jen to, co mu již bylo předvedeno jako správné. Přitom chyba je nutný prostředek k nabytí autonomního poznání.“*

To znamená, že chyba hraje důležitou roli v procesu učení a jeho výsledku. V tradičním vyučování je chyba převážně chápána jako jakési selhání, nezdar při dosahování cíle učení a nebývá jí přiznávána role plnohodnotné součásti učení. Vhodně prezentovaná chyba však může posloužit k poučené reflexi nesprávného uvažování a k nalezení funkčního řešení samotným žákem. Chyba má být vítána jako pomoc při zpřesňování myšlenek, nikoliv trestána. *„Každá snaha chybu z učení vyloučit vedla vždy nějakým způsobem k podstatnému omezení prostoru aktivního učení, k učení příliš snadnému, často až nudnému a neúčinnému.“* „Učení je však v mnoha případech účinné právě tam, kde prostor pro aktivitu subjektu je co největší, kde jsou zadávány náročné úkoly k samostatnému řešení “ (Kulič, 1971, s. 91, 92).

⁹ Citát autorky

Podle Kuliče se při hledání chyb zaměříme na:

- a) detekci chyby - odkrytí chyby, zjištění, že je výkon skutečně chybný
- b) identifikaci chyby – určení přesného místa kde se chyba nachází, zjištění o jakou chybu jde, jak je výkon chybný
- c) interpretaci chyby – zdůvodníme, v čem chyba spočívá a proč se jí žák dopustil, odhalíme příčiny
- d) korekci chyby – opravíme chybný výkon, důležité je, že se neopravuje jen výsledek činnosti, ale samotný proces k němu vedoucí.

„Včas identifikovaná a korigovaná chyba výsledek učení nijak nesnižuje, a že naopak chyba neodhalená učení skutečně ohrožuje.“ (Kulič, 1971, s. 211)

Tedy i chybný výkon může být nositelem informace, z které bychom se měli poučit. Aby bylo učení efektivní, je třeba, aby myšlení žáka všestranně aktivizovalo.

Práce s chybou je velice důležitá a pro učitele, který se chce někam ve své práci posunout a být pro žáky přínosným, je třeba pracovat s chybou. Je potřeba najít příčinu a s ní pracovat. Někdy mají žáci o učiteli představu, že musí učitel všechno umět a že nemůže udělat chybu. Možná i proto, že je učí, a měl by tudíž daný předmět umět dobře. Ale i učitel je jen člověk. Je dobré chybu nepřejít, poděkovat za upozornění. Chyba je často nutným předpokladem pro vznik dalšího poznání. (Zde musím podotknout, že zcela nevím, zda jsem k tomuto názoru došla, nebo jsem natolik pohlčena učením pana profesora Hejného a je to jeho výrok, který jsem slyšela na jeho přednáškách, nebo od jiného vyučujícího na fakultě.)

3. 1. Druhy chyb

První pokus vytvořit ucelený systém teorie chyb zavedl H. Weimer (1929) a v roce 1931 tuto kategorii obohatil J. Seemann.

Kategorie chyb podle H. Weimera: a) chyby vzniklé na základě větší zběhlosti (př. Jestliže žák spočítá, že $3 \times 3 = 6$ nebo $8 : 2 = 6$ či $3^2 = 6$, jde ve všech případech o záměnu méně běžného úkonu úkonem mnohem častěji prováděným).

b) perseverativní chyby – může posilovat asociace, ale může vést k poruchám,

c) chyby na základě podobnosti – vznikají záměnou podobných elementů (např. velmi častou chybou je záměna znamének nerovnosti „<“ a „>“ nebo konjunkce a disjunkce „^“ a „v“ v logice)

d) chyby několika příčin – jsou smíšením několika psychických elementů

e) chyby podmíněné působením emocí a volných procesů (Kulič, 1971, s. 27)

Podle P. A. Ševarjova v knize Chyba v učení (Kulič, 1971, s. 28) chápe Ševarjov učení jako: „*Osvojování zobecněných, variabilních asociací, které umožňují řešení řady úloh jako jednání podle určitého pravidla.*“

Konkrétně autor zjišťuje dva typy podmínek pro výskyt chyby:

a) aktualizuje se chybná asociace (př. $b^2b^3 = b^6$; příčina chyby: místo pravidla $a^x a^y = a^{x+y}$ bylo nesprávně použito pravidlo $(a^x)^y = a^{xy}$).

b) vypadne (či se nerealizuje) určitý člen v správném řetězci - př. $25c^2 + 15c + 9 = (5c + 3)^2$; příčina chyby: při konfrontaci sledu operací, který předpisuje algoritmus řešení úlohy $(a + b)^2$, byla opomenuta operace zdvojnásobení středního členu $(a^2 + 2ab + b^2)$, správně by tedy bylo $25c^2 + 30c + 9$.

3. 2. Chyba pohledem žáka

Všimněme si, jaké nebezpečí je obsažené v tom, že žák využívá prekoncepty, které má sám v sobě.

Žák se může dopouštět chyb, ne proto, že úloha, kterou řeší, je příliš obtížná, ale i z důvodu vlastního sebehodnocení, sebevnímání. Každý, i já sama na sobě jsem několikrát zažila, že obavy, že to přeci tak dokonale neumím, mě svazovaly. Ale jak mi to naopak pomohlo, když se daná věc podařila. Tady opravdu platí citát:

„Co tě nezabije, to tě posílí.“

Chyba může být naplňována i vlastními předpověďmi žáka. Několik příkladů: Žák na základě nepochopení určité části učitelova výkladu dospěl k závěru, že se není schopen naučit, natož vůbec porozumět danému učivu. Domnívá se tedy, že nemá patřičné vlohy a přiměřené schopnosti a že nebude v této oblasti dosahovat nikdy dobrých výsledků.

Na základě nepochopení některých dílčích oblastí matematiky může jiný žák dospět k závěru, že není schopen logicky uvažovat nad daným tématem, a tudíž není schopen matematiku zvládat. A zde dojde k naplnění vstupního předpokladu. Žáci, pro které je dělán chyb nesmírně bolestivé, pociťují velké napětí, když nevědí, zda úlohu řeší dobře. Obava z chyby, kterou by mohli udělat, je stejně špatná, vlastně ještě horší, než chyba, která už se stala a byla odhalena. Takže, když takto stresovanému žákovi řeknete, že udělal něco chybně, velmi často poznáte, jak se jeho napětí povolilo.

Nejdůležitější je hodnocení učitele a rodičů. Prostřednictvím hodnocení se žák seznamuje s povolenými a očekávanými pravidly svého konání a současně rozpoznává, jak se mu daří požadavky splnit. Žák zpracovává, hodnotí a přijímá soud učitele. Nesmíme zapomenout, že to výrazně ovlivňuje i sociální postavení žáka ve třídě.

Na základě dotazníku (příloha č. 2) jsem zjišťovala, jak žáci vidí a vnímají chybu svoji a učitelovu. Z dotazníkového šetření vyplývá, že chyba je brána žáky ve většině případů za jev nežádoucí. V několika málo případech se objevilo, že se z chyby můžeme poučit. Chybu učitele většina žáků toleruje, ale jen

za předpokladu, že učitel svoji chybu „neobejde“, přizná, že chybu udělal, jinak ne. K chybám svých spolužáků jsou kritičtí, zejména k „premiantům“ třídy. Těm by neodpustili nic. Chyby se žáci obávají kvůli zesměšnění, ne ze strany učitele (to učitelé nedělají), ale ze strany svých spolužáků (převládala odpověď u děvčat). Na základě dotazníku jsem dospěla ke stejnému názoru jako A. Michalcová (od které jsem si vypůjčila dotazník a poněkud ho upravila) v publikaci Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004, s. 78). K tomuto tématu se s žáky vrátím, nechci, aby měli pocit, že chybovat může jen někdo, a že chyba je ostuda.

Plně souhlasím se závěry Hejného (Helus, 2001, s. 79): *„Žákova chyba může učiteli poodhalit způsob žákova myšlení i kvalitu jeho představ. K tomu je ale potřebné, aby se učitel na tyto věci ptal. To znamená, nezaměřil se pouze na evidenci chyby, na to, že je, ale i na její příčinu, proč k chybě došlo. Při hledání příčiny chyby používá učitel strategii podsouvání: pod žákovo matematické konání podsouvá vlastní matematické zkušenosti. Je pochopitelné, že takový postup v mnoha případech vede k omylům a nedorozuměním.“*

V projektu Práce s chybou jako strategie rozvoje klíčových kompetencí: (Hejný, Jirotková, Kratochvílová, 2006, s. 42)

Analyzovat chybu žáka znamená:

- a) lokalizovat chybu z matematického hlediska a uvést její korekci,
- b) určit příčinu chyby – jak a proč ve vědomí žáka k chybě došlo,
- c) uvést možné další následky zkoumané chyby v případě, že tato bude ponechána bez povšimnutí učitele,
- d) kriticky posoudit reakci učitele (rodiče), tj. vysvětlit, proč učitel reagoval tak, jak reagoval a jak se tato reakce mohla promítnout do vědomí žáka,
- e) navrhnout případnou vhodnější reakci učitele.

„Zřídka je možné v analýze smysluplně diskutovat všech 5 uvedených bodů. Jejich seznam zde má pomoci upozornit na jevy, kterých je třeba si v analýze všimnout.“ (Hejný, Jirotková, Kratochvílová, 2006, s. 42).

3. 3. Práce učitele s chybou

Chybu v učení žáci velmi často prožívají jako výraz osobní nedostatečnosti. Přesto je chyba z pedagogického hlediska cenným a prospěšným prvkem vyučování a učení. Dává učiteli možnost prohloubit a propracovat s žáky postupy správného řešení. Nikoliv nadiktovat postupy, ale projít s žáky a nechat je vyjádřit a obhájit vlastní názory.

