

Posudek vedoucího doktorandské disertační práce

Martin Rmoutil: „Exceptional Sets in Mathematical Analysis“

Předložená disertační práce je tvořena čtyřmi odbornými články, z nichž tři již byly publikovány a jeden byl zaslán k publikaci. Jednotčím tématem jsou výjimečné množiny v matematické analýze, přičemž první tři články se týkají σ -pórovitých množin, poslední článek c -odstranitelných množin. Práce je doplněna rozsáhlým úvodem.

První kapitola tvoří článek publikovaný v *Czechoslovak Mathematical Journal*, který se věnuje součinům σ -pórovitých množin. K hlavním výsledkům patří jednak příklad dvou uzavřených množin v \mathbb{R} , které nejsou σ -zdola pórovité, ale jejichž kartézský součin je zdola pórovitá množina; a dále tvrzení, že součin dvou suslinovských množin v úplně metrizableních prostorech, z nichž jedna není σ -zdola pórovitá a druhá není σ -shora pórovitá, není σ -zdola pórovitý.

Tento článek vychází z uchazečovy diplomové práce (stejně