

Posudek disertační práce:

Ján Pich: Complexity theory in feasible mathematics

V teorii (výpočetní) složitosti je většina fundamentálních problémů otevřena a řada z nich souvisí s matematickou logikou. Některé mají intuitivně samovztažný charakter. Navíc jsou známy i příklady formálních tvrzení typu: Lze-li tuto hypotézu dokázat těmito prostředky, pak jiná hypotéza neplatí.

Toto souvisí s tím, že třídy algoritmů mají blízko k formálním teoriím aritmetiky. Základní otázkou potom je porozumět "logické složitosti" teorie složitosti, t.j. jak silné axiomy potřebujeme na vybudování známé části této teorie a naopak jaké axiomy nestačí na rozhodnutí té či oné hypotézy. Výsledky tohoto typu nemají jen charakter logické analýzy teorie složitosti, ale pomocí dnes již klasických metod dávají algoritmy dosvědčující různá existenční tvrzení a též implikují existenci (či ji vyvracejí) krátkých výrokových důkazů pro různé tautologie.

Práce Mgr.J.Picha se týká těchto témat a významně k nim přispívá. Disertace se sestává ze dvou samostatných prací autora (viz str.3 tamtéž). Hlavním výsledkem první práce (již přijaté k publikaci v *Annals of Pure and Applied Logic*) je důkaz, že spodní odhady na obvody nelze dokázat v teorii TNC^1 . Podobně jako dřívější výsledek Razborova využívá předpokladu existence těžké funkce, ale Razborovův výsledek podstatně zesiluje. Hlavním výsledkem druhé práce (toho času recenzované v *Logical Methods in Computer Science*) je důkaz tzv. PCP věty v Cookově teorii PV. Tato věta je jednou z nejsložitějších v teorii složitosti a její formalizaci se zatím každý vyhýbal. Navíc fakt, že se podařila již v tak slabé teorii jako PV, je velmi zajímavý.

Výsledky, které jsem vyzdvihl, jsou v obou pracích doplněny řadou dalších tvrzení. Podle mého názoru Mgr.J.Pich prokázal vynikajícím způsobem schopnost k samostatné tvůrčí činnosti v matematice a doporučuji, aby disertaci úspěšně obhájil.

Jan Krajíček
(školitel)

23.9.2014