Chyba je průvodní jev učení a učitel by ji měl vítat. Ovšem měl by zabránit tomu, aby žák, který chybu udělal, ji vnímal jako svoji nedostatečnost a v budoucnu se tomuto příkladu vyhnul z pocitu, aby neudělal zase chybu, protože se mu tuto úlohu nepodařilo vyřešit a on zažil „ponížení“ před celou třídou.

Strategie „neudělat chybu“ brzdí rozvoj žáků a přílišný důraz učitele na výkon žáků bez chyb je „pohromou“ pro ty, kteří mají až „neurotický“ a úzkostný strach a potřebu pozitivního zážitku. Takoví pak propadají zoufalství a mají nepatřičné pocity, že nic nedovedou. Tento postoj pak přímo vede k tomu, že žák pod takovou tíhou skutečně chybu udělá.

V příspěvku M. Hejného (Helus, 2001, s. 73): *„Chyba nemusí odradit. Chybuje-li žák, vede jej učitel k využití nabyté zkušenosti a odhalování příčin chyby. Bojí-li se žák své chyby, povzbudí jej učitel vlastním příkladem: ukáže, jak on chyboval a jak pak hledal příčinu svého omylu. Kdykoliv je učitel žákem upozorněn na chybu, poděkuje za opravu a žáka odmění, přinejmenším pochvalou. Jedná-li se o chybu závažnější, zamyslí se učitel před třídou hlasitě nad příčinou své chyby.“*

Ve článku (Hejný, Jirotková, 2005, s. Doplněk – 1) se dozvíme, že obvykle učitel chybu pouze identifikuje, pak vyzve žáka ke korekci chyby, případně mu ukáže, jak má chybu opravit, a vyzve jej, aby nacvičil správný postup. Konstruktivistický přístup ale poukazuje na to, že učitel naopak může situaci chyby didakticky dobře využít. Na chybu žáka bude reagovat tak, aby proces odhalování chyby, její

lokalizaci, analýzy i opravy v co největší míře uskutečnil právě žák, buď sám, nebo za pomoci spolužáků. Učitel do diskuze třídy nezasahuje, pouze ji řídí, žáky povzbuzuje a udělá závěrečné shrnutí toho, co se právě odehrálo.¹⁰

Je dobré i žákům chyby předkládat. Užít chybu jako nástroj k učení žáka něčemu novému (tzv. „*guided error training*“). Učitel udělá chybu v zadání schválně a nechá žáky chybu najít, to vede žáky k objevení, mají silnější zážitek a možná si to i déle pamatují.

V knize Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie (Jirotková 2010, s. 83-85) popisuje autorka, jak závažná a hluboká může být problematika nedorozumění při komunikaci ve škole. Mnohdy se stane, že učitel předává žákům poznatky a sám nerozumí obsahu, souviset to může s nedorozuměním a mylným pochopením úlohy. Jedná se tedy o špatnou představu učitele, který předkládá žákům tyto informace. Špatné uchopení formulace vede následně k špatně provedené početní operaci.

„Na rozdíl od instruktivního pojetí výuky je konstruktivisticky vedené vyučování těžištěm komunikace v diskusi. Je to jednak diskuse učitele se žáky, resp. s třídou, ale také diskuse mezi žáky. Tím dochází ke konfrontaci různých myšlenek artikulovaných různými jazyky a také ke konfrontaci různých prezentací diskutovaného objektu nebo situace. Je přirozené, že mezi žáky často dochází k nedorozumění, která si vzájemně vysvětlují. Učitelé to umožňuje dobře poznat nejen žakovské představy, ale i jejich schopnost pracovat v různých jazycích.“ (Jirotková, 2010, s. 84, 85)

Učitel řídí ve třídě diskusi, nezasahuje do ní a dává žákům dostatek prostoru, aby probíhající diskuse byla účelnou. Toto je pro učitele velmi náročné, ale zná-li dobře problematiku z hlediska matematiky a didaktiky, je to pro něj přínosnější, protože může diskusi vést správným směrem. A aniž by si žáci všimli nějakého ovlivňování, má možnost vytvořit jiné úlohy k odhalení chyb, které při diskusi vznikly, pozná více uvažování a hloubku porozumění žáků. Na základě zkušeností může i předvídat slabé místo (místo často se vyskytujících chyb) a může už dopředu vymyslet a připravit i řadu úloh tak, aby se dané chybě předešlo, což je velmi náročné.

¹⁰ http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_61.zip

Zkoušela jsem několikrát vést takovou diskuzi ve třídě. Pečlivě jsem si připravila, kdo a jak bude asi reagovat, ale situace nebyla nakonec zdaleka tak jednoduchá, jak se zdá, když o tom čteme nebo vidíme na ukázkových hodinách. Pro mě jako učitele bylo velmi náročné, a je doposud, nezasahovat, nesnažit se urychlit řešení, nenapovědět. Mám před sebou ještě dlouho cestu a myslím si, že mi bude ještě nějaký čas trvat, než se naučím vést hodinu jiným způsobem.

Učitelé si mnohdy své pedagogické chyby uvědomují, ale přesto se jich dopouštějí. Chtěla bych se držet citátu a z chyb se poučit, něco se z nich naučit, posunout se správným směrem. Víím, že to nebude jednoduché, protože jsem si to ve své experimentální části zkusila a vůbec jsem si neuvědomovala a nepřipouštěla, že by to mohlo být tak náročné.

„Každá chyba nás něco naučí, pokud se chceme něco naučit.“¹¹

Tři základní příčiny učitelských chyb:

1. *Zaměřenost učitele na matematiku, nikoli žáka.* (Učitel je především matematik a rád diskutuje s žáky, kteří matematice rozumí, u slabých žáků je bezradný a necítí potřebu jim pomoci, myslí, že jim pomoci nelze.) Zde se nabízí otázka, zda si učitel zvolil správné povolání.

2. *Tradice.* (Školství patří ke společenským systémům s vysokým stupněm setrvačnosti. Učitel se ve své práci orientuje podle vzorů, které poznal on sám jako žák.) Už je zde, ale i množství „vlastovek“, učitelů, kteří tuto tradici opouští.¹²

3. *Vnější tlaky působící na učitele* (osnovy, způsoby prověřování práce, atd.). Tyto tlaky jsou značné a mnohdy ochromí i práci zaníceného a kvalitního učitele. (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004, s. 79, 80)

Způsob hodnocení žáků a práce učitele s jejich chybami značně ovlivňují motivaci žáků a jejich postoje k vlastním chybám.

¹¹ Citát autorky

¹² Poznámka autorky

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

4. Pojem experiment a hypotéza

V experimentální části budu v několika kapitolách popisovat a představovat experimenty, které jsem učinila při realizaci slovních úloh. Hlavní pozornost v následujících experimentech je zaměřena na strategie, cesty a chyby v řešení slovních úloh žáky. Vybrané slovní úlohy jsou číslovány podle období, kdy vznikaly a vždy jsou doprovázeny komentářem.

Průběh některých experimentů byl zaznamenán na záznamník. Tyto nahrávky jsou přiloženy na CD k diplomové práci. U všech audionahrávek rodiče podepsali souhlas s pořízením a následným použitím těchto záznamů a prací svých dětí. Jména žáků jsou v diplomové práci pozměněna. Subjektivně preferuji používání jmen žáků před jejich označováním písmeny (např. Ž1, Ž2, E, atd.).

Cílem experimentální části je sledovat strategii žáků a na základě analýz řešení zjistit konkrétní strategie, které žáci volí, kde a proč dělají chyby. Toto užitečné zjištění mi dál bude sloužit pro moji budoucí práci učitele.

V Pedagogickém slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 63) je definován experiment: „Metoda systematického ověřování vědeckých hypotéz. V pedagogickém výzkumu jeden ze základních prostředků k zjišťování chování subjektů vzdělávacích procesů při zavedení nějaké řízené změny.“

Hypotéza – (Slovník cizích slov, s. 280) – je domněnka, nebo předpoklad, v němž se na základě určitých skutečností dochází k závěru o existenci objektu, souvislosti nebo příčiny jevu, přičemž tento závěr není možno považovat za úplně dokázaný.

4. 1. Struktura experimentálních úloh

Pro záznam úloh budou mít experimenty vždy následující strukturu:

- ❖ datum
- ❖ téma
- ❖ ročník
- ❖ počet žáků – z toho dívek a chlapců
- ❖ typ záznamu
- ❖ znění úlohy
- ❖ očekávání - průběh
- ❖ ukázka a analýza některých žakovských řešení
- ❖ popis následné diskuze ve třídě
- ❖ komentář k průběhu celého experimentu

Průběh experimentu je zapsán v přítomném čase, protože jsem ho zaznamenávala hned po hodině a připadá mi to logické.

Následné **analýzy** budou v čase minulém, protože jsem se k daným experimentům vracela až po nějakém čase.

4. 2. Vlastní experimenty

Poprvé jsem chtěla uskutečnit experiment ve třídě, kterou jsem v době experimentu učila měsíc a půl. Žáci byli vstřícní, rádi a nad vším věcně diskutovali a já jsem předpokládala, jak to bude s nimi jednoduché. Opak byl pravdou. Jakmile jsem přišla do třídy s kamerou, na kterou jsem chtěla původně dané experimenty nahrávat, nastalo „hrobové“ ticho a nedostala jsem ze žáků žádnou odpověď. Tento experiment se zdál být pro další rozbory nepoužitelný, přesto jsem jej přepsala. Je pravda, že jsem měla strach, že tak dopadnou všechny mé nahrávací hodiny. Bylo to pro mě velké zklamání, které vedlo k odložení nejen nahrávání, ale i samotné práce. Proto je první a druhý experiment zaznamenán pouze v písemné podobě. Dlouho jsem si dávala za vinu, že jsem měla žáky na situaci připravit, ale to jsem nechtěla. Třetí a další experimenty jsem zaznamenala na hlasový záznamník.

