Posudek vedoucího na bakalářskou práci

Adam Stejskal: Jak poznat prvoideál?

Předložená práce se zabývá algoritmem, který určí, je-li ideál okruhu polynomů zadaný pomocí konečné množiny generátorů prvoideál. Není-li zadaný ideál hlavní, test prvoideálovosti je značně netriviální úkol. Popsaný algoritmus používá techniky Gröbnerových bází a pochází z osmdesátých let minulého století.

Tato stručná práce je kompilační. V první kapitole je povětšinou bez důkazů podán přehled základních pojmů ohledně Gröbnerových bází. Tento úvod je potřebný především z toho důvodu, že jde o rozšíření klasické a dobře známé teorie. Pro účely hlavního algoritmu je totiž potřeba pracovat s okruhy polynomů nad obecnějšími okruhy než pouze nad tělesy. Kapitola je uzavřena popisem výpočtu tzv. saturace ideálu vzhledem multiplikativní množině, kde je diskuze provedena podrobně včetně důkazů. Druhá kapitola se pak zabývá samotným algoritmickým kritériem pro prvoideálovost a stručným popisem algoritmu. Práce je ukončena ilustrací běhu algoritmu na konkrétním příkladu ideálu.

Práce je napsaná srozumitelně a odpovídá standardu pro bakalářské práce. Vytknul bych především určitou nepečlivost v předpokladech i argumentech a místy až přílišnou stručnost v kapitolách 1.1 a 1.2.

1. Z textu není jasné, jaké předpoklady na R jsou třeba, aby platila věta 2. Je třeba, aby v něm byly řešitelné lineární rovnice ve smyslu def. 1? V textu se totiž věta implicitně aplikuje ne pouze na okruh R samotný, ale i na odvozené okruhy. Konkrétně jde o okruh polynomů nad R (ve větě 4, str. 6) a o lokalizace R (v tvrzení 7, str. 8). Jsou-li lineární rovnice řešitelné nad R, jsou řešitelné i nad těmito odvozenými okruhy?

2. Osobně by mi přišlo vhodné v práci uvést důkaz (resp. popis algoritmu) pro tvrzení 5 – výpočet průniku ideálů.

3. Závěr důkazu tvrzení 6 na str. 8 je poněkud odbytý.

4. Značení v lemmatu 10 na str. 11 je matoucí. Implicitně se předpokládá $P = I \cap R$, což jednak není řečeno a jednak P není obecně prvoideál. Odstavec před lemmatem by proto měl být napsán pečlivěji.

5. Inkluze $\pi^{-1}(f) \subseteq R$ ve druhém řádku odspodu na str. 12 neplatí. Spíše mělo být řečeno, že existuje vzor f, který leží v R, tj. $\pi^{-1}(f) \cap R \neq \emptyset$.

6. Pro algoritmus v kap. 2.2 je třeba, abychom pro okruh R uměli algoritmicky rozhodnout ireducibilitu polynomů nad podílovými tělesy oborů integrity konečně generovaných nad R. První odstavec kapitoly uzavírá poznámka, že toto platí pro $R = \mathbb{Z}$ a $R = \mathbb{Q}$. Tento fakt se zdaleka nezdá být zřejmý, proto by zasloužil alespoň krátkou diskuzi nebo konkrétnější odkaz do literatury.

Práci **doporučuji uznat jako bakalářskou** a hodnocení pro komisi přikládám na zvláštním listě.

V Praze dne 29. 8. 2014 RNDr. Jan Šťovíček, Ph.D.