Všechny experimenty probíhaly v 18 – ti členné šesté třídě základní školy Kosmonosy. Dané experimenty byly započaty v říjnu 2013 a byly ukončeny v březnu

2014. Všechny dané experimenty jsem provedla osobně a v textu se označuji jako učitelka.

Cílem daných experimentů bylo najít různé řešitelské strategie žáků u daných typů slovních úloh.

Předpokládaný průběh:

Příprava experimentu

- ❖ seznámit žáky s průběhem experimentu, upozornit na nahrávání
- ❖ zapsat úlohu před vyučovací hodinou na zadní stranu tabule
- ❖ před natáčením rozdat volné listy papíru na vypracování
- ❖ při natáčení otevřít tabuli a přečíst text slovní úlohy nahlas

Měli jsme předem stanovená pravidla, všichni mají možnost:

- říci svůj výsledek
- obhájit svoji řešitelskou strategii
- mít možnost přiznat chybu ve svém řešení – chyba je poznatkem

Žák používá různé strategie řešení slovních úloh. Zpětná vazba zde přichází od samotných spolužáků. Je nutné formulovat danou strategii řešení a obhájit si své řešení. Odůvodňování je často neobratné a neúplné, ale i to je důležité žáky naučit. Mají se učit při vyjadřování používat správné termíny. Žákům je dána možnost odhalovat vlastní chyby a tím budovat nové poznatky a znalosti.

U každého experimentu je popsána matematická předpověď a očekávání chování jednotlivých žáků, analýza některých řešení. V komentářích jsou shrnuty zajímavé poznatky daného experimentu.

4.2.1 Experiment č. 1 - komentář

Žáci viděli kameru a nereagují. Nechtějí se mnou mluvit ani pracovat. Až po vypnutí kamery začíná práce a po vyřešení následuje podle mě nezvykle dlouhá a podnětná diskuze. Tak dlouhou jsem ji zdaleka nepředpokládala. Zkusila jsem si naplánovat průběh, což však není tak jednoduché, jak jsem si původně myslela.

Datum: 14. 10. 2013

Téma: slovní úloha s antisignálem

Ročník: šestý

Počet žáků: 15 dívek: 8 chlapců: 7

Záznam: v průběhu hodiny žádný, bezprostředně po jejím skončení písemný

Znění úlohy: *Maruška a Pavla mají dohromady 198 Kč. Maruška má o 32 Kč*

víc než Pavla. Kolik korun má každá?

Očekávání: - předpokládám, že Jakub, Aneta a Terka, budou mít hotovo jako první

- Jakub bude mít jediný bez chyby (má dobrý úsudek, půjde na to prakticky - ze života, má bohatou představu o číslech)

- Vladan, Eliška a Šimon si nebudou vědět rady vůbec a o radu nepožádají, nezvednou ruku, nebudou chtít přiznat, že si nevědí rady (učí se matematiku „nazpaměť“ bez logického přemýšlení, vzory – typové úlohy)

Průběh: Po zadání se Šimon ptá, zda se může napít, sedí bokem a nakukuje ke Kubovi, napomenutí ho, ale on se cítí ukřivděně, „vždyť jste mi dovolila se napít“, zdůrazním „jen napít“.

Aneta má vyřešeno, ale špatně. Následně se hlásí Kuba a ten má dobře. Vladan a Eliška dělají, že pracují. Eliška si rukou zakrývá písmo v sešitě. Vladan píše krasopisně pod zadání jména obou dívek z úlohy a dává si velmi záležet, „natahuje“ čas, aby nemusel řešit úlohu.

Řešení některých žáků: $198 : 2 = 99$

$$99 - 32 = 67$$

$$99 + 32 = 131$$

Osm žáků má i zkoušku: 131

$$\underline{\quad 67}$$

$$198$$

Kubovo řešení:

1. Maruška a Pavla mají dohromady 198 Kč, maruška má o 32 Kč víc než Pavla. Kolik má každá z nich Kč.

~~$$\begin{array}{r} 198 \\ - 32 \\ \hline 166 \end{array}$$~~

~~$$198 : 2 = 99$$~~

$$\begin{array}{r} 198 \\ - 32 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$198 : 2 = 99$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ - 67 \\ \hline 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 32 \\ \hline 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 198 \\ - 32 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ - 32 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 32 \\ \hline 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 32 \\ \hline 67 \end{array}$$

Analýza: Zdá se, že Kuba nejprve násobil 198 krát 32. Usuzují tak podle velikosti písma, je zde vidět jistota. Není mi zcela jasné, proč použil operaci násobení. Asi slovo více vyvolalo v paměti nějaký záznam, kde se zrovna násobilo. Také je možné, že prostě něco zkusil. Když viděl výsledek, škrtnal. Možná proto, že si uvědomil, že výsledek je čtyřciferné číslo – je to moc – funguje u něj alert. Škrtnal dost sebejistě - jednoduše a rázně. Podle mě používal strategii pokus - omyl a zkusil další operaci, menší písmo naznačuje menší jistotu. Znovu jej alert přivedl k tomu, že výsledek nedává smysl - asi proto, že dělení vychází se zbytkem. Ještě menším písmem rozděluje společnou částku na polovinu – od té jednou 32 Kč odčítal a podruhé přičítal. Následně asi provedl zkoušku vzniklých částek, zjistil, že součet obou částek je 198 Kč, ale dál už asi neřešil (můžeme se jen domnívat, neboť to není vidět) rozdíl peněz u děvčat v úloze. Zkouška mu vyšla, tím mu asi vyšlo i řešení úlohy. Zdá se, že operace, které žák použil, provádět umí, ale bez porozumění. Proč začal násobit? Nerozumí dobře, v jakých situacích se používá slovo dohromady? Můžeme se domnívat, že se žák dobře naučil násobit a nedělá zde chyby. Ale neví, v jakých situacích ho použít. Dalo by se říci, že jeho znalost operace násobení je formální. Má dobře vyvinutý alert, který ho upozorní na výsledek, který nedává smysl. Nabízí se otázka, co dělat s takovým žákem? Vrátit se k modelování daných situací. Možná bych se ještě jednou po nějakém čase vrátila k této úloze, zda se nejednalo jen o žákovu indispozici, zda jde opravdu o formalismus.

Týnino řešení:

Maruška a Pavla mají dohromady 198 Kč. Maruška má o 32 Kč více než Pavla.
Kolik má každá z nich Kč?

$$198 : 2 = 99$$

$$99 - 32 = 67$$

$$99 + 32 = 131$$

$$198 - 32 = 166$$

$$166 : 2 =$$

O: Maruška má 131 Kč a Pavla 67 Kč.

Analýza: U tohoto řešení úlohy usuzují, že Týna volila standardní (výpočtovou) strategii. Rozdělila společnou částku na polovinu – od té jednou 32 Kč odčítala

a podruhé přičítala. Následně zapsala odpověď. Pak zjistila (pověděla mi později u tabule), že nesouhlasí rozdíl – Maruška má o 32 Kč víc (Týna zjistila, že má o 64 Kč víc). Hned Týnu napadlo, kde je chyba, ale už nestihla dopočítat. Byla vyvolána k tabuli (viz diskuze).

Diskuze:

Vyzvu Týnu, aby šla úlohu napsat na tabuli. Týna provede - zápis viz výše.

Žáci jsou spokojeni, ale Kuba se mračí. Ptám se Kuby: „Co je?“ Odpovídá: „*Jsem sám, ale přesto si myslím, že moje řešení je správné.*“

Začíná diskuze, ne, ne, vždyť nám to vyšlo a i zkouška. Kuba se nedá, zvedá se a jde bez vyzvání k tabuli, bere si křídlo - začíná kreslit a vysvětlovat, jak to řešil on.

Když od 198 Kč odečtu to 32 Kč, to je co měla Maruška navíc, pak dostanu 166 Kč. To mají teď holky dohromady a to rozdělím na půl, aby každá holka měla stejně. Pak vrátím Marušce ještě to, co měla navíc, „protože je šetřivější, jako já“.

Byla jsem nadšená, ale zároveň opět zklamaná, protože by to byla krásná nahrávka, ukázka toho, jak Kuba krásně dramatizoval danou úlohu.

Komentář k úloze č. 1

Když u daného experimentu opomeneme, že se nepovedlo danou situaci nahrát, je zde krásná práce Kuby, který se naštvě, nechce se dát a jde danou situaci řešit.

Moc se mi líbilo, že i když byl sám, stál si za svým a šel k tabuli. Předešlou hodinu totiž tvrdil, že je na tabuli chyba, a chybu měl on a strašně špatně to nesl. Byla jsem ráda, že ho to neodradilo a pracoval, vysvětloval. V této úloze se vyskytuje

antisignál, kterým je slovo **víc**. Je potřeba nejdřív zvolit operaci odčítání, potom rozdělit peníze na polovinu, pak budou mít obě děvčata stejně.

Po této úloze následovalo i to, že Kuba vzal penály a ukazoval víc a míň na penálech. Přešel do menších čísel. Byl trochu nahněvaný, že některé děti nechápaly, jak to, že tento způsob je správný, ještě ke všemu, když jim vyšla kontrola. Zkouška jim sice vyšla, ale jen toho počtu peněz, co měli dohromady. Žáci zde vůbec neřeší, že rozdíl peněz mezi dívkami není 32 korun, ale 64 korun. I já jsem udělala chybu, protože jsem měla žáky na to upozornit, zda si zkontrolovali, jestli má Maruška o 32 korun víc než Pavla.

Ke stejnému typu úlohy bych se ve své práci ještě chtěla po čase vrátit, zda došlo k dlouhodobějšímu uložení poznatků u žáků na základě dramatizace a také jsem zvědavá, kolik jich bude mít danou slovní úlohu správně.

4.2.2. Experiment č. 2 - komentář

Po zkušenostech z předešlého experimentu neberu kameru a zkusím jen na hlasový záznamník zaznamenat průběh hodiny. Ten písemně zpracuji poté, co experiment proběhne. Udělám si předpoklad daného experimentu. Kolik žáků vyřeší a kde očekávám nezdár.

Datum: 1. 11. 2013

Téma: slovní úloha

Ročník: šestý

Počet žáků: 18

dívek: 8

chlapců: 10

Záznam: hlasový záznamník, písemný přepis

Znění úlohy: *Za čtyři kalkulačky pro své děti zaplatili Novákoví 3 304 Kč. Kolik korun zaplatili Dvořákoví za tři stejné kalkulačky?*

Očekávání: - předpokládám, že Jakub, Karel, Aneta a Terka, budou první

- rady si nebude vědět Vladan a Eliška (viz první experiment)

- ostatní vyřeší bez potíží

Průběh: Po chvíli se ptá Eliška – „Je to úloha jako minule?“ - chce asi vědět, zda se řeší podle stejných početních operací. Za chvíli zvedá ruku (smluvený signál – hotovo) Terka, Jakub, Karel, Verunka L. – hotovo – s dobrým výsledkem. Vladan opět prodlužuje čas - píše krasopisně Novákovi, Dvořákovi a čeká.

Řešení některých žáků: 4 kalkulačky 3 304 Kč

$$\begin{array}{r} 3304 : 4 = 826 \\ 10 \\ 24 \\ 0 \end{array}$$

$$826 \times 3 = 2\,478 \text{ Kč}$$

Týnino řešení:

Za čtyři kalkulačky pro své děti zaplatili Novákovy 3 304 Kč	
Ladislav se zaplatili Dvořákovi za tři stejné kalkulačky?	
$3\,304 : 4 = 826$	826
10	<u> 3</u>
24	2 478
0	
Zaplatili 2 478 Kč.	

Eliščino řešení:

$$\begin{array}{r} 3\,304 : 4 = 826 \\ 10 \\ 24 \\ 0 \end{array} \qquad 826 \times 4 = 3\,304$$

Dvořákovi zaplatili za tři kalkulačky 826 Kč.

2. Za čtyři kalkulačky pro své děti zaplatili Nováčkovi, 3304 Kč. Kolik korun zaplatili Dvořáčkovi za tři stejné kalkulačky.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)3304} : 4 = 826 \\ \underline{10} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 826 \\ \cdot 4 \\ \hline 3304 \end{array}$$

~~2478~~

Dvořáčkovi zaplatili za tři kalkulačky 826 Kč.

Analýza: U Elišky se domnívám, že volila správnou cestu standardní strategie. Nejprve pomocí dělení spočítala, kolik stojí jedna kalkulačka a výsledek zřejmě ověřila zkouškou. Usuzuji tak podle násobení 826 krát 4. Když se podíváme pod škrtný výpočet, zjistíme, že její úsudek vedl dál správně. Násobila cenu jedné kalkulačky 826 krát 3, ale bohužel to zapsala jako zkoušku, což mělo být zřejmě u předešlého výpočtu násobení. Tím se možná zarazila, že jí zkouška nevychází 3304, ale 2478 Kč a výsledek škrtnula. Lze se zde domnívat, že šlo pouze o nepozornost a špatné označení operace, kterou zrovna Eliška počítala. Pravděpodobně se jí vybavilo schéma, že po provedení operace písemné dělení hned následuje zkouška násobením. Tu provedla, ale zřejmě tím vytěsnila důvod, proč má ještě jednou násobit třemi. To sice realizovala, ale hned to zmateně poškrtnula.

Šimonovo řešení:

$$3304 : 3 = 1101 \text{ zaplatili Dvořáčkovi}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)3304} : 3 = 1101 \\ \underline{9} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Tři stejné kalkulačky stojí 1101 Kč

Analýza: Šimon vzal částku, kterou zaplatili Nováčkovi, a tu vydělil třemi – tolik by podle Šimona zaplatili Dvořáčkovi. Šimon interpretoval úlohu tak, že Nováčkovi

a Dvořákovi zaplatili stejnou částku za kalkulačky, ale jedni koupili 4 a druzí 3 stejné kalkulačky. Šimon tak vlastně upozorňuje na nejasné zadání slovní úlohy. Přesnější znění by bylo toto:

Za čtyři stejné kalkulačky pro své děti zaplatili Novákovi 3 304 Kč. Dvořákovi koupili ty samé kalkulačky pro své tři děti. Kolik korun za ně zaplatili?

Diskuze: Vidím, že Vladan a David nepracují a nervózně se rozhlíží po třídě. Ptám se: „Kdo si neví rady?“ Zvedne ruku David a po té Vladan. V tom se hlásí Verunka D. Říkám: „I ty Veru?“ „Paní učitelko, můžu to klukům vysvětlit, já vím jak.“ Říkám: „Určitě.“

Verunka: „Zahrajeme si to, mně se to minule moc líbilo.“, bere si čtyři děvčata – kalkulačky, jednoho kluka – pan Dvořák, Verunka – paní Nováková, jo ještě jednu dívku – prodavačku.

Dramatizace začíná. „Dobrý den, chtěla bych si u Vás koupit 4 stejné kalkulačky“ prodavačka: „ 3 304 Kč“

Učitelka se ptá kluků: „Kolik stojí jedna?“ Kluci: „Nevím.“

Verunka: „Mám 4 lízátko, stojí 8 Kč. Kolik stojí jedno?“

Kluci: „ No to je jasný, 2 koruny.“

Verunka opakuje nákup v krámě, chce 4 kalkulačky, prodavačka opět odpoví 3 304 Kč a Verunka si bere 4 holky a ptá se kluků, kolik stojí jedna kalkulačka. Oba kluci najednou 826 Kč.

Pan Dvořák: „Dobrý den, já bych chtěl jen 3 kalkulačky, stejné, co tady kupovala moje sousedka.“ A bere si tři děvčata.

Prodavačka: „Zrovna se mi rozbila kasa. Kluci, kolik zaplatí pan Dvořák?“

Kluci: „Moment.“ Kluci berou tužku a papír, násobí: „ Zaplatí, no, 826 x 3, to je 2 478 korun.“

Verunka se usmívá, David se bouchá do čela, Vladan září. Celá třída zažila úspěch. Jen já jsem sice ráda, ale posmutnělá. Tohle natočit by byla senzace. Jsou prostě úžasní.

Komentář k úloze č. 2

Když opět pomíneme, že proběhlý experiment nemám na videozáznamu, je to velký kus práce, kde nenápadná Verunka D., která se jindy do diskuze skoro nezapojuje, dokázala zahrát nádhernou scénku ze života. Příběh z obchodu. Opět je zde vidět, že sémantické ukotvení čísla má nevyčíslitelnou hodnotu.

Pro mne bylo velmi těžké jen stát a dané situaci přihlížet, protože jsem ale nevěděla, co bude Verunka dělat (překvapila mě svoji okamžitou reakcí), zůstala jsem potichu a do dramatizace jsem vůbec nezasáhla. Vše bylo v režii jen a jen Verunky. Pro mne jako učitele to bylo vyznamenání, protože jsem nikdy předtím neviděla do té doby nenápadnou Verunku tak šťastnou. Třída se dřív o hodinách matematiky nikdy nesečkala s dramatizací úloh. Jak je vidět, moc se to osvědčilo.

Správní řešitelé byli všichni, tedy 13 žáků, až na numerickou chybu Jáji a chybného počítání Šimona a Elišky. Rady si nevěděl Vladan, jak jsem předpokládala a David, který mi řekl, že ho to nebaví. Měl už hlad (po hodině měla být velká, svačínová přestávka). Nevím, zda David mluvil pravdu, protože jeho klepnutí na čelo svědčilo podle mě o tom, že předtím opravdu řešení neviděl.

4.2.3. Experiment č. 3 – komentář

Po zkušenostech z předešlého experimentu neberu kameru a zkusím záznam práce na úloze nahrát na záznamník mobilního telefonu. Udělám si předpoklad, jak bude daný experiment ve třídě probíhat.

Datum: 3. 3. 2014

Téma: slovní úloha se signálním slovem

Ročník: šestý

Počet žáků: 18 dívek: 7 chlapců: 10

Záznam: mobilní telefon – záznamník, následně písemný záznam

Znění úlohy: Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, paní Šimková si za rok vydělala o 48 000 Kč méně. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

Očekávání: - nikdo nebude mít problém a danou úlohu budou všichni řešit
- možná se někdo dopustí pouze numerické chyby

Průběh: Zadání napíšu na tabuli o přestávce. Na začátku hodiny žákům úlohu přečtu, aby všichni textu porozuměli. Žákům se zdá úloha lehká. Jsem ráda, alespoň jim nevadí záznamník, kterého si všimli.

Řešení některých žáků:

$$280\ 000 - 48\ 000 = 232\ 000 \text{ Kč roční příjem paní Šimkové}$$

$$280\ 000 + 232\ 000 = 512\ 000 \text{ Kč roční příjem obou manželů}$$

Ondrovo řešení:

$$280\ 000 - 48\ 000 = 232\ 000 \text{ vydělává paní Šimková}$$

$$280\ 000 + 48\ 000 = 328\ 000 \times 12(\text{roční}) = 3\ 936\ 000 \text{ Kč jejich roční příjem}$$

Handwritten work on a grid background. It shows two subtraction problems. The first subtracts 48,000 from 280,000 to get 232,000. The second adds 48,000 to 280,000 to get 328,000, then multiplies 328,000 by 12 to get 3,936,000. There are handwritten notes in Czech: "Paní Šimková vydělává 232 000 Kč" and "jejich roční příjem je 3 936 000 Kč". The word "ROČNÍ PŘÍJEM" is written next to the 328,000 result.

Analýza: Ondra použil při svém řešení standardní výpočtovou strategii. Správně od částky 280 000 Kč odečetl (méně – signální slovo pro operaci odčítání) 48 000 Kč. Ale pak ho signální slovo dohromady vedlo k operaci sčítání a přičetl 48 000 Kč. Zřejmě Ondra nerozumí obratu roční příjem, neboť příjem obou manželů vynásobil dvanácti – příjem za rok. Ondra je dyslektik a dysgrafik, což se projevuje v jeho čtení a psaní. Jinak se domnívám, že by s tímto typem úlohy neměl žádný problém. Není zde použita ani legenda žádného zápisu, což svědčí i o tom, že dané úloze žák rozuměl.

Lenčino řešení:

$280\ 000 - 48\ 000 = 32\ 000$ Kč vydělává paní Šimková (numerická chyba, nebo chyba z nepozornosti)

$280\ 000 + 32\ 000 = 312\ 000$ Kč roční příjem manželů (proto i zde řád tisíců není správně – důsledek předešlé chyby)

Lenka

pan Šimka
paní Šimková
celkem

280 000 Kč
o 48 000 Kč méně než
312 000 Kč

$$\begin{array}{r} 280\ 000 \\ - 48\ 000 \\ \hline 32\ 000 \end{array}$$

paní Šimková si vydělala 32 000 Kč

~~280 000~~
280 000
+ 32 000
312 000 Kč

Roční příjem obou manželů byl 312 000 Kč.

Analýza: Lenka si před svým výpočtem udělala zápis úlohy. Podle velikosti písma lze usuzovat, že je zde jistota výpočtu. Poté škrtná, následuje chybný výpočet příjmu paní Šimkové. Je možné se domnívat, že je to i tím, že menšitel je větší než menšenec. Tím se mi zdá, že čtyřka tam figuruje u menšitele i u řádu statisíců. Volila menší písmo – možná nejistota. Následuje sečtení obou příjmů a důsledkem předešlé chyby nastává i chyba další, která by za okolností správného předešlého výpočtu nenastala.

Veroničino řešení:

$280\ 000 - 48\ 000 = 132\ 000\text{Kč}$ vydělává paní Šimková za rok (numerická chyba)

$132\ 000 + 280\ 000 = 412\ 000\text{Kč}$ oba manželé si vydělali za rok (důsledek předešlé chyby)

Veronika J.

Šimka	280 000 Kč (roční)
Šimková	0 48 000 Kč méně než
Šimková Kč	?
dohromady	?

280 000	
- 48 000	
132 000	

Paní Šimková si za rok vydělala 132 000 Kč.

132 000	
280 000	
412 000	

Oba manželé si vydělali 412 000 Kč za rok.

Analýza: Veronika při svém řešení udělala zápis a celou dobu používala stejnou velikost písma, je zde vidět jistota. Myslím si, že nebýt numerické chyby, Veronika by tuto úlohu zdárně vyřešila. Volila standardní (výpočtovou) strategii, kde došlo k chybě při výpočtu. Vždy po dílčím výpočtu si zapsala odpovědi, což svědčí i o její pečlivosti – možná strach, aby nezapomněla, co zrovna vypočítala.

Diskuze: Žáci dokončili práci a já navrhl, že si napíšeme výsledky na tabuli a budeme hledat pomocí věcných argumentů správné řešení. Žáci mi nadiktovali svoje výsledky příjmu paní Šimkové a celkový příjem obou manželů.

Po zapsání vyzvu Ondru, protože diktoval jako první, aby mi řekl, jak k danému řešení došel. Ondra správně řekl, že od příjmu pana Šimka odečetl 48 000 Kč a dostal kolik je roční příjem paní Šimkové. „Pak jsem oba příjmy vynásobil 12 krát – jako za rok.“ Vtom do diskuze vstoupila Terka, které se nelíbilo, že Ondra násobil dvanácti, ale neumí zformulovat důvod, proč to má Ondra špatně. Pak řekne: „*Ale my už máme roční příjem.*“

Verča D. se hlásila, že to má jinak, protože jsem si všimla, že má chybu numerickou - při výpočtu, vyzvala jsem ji, ať jde počítat nahlas na tabuli. Záhy objeví numerickou chybu a hned hlásí, že i její druhý výpočet bude chybný na základě numerické chyby, kterou udělala u paní Šimkové a dodala o kolik. Ozvou se i další žáci: „*Škrtněte moje řešení, i moje.*“ Na tabuli zůstalo řešení, se kterým všichni žáci souhlasili.

Komentář k úloze č. 3

Tentokrát mám výhrady především k sobě. Myslím si, že je to dáno i audio nahrávkou. Nelíbilo se mi, že předbíhám a podsouvám žákům, co po nich chci. Snažím se vše urychlit, i když času máme dost. I můj projev byl velmi výrazný, až se zdá, že v některých částech je až dominantní. Bylo to vše zřejmě vedeno moji velkou snahou, aby „vše dobře dopadlo“, to však, ale svědčí o mé malé důvěře v žáky. Některé jsem svojí dominantností mohla i odradit, aby se vyjádřili. To budu moci posoudit u další jejich práce, kde se i já budu snažit sama na sobě zapracovat. Je dobré si hodinu nahrát, můžu nejen na sobě dál pracovat.

4.2.4. Experiment č. 4 – komentář

Dneska budou žáci řešit úlohy dvě. Udělám si předpoklad průběhu práce, i když je těžké odhadnout, jak to bude ve třídě probíhat, ale něco se dopředu podle znalosti třídy a především žáků předpokládat dá.

Datum: 13. 3. 2014

Téma: slovní úloha se signálním slovem

Ročník: šestý

Počet žáků: 18 dívek: 8 chlapců: 10

Záznam: mobilní telefon – záznamník, následný písemný zápis

Znění úlohy: *Pan Veselý dostal za práci zapláceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik peněz si musela paní účetní připravit pro oba dva?*

Očekávání: Myslím si, že jediné chyby budou numerické, tedy v dělení, jinak bude řešení probíhat bez problémů, všichni budou rozumět a řešit.

Průběh: Zadání napíšu na tabuli o přestávce. Na začátku hodiny žákům úlohu přečtu, aby všichni textu porozuměli.

Řešení některých žáků:

945 : 3 = 315 Kč dostal zapláceno pan Smutný

945 + 315 = 1 260 Kč si musela připravit paní účetní

Kristýnino řešení:

$$945 : 3 = 315$$

$$945 + 315 = 1260$$

04

15

Kristýna

pan Veselý 945 Kč

pan Smulný 3krát méně než

paní učitelka si pro oba připravila 1260 Kč.

$$\begin{array}{r} 945 : 3 = 315 \\ 04 \\ 15 \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 945 \\ 315 \\ \hline 1260 \end{array}$$

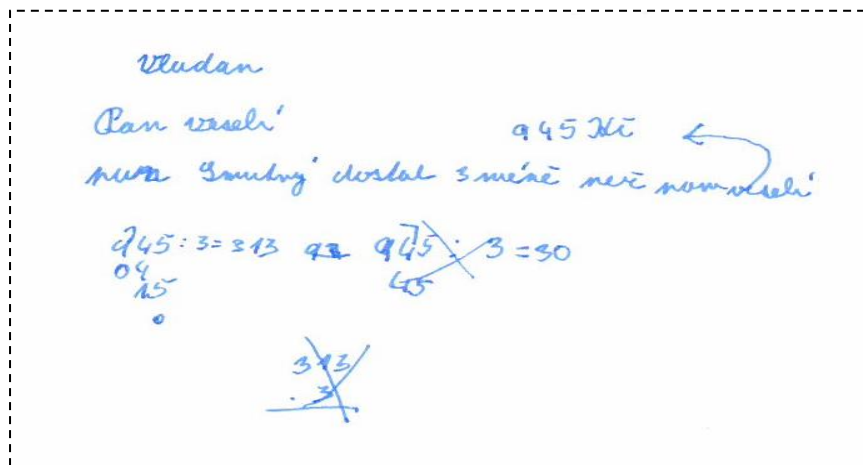
Paní učitelka si pro oba připravila 1260 Kč.

Analýza: Kristýna použila pro své řešení standardní (výpočtovou) strategii a zápis se šipkou, který se naučila na prvním stupni. Podle písma je zde vidět jistota. O jistotě svědčí i to, že ve výpočtech není škrtnáno a písmo je po celou dobu stejně velké. Kristýna neprovedla ani zkoušku výsledku, myslím si, že si byla svou volbou strategie hodně jistá. Se svým výpočtem byla hotova jako první. Možná se lze domnívat, že úloha byla pro tuto žákyni příliš jednoduchá.

Vladanovo řešení:

$$945 : 3 = 313$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ 15 \\ 0 \end{array}$$



Analýza: Vladan v zápise udělal dvě pravopisné chyby v příjmení pan „veselí“. (I když úloha byla napsána na tabuli). Podle mě používal strategii pokus – omyl, která ho vedla dál. Nejprve dělil – signální slovo – 3 krát méně (v zápise má zapsáno 3 méně). Zde udělal numerickou chybu. Poté chtěl dělit znovu. Označil si ale 94 děleno třemi. Proč asi? Škrtá. Zkouší udělat zkoušku, kterou nedokončí, opět škrtá. Proč Vladan znovu dělil? Nemá dobře osvojenou operaci dělení? Neumí si zpětně říci, že třikrát 300 je 900. Udělat si rychlou zkoušku? Možná podle zápisu tři méně mohl přemýšlet, že je to o 3 méně. Ale to mohl vyřešit operací odčítání, možná i z paměti. Zdá se, že Vladan má nějaké zásadnější problémy s chápáním početních operací.

Diskuze: Přečtu zadání úlohy z tabule a zeptám se žáků, jakým způsobem počítali.

Verunka D: „Když pan Smutný dostal zapláceno 315 korun a paní účetní si pro oba přichystala 1 260 korun.“

Učitelka se ptá: „Má někdo jinak? Někdo má jiný výsledek?“ „Nemá tam někdo 1 250 korun?“ (Ptám se záměrně, protože jsem během práce chodila mezi lavicemi a všimla si, že tam jsou i jiné výsledky.)

Petr: „Já měl jinak. Já si to opravil, zapomněl jsem přičíst jedničku, když jsem sčítal $315 + 945$.“

Učitelka: „Jak jste počítali?“

Karel: „Já jsem si 945 dělil třema.“

Učitelka: „Proč třemi?“

Karel: „Protože dostal pan Smutný třikrát méně?“

Učitelka: „Co to znamená, že dostal třikrát méně?“

Karel: „Jakoby třikrát míň?“

Učitelka: „Tam je, ale **TŘIKRÁT**, tak proč jsi to dělil?“ hlásí se Týna, vyzvu ji, aby odpověděla.

Týna: „Protože dostal třikrát míň, ne třikrát víc.“

Učitelka: „Ano, třikrát míň, ne třikrát víc, Týna to řekla krásně. Ano. Takže vy jste si vydělili 945 třemi a vyšlo Vám kolik?“

Třída: „315“

Učitelka: „A jak jste přišli na těch 1 260?“

Verunka D: „ $315 + 945$ “

Učitelka: „Fajn:“

Komentář k úloze č. 4

Práce žáků v této hodině byla pěkná a úloha se zdařila všem, až na jednoho žáka. Zdálo se mi, že se třídě nelíbí, proč se jich ptám na věci, které jsou zcela jasné (třikrát méně). Proč už mi to není jasné a stále naléhám. Úlohu jsem zvolila proto, že jsem chtěla, aby žáci zdůvodnili svůj postup a uměli říci, proč volili postup řešení právě takový. Tuto vyučovací hodinu dostali ještě následující úlohu.

4.2.5. Experiment č. 5 – komentář

Dnes jsem zadala žákům dvě úlohy, protože předešlá úloha se mi zdála snadná. Ne, že by tato úloha byla těžká, ale nebude se řešit analogicky podle předchozí úlohy. Udělám si předpoklad, jak bude daný experiment ve třídě probíhat.

Datum: 13. 3. 2014

Téma: slovní úloha – komplementární

Ročník: šestý

Počet žáků: 18 dívek: 8 chlapců: 10

Záznam: mobilní telefon – záznamník, následně písemný záznam

Znění úlohy: *Sourozenci dostali za pomoc s úklidem 650 Kč. Nejmladší Jirka dostal 50 Kč, ostatní se podělili spravedlivě a každý dostal 120 Kč. Kolik sourozenců pomáhalo s úklidem?*

Očekávání: - myslím si, že hodně žáků zapomene na Jirku a budou mít pět sourozenců místo šesti, možná bude sourozenců i méně; budou to: (Ondra – dyslexie, Vladan, Eliška, David, Jája, Šimon)

Průběh: Zadání napíšu na tabuli o přestávce. Na začátku hodiny žákům úlohu přečtu, aby všichni textu porozuměli.

Řešení třídy: Tentokrát nebudu uvádět řešení třídy, protože v ukázkách žakovských řešení jednotlivců se už začalo objevovat to, čeho jsem chtěla docílit. Někteří si začali volit svoje vlastní a jim vyhovující způsoby zápisu, posléze i řešení.

Veroničino řešení:

$$650 - 50 = 600$$

1 2 3 4 5

$$120 + 120 = 240 + 120 = 360 + 120 = 480 + 120 = 600$$

S úklidem pomáhala 6 sourozenců.

Veronika. J.
Dostali všichni
jirka

Sourozenci
Sourozenců

650 Kč
50 Kč

10 120 Kč

L

650
- 50

600

~~600 : 120 =~~
①
120 + 120 = 240 + ②
③
= 360 + ④
⑤
= 480 + ⑥
= 600

S úklidem pomáhala 6 sourozenců.

Analýza:

Veronika postupovala logicky a správně, poté, co zjistila „zbytek“ peněz pro ostatní sourozence (odečetla Jirkových 50 Kč), nezačala dělit $600 : 120$, ale postupně přičítat 120 (strategie „násobení“ postupným sčítáním). Zřejmě nemá dělení většími čísly v oblibě a nevěšila si, že lze příklad zjednodušit zkrácením dělence a dělitele (vydělit oba 10).

Nezapomněla ani přičíst Jirku k počtu sourozenců a došla ke správnému výsledku.

U Veroniky došlo k přenosu strategie. Už jednou pomocí této strategie pracovala a vedlo ji to k úspěchu. Zajímavé je i to jak si číslovala kolik „stodvacetikorun“ rozdala (podrobně popsáno v diskuzi).

Kristýnino řešení:

$$650 - 50 = 600 \quad 600 : 120 = 5$$

Sourozenců bylo 5 a Jirka celkem jich bylo 6.

Kristýna

celkem	650 Kč
Jirka	50 Kč
ostatní	120 Kč
sourozenci bylo	?

$650 - 50 = 600$

$600 : 120 = 5$
000

Sourozenců bylo 5 a Jirka, celkem jich bylo 6.

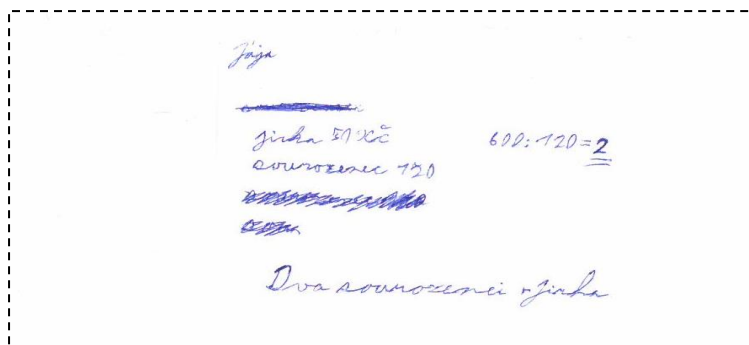
Analýza:

Kristýna si vytvořila přehledný zápis, po odečtení Jirkovy části odměny použila postup dělení, velká čísla prakticky zkrátila a došla ke správnému výsledku. Zdá se, že nejprve na Jirku zapomněla, ale v rámci odpovědi ještě tuto chybu opravila. Použila standardní (výpočtovou) strategii. Písmo je celý výpočet stejně velké, není zde zkouška. To vše svědčí o jistotě výpočtu.

Jájino řešení:

$$600 : 120 = 2$$

Dva sourozenci + Jirka.



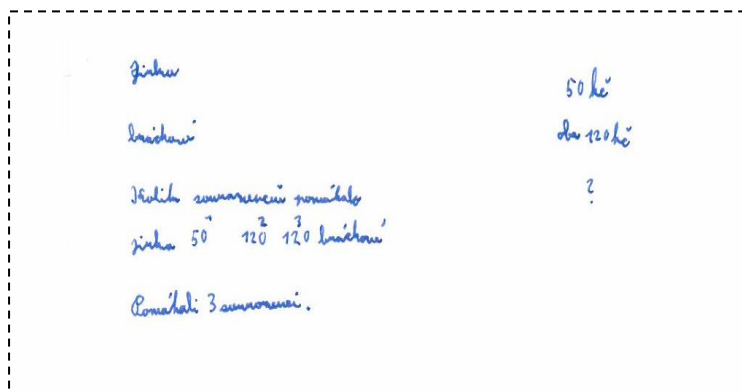
Analýza:

Zdá se, že ani zde nebyl problém v postupu, došlo ale k závažné numerické chybě v dělení, Jája se zřejmě nepokoušela o kontrolu výsledku dělení. I zde je vidět, že Jirku bere v úvahu až dodatečně, přidává ho k počtu sourozenců pouze popisně, ne numericky.

Šimonovo řešení:

1	2	3
50	120	120

Pomáhali 3 sourozenci.



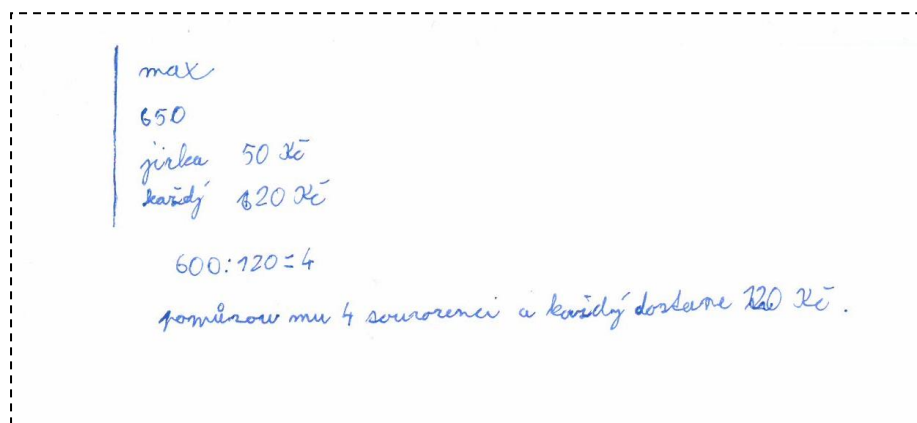
Analýza:

Šimon řešil úlohu rozkladem, neobtěžoval se však zaznamenat, jaké číslo rozkládá (patrně 650), ani kontrolou, zda čísla po sečtení opět dávají dohromady 650. Na rozdíl od ostatních však Jirku zahrnul do počtu sourozenců hned. Někdo by se mohl domnívat, že Šimon opisoval řešení od Veroniky, ale to není technicky možné. Veronika seděla na opačné straně třídy než Šimon. Lze tedy předpokládat, že se už s tímto typem úlohy setkal a použil přenos strategie. Proč si nedopočítal, kolik rozdál korun? Proč neprovedl zkoušku?

Maxovo řešení:

$$600 : 120 = 4$$

Pomůžou mu 4 sourozenci a každý dostane 120 Kč.



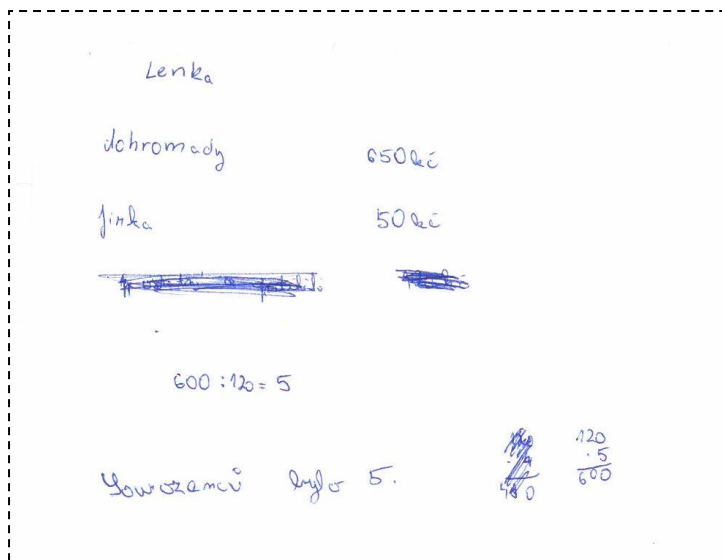
Analýza:

Postupoval obdobně jako Jája, také s numerickou chybou v dělení. Jirku do počtu sourozenců nezahrnul, i když se podle způsobu řešení můžeme domnívat, že provedl operaci „v hlavě“ (od částky 650 odečetl částku, kterou dostal Jirka). Možná i proto, že počítal „v hlavě“, lze se domnívat, že na Jirku proto v odpovědi zapomněl.

Lenčino řešení:

$$600 : 120 = 5 \qquad 120 \times 5 = 600$$

Sourozenců bylo 5.



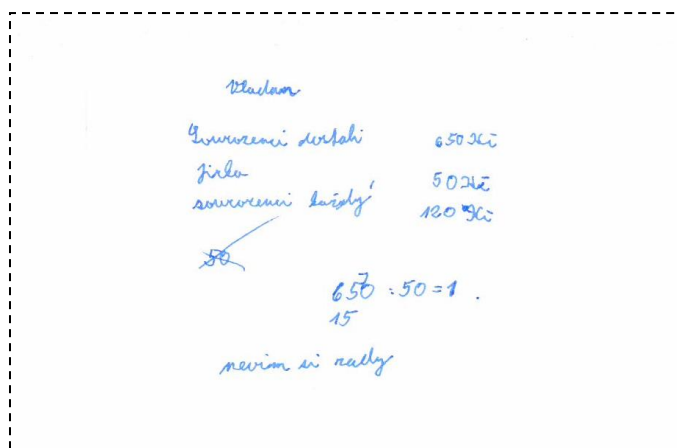
Analýza:

U Lenky nevíme, jak počítala. Zda nejprve dělila, nebo si udělala odhad výsledku, který následně zkontrolovala násobením ($120 \times 4 = 480$), v zápise je škrtnáno. Hned vedle je provedeno násobení ($120 \times 5 = 600$), které může vypadat jako zkouška následného dělení. Tady se jen můžeme domnívat, jak probíhala Lenčina strategie. Ve své odpovědi však zapoměla na to, že má přičíst Jirku k počtu sourozenců.

Vladanovo řešení:

$$650 : 5 = 130$$

nevím si rady



Analýza:

Vladan nejspíše volil strategii pokus – omyl. Postup řešení si nepromyslel, jen mu bylo jasné, že částka se musí mezi sourozence rozdělit, proto použil operaci dělení. Celkem dobře odhadoval, že sourozenců může být asi pět, nedošel však k potřebnému číslu 120. Nepřipravil si totiž dělenec tím, že od něj odebere Jirkových 50 Kč. Přiznání „nevím si rady“ je dobrým východiskem k tomu, aby se žák učil hledat pomoc např. u spolužáků.

Diskuze: O přestávce jsem připravila na každou část tabule jedno zadání. Vždy jsem ukázala jen to zadání úlohy, se kterým jsme pracovali.

Přečtu nahlas zadání, které je na tabuli, to kdyby někdo nemohl přečíst, nebo nerozuměl.

Učitelka: „*Diktujte, kolik Vám vyšlo. Kdo si myslí, že má nejmenší počet sourozenců.*“

Žáci postupně diktují: „*pět, čtyři, tři,*“

Učitelka: „*Má někdo dva sourozence? Nemá? Má někdo víc sourozenců než pět? Kolik jich máte?*“

Žáci: „*Šest.*“

Učitelka: „*Má někdo víc sourozenců než šest?*“

Jája: „*Dvacet.*“

Učitelka: „*Jája má dvacet sourozenců. To má skoro tato skupina. Takže máme výsledky tři, čtyři, pět, šest a dvacet sourozenců. Já vám věřit můžu a nemusím. Chci tedy nějaký důkaz. Kdo si myslí, že má pravdu a věděl by jak nám to dokázat? Týna by věděla?*“

Týna: „*Když je 650 nejdřív musíme odečíst to, co dostal Jirka, vyjde nám 600.*“

Učitelka: „*Jak z toho zjistím, kolik máme sourozenců? Budeš pokračovat, Týno?*“

Týna: „*Pak se to vydělí 120, to je pět a plus Jirka, to je šest.*“

Učitelka: „*Souhlasíte s Týnou? Že je šest sourozenců? Nesouhlasíte. Eliška nesouhlasí. Jak bychom to Elišce vysvětlili jinak.*“

Vyzvu Verču, která chce vysvětlovat svojí strategií řešení.

Učitelka: „*Verčo, jak bys to vysvětlila?*“

Verča D: „*Já jsem to na začátku dělala jako Týna, že jsem si 650.*“

Učitelka: „*Hezky nahlas prosím Tě.*“

Verča D: „*Že jsem si 650 – 50 a vyšlo mi 600, to jako ten Jirka. A dál jsem 120 + 120 = 240 – to jsou dva sourozenci, já jsem si ty stodvacítky jakoby očíslovala.*“

Učitelka: „*Ty jsi, to rozdělovala, po 120 postavila lidi a každému jsi dávala 120 Kč.*“

Verča D: „*Mhm.*“

Učitelka: „*Vladan si vůbec nevěděl rady. Verčo, věděla bys tím tvým postupem, jak mu to ukázat? Věděli byste, jak ukázat Vladanovi, jak jste postupovali?*“

Verča D: „*Můžeme to zahrát?*“

Učitelka: „*Můžeme to zahrát.*“

Nastává šum a žáci se připravují na dramatizaci úlohy. Verča D. se chopí dané dramatizace. Žáci si nejprve natrhají papíry a na ně píší 1 x 50 Kč a víckrát 120 Kč.

Učitelka: „*Nebudeme se dohadovat, ani hádat.*“

Učitelka: „*Tak Verunko, co jsi udělala?*“

Verunka: „*Takže, jsem odečetla ...*“

Učitelka: „*Ty sis pozvala spolužáky k tabuli.*“

Verunka: „*Pozval jsem si šest lidí a Anetu, bude se mnou vysvětlovat.*“

Učitelka: „*Ano.*“

Aneta: „*Z toho jeden je Jirka, kterej má 50 korun.*“

Učitelka: „*Jirka už svoji 50 korunu dostal – je vyřízený, svoji výplatu dostal.*“

Verunka: „*Ted'ka jsme každému dali **spravedlivě** 120 korun. Jedna stodvacetikoruna, druhá, třetí, čtvrtá, pátá.*“

Učitelka: „*Rozdali jsme 120 koruny. Děvčata mají na lístečku 120 korun. Vladan, vidí?*“

Verunka: „*120 plus 120 je 240, plus další stodvacetikoruna je 360, plus další stodvacetikoruna to je 480, plus poslední stodvacetikoruna je 600.*“

Učitelka: „*Máme 600 a ten Jirka má 50 korun. Celkem máme?*“

Vladan: „*650 korun.*“

Učitelka: „*Kolik máme celkem lidí? Počítej?*“

Vladan: „*Šest.*“

Učitelka: „*Kolik má sourozenců?*“

Vladan: „*Šest.*“

Učitelka: „*Kolik lidí pomáhalo s úklidem?*“

Vladan: „*Šest.*“

Učitelka: „*Šest lidí pomáhalo s úklidem. Je to jasný? Verčo, výborně. Děkuji.*“

Komentář k úloze č. 5

V posledním experimentu, který jsem učinila ve své diplomové práci, ale který jistě není zcela poslední, je vidět podle mého názoru velký pokrok, který učinila třída. Já se budu muset ještě hodně učit. Nesmím zapomínat, že podsouváním správného postupu ničemu nepomohu. Je potřeba žákům důvěřovat a nebýt tak snaživá. Musím do budoucna na sobě hodně pracovat, ale myslím si, že se to naučit dá. Možná to bylo dáno i tím, že se jednalo o audio nahrávku a já měla pocit, že vše je potřeba komentovat, a žákům jsem do úvah možná i zbytečně zasahovala. Ale kdo nic nedělá, nic nezkaží a ani se nic nenaučí.

Bylo mou velkou snahou, aby „vše dobře dopadlo“. Nedůvěřovala jsem tolik ve schopnosti žáků. Některé jsem svým dominantním postojem mohla i odradit, aby se vyjádřili. To budu moci posoudit u další jejich práce, kde se i já budu snažit sama na sobě zapracovat. Je dobré si hodinu nahrát a poté zreflektovat, tento postup pomáhá ke zlepšení učitelovy práce se žáky i k lepšímu porozumění jejich myšlenkovým postupům a motivacím.

ZÁVĚR

Když se zamyslím nad svou prací, vím, že mi každá kapitola byla něčím přínosná a užitečná k dalšímu zlepšení mé pedagogické práce.

Při psaní jsem si spoustu věcí uvědomila. Na začátku každé práce má člověk spoustu nápadů, představ a elánu. Ne vždy vyjdou věci tak, jak člověk očekává. Ani mně se vše nepovedlo tak, jak jsem to měla v úmyslu.

Diplomová práce naplnila předem stanovené cíle, které byly formulovány takto:

- vymezení typologie slovních úloh pro účely následného experimentu
- formulace očekávání průběhu řešení úloh v experimentu a jeho následný rozbor
- posouzení práce žáků – analýza jejich řešení

Jejich uskutečnění proběhlo prostřednictvím experimentů a následných analýz žakovských řešení.

Splnění vytčených cílů:

Pro účely experimentu jsem vymezila typologii úloh. Očekávaný průběh úloh se částečně naplnil, ne však vždy a zcela, docházelo i k překvapivým skutečnostem (probuzení iniciativy některých žáků, tvořivost při řešení úloh). Analýzu práce žáků považuji za nejcennější část této práce, protože mi posloužila k reflexi mé vlastní práce.

Mé osobní zhodnocení práce:

Praktická část byla velký přínosem, ale i zde jsem se dopustila chyb. Než jsem začala psát, načetla jsem literaturu a domnívala se, že vše musím v práci za každou cenu použít. Ale zde možná platí, že někdy méně znamená více.

Během práce jsem se několikrát přistihla, že už sama nevím, zda myšlenka je moje, nebo jsem natolik pohlcena metodou a výukou podle pana profesora Hejného a jiných vyučujících, že používám jejich slova.

V experimentální části jsem si uvědomila, že obsah učiva nemusí být zcela nutně to nejdůležitější, co mám žákům předat, ale přivést žáky k pochopení a objevení učiva je mnohem důležitější a obtížnější.

S odstupem času jsem si také několikrát uvědomila, že bych další experimenty prováděla už jinak. Víc bych se snažila důvěřovat žákům a méně bych se snažila zasahovat do jejich „objevů a hledání vlastních objevitelských cest“. Dalším poznáním a přínosem je, že jsem si uvědomila, jak je potřeba mít vždy vše promyšlené, neboť to vede víc k pokrokům a myšlení mých žáků.

Dalším poznatkem je důležitost učitelova vyjadřování. Mít přesný a funkční slovník, tedy umět se (nejen v zadání úlohy) vyjádřit jasně a především jednoznačně.

Někteří moji žáci se během experimentů objevili a zažili „úspěch“, který způsobil radost na jejich i mé straně.

Docházelo ke zpřesňování terminologie a hlubšímu porozumění úlohám, například pomocí dramatizace (experiment č. 2).

Přestože jsem pracovala s celou třídou, došlo u dvou žáků ke zvratu. Verunka (jak sama říká) má ráda matematiku, je vedena motivací „nevím a chtěla bych vědět“. A u Vladana jsme spolu s rodiči požádali o vyšetření v pedagogicko-psychologické poradně – zdá se mi, že žák má při výuce vážnější problémy.

Také vím, že učitel by se měl vzdělávat dál i během své učitelské praxe, tak jako je to i v jiných oborech. Je to určitě nezbytné a důležité předávat dál zkušenosti a nové poznatky. I mě víc baví vnášet do hodin něco nového. Žáci poznají, zda je učitel pro danou věc „zapálený“ či nikoliv a toto „nadšení“ je nakažlivé. Mnohdy záleží i na tom, jak žáky předmět, či látka „baví“. Jaký o ni mají zájem. Tak, jak se vyvíjí společnost, věda a jiné obory, vyvíjí se i žáci a my na tom máme svůj podíl.

„Učitel ovlivňuje navždy; nikdy nemůžete říct, kdy jeho vliv končí.“¹³

¹³ Citát Henryho Adamse

Po běžných hodinách není čas udělat analýzu řešení žáků. Ale při psaní diplomové práce jsem si uvědomila, že se pomocí žákovských řešení úloh dá dál pracovat a zjistit tím o žácích zajímavé, pro práci učitele užitečné poznatky. Chtěla bych, i když je to časově náročné, v těchto analýzách i nadále pokračovat a vědět o svých žácích co možná nejvíc.

V analýze žákovských řešení úloh je pro mě chyba významným jevem, který mě vede k zamyšlení, proč se stala a co bylo její příčinou. Jak se této chybě v budoucnosti vyhnout.

Mně osobně přinesla diplomová práce profesní posun a hlubší poznání žáků, se kterými pracuji.

Propojila jsem teorii a praxi a v malé míře i zkušenosti. Ne vždy se mi vše povedlo, tak jak jsem chtěla, ale i to je zkušenost a s odstupem času bych pracovala na stejném tématu třeba zase jinak.

Práce mi dala nástroj, jak poznávat a ještě lépe pracovat se svými žáky.

SEZNAM LITERATURY

HEJNÝ, M.; KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Konstruktivistické přístupy k vyučování. 2. Vyd. Praha: Portál, 2009.

HEJNÝ, M.; MICHALCOVÁ, A. *Skúmanie matematického riešiteľského postupu*. Bratislava: Metodické centrum, 2001.

HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z matematiky*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2004.

HEJNÝ, M.; STEHLÍKOVÁ, N. *Číselné představy dětí*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 1999.

HELUS, Z. *Dítě - škola - učitel*. Sborník k životnímu jubileu. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2001.

JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2010.

KLIMEŠ, L. *Slovník cizích slov*. Praha: SPN 1998.

KONFOROVIČ, A. G. *Významné matematické úlohy*. 1. Vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989.

KULIČ, V. *Chyba a učení*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1971

KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN 1989.

NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení matematických úloh*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2000.

ODVÁRKO, O. a kol. *Metody řešení matematických úloh*. Praha: SPN 1990.

PRŮCHA, J.; WALTEROVÁ, E.; MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 5. Vyd. Praha, Portál 2008.

RENDL, M.; VONDROVÁ, N.; JIROTKOVÁ, D., KLOBOUČKOVÁ, J. a kol. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2013.

STRNADOVÁ, M. *Slovní úlohy s antisignálem na 1. stupni Základní školy*, Praha, 2003, 32s. graf. Diplomová práce, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta katedra matematiky a didaktiky matematiky. Vedoucí práce M. Hejný.

VYŠÍN, J. *Metodika řešení matematických úloh*. 1. Vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1962.

ZELINA, M. *Tvořivost v matematice*. Olomouc, Krajský pedagogický ústav Ostrava, 1990.

<http://class.pedf.cuni.cz/video/DMb/B01.pdf>. *Práce s chybou jako strategie rozvoje klíčových kompetencí žáka*. <i>Class.pedf.cuniu.cz</i> [online]. 2006 [cit. 2013-11-15]. Dostupné z: <http://class.pedf.cuni.cz/video/DMb/B01.pdf>

http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_61.zip

Vizualizace. *Vuppraha.cz* [online]. 2011 [cit. 2014-03-29]. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/11/matematickagramotnost_final.pdf

PŘÍLOHY

Příloha č. 1

Dotazník

Milí žáci, chtěla bych Vás tímto požádat o trošku Vašeho času, který Vám zabere vyplnění anonymního dotazníku pro Ivu Strnádkovou.

1. Vzpomínáte si na nějakou chybu, které jste si všimli ve filmu, v časopise, nebo v knížce?

2. V jakém předmětu se nejvíce bojíte chyby a proč?

3. V jakém předmětu se nejméně bojíte chyby a proč?

4. Jak se díváte na učitele, který se dopustí chyby a:
 - a) snaží se chybu přejít jako by se nestala
 - b) přizná se, že udělala chybu

5. Kdyby, jste byli učitelem: Jak byste se zachovali v situaci, kdy se žák dopustí chyby?

Příloha č. 2

Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta M.D. Rettigové 4,116 39 Praha 1

Prohlášení žadatele o nahlédnutí do listinné podoby závěrečné práce před její obhajobou

Závěrečná práce:

Druh práce	
Název práce	
Autor práce	

Jsem si vědom/a, že závěrečná práce je autorským dílem a že informace získané nahlédnutím do zveřejněné závěrečné práce nemohou být použity k výdělečným účelům, ani nemohou být vydávány za studijní, vědeckou nebo jinou tvůrčí činnost jiné osoby než autora.

Byl/a jsem seznámen/a se skutečností, že si mohu pořizovat výpisy, opisy nebo rozmnoženiny závěrečné práce, jsem však povinen/povinna s nimi nakládat jako s autorským dílem a zachovávat pravidla uvedená v předchozím odstavci tohoto prohlášení.

Jsem si vědom/a, že pořizovat výpisy, opisy nebo rozmnoženiny dané práce lze pouze na své náklady a že úhrada nákladů za kopírování, resp. tisk jedné strany formátu A4 černobíle byla stanovena na 5 Kč.

V Praze dne

Jméno a příjmení žadatele	
Adresa trvalého bydliště	

podpis žadatele

Příloha č. 3

**Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta M.D. Rettigové 4,116 39
Praha 1**

Prohlášení žadatele o nahlédnutí do listinné podoby závěrečné práce
Evidenční list

Jsem si vědom/a, že závěrečná práce je autorským dílem a že informace získané nahlédnutím do zveřejněné závěrečné práce nemohou být použity k výdělečným účelům, ani nemohou být vydávány za studijní, vědeckou nebo jinou tvůrčí činnost jiné osoby než autora.

Byl/a jsem seznámen/a se skutečností, že si mohu pořizovat výpisy, opisy nebo rozmnoženiny závěrečné práce, jsem však povinen/povinna s nimi nakládat jako s autorským dílem a zachovávat pravidla uvedená v předchozím odstavci tohoto prohlášení.

Poř. č.	Datum	Jméno a příjmení	Adresa trvalého bydliště	Podpis
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				
10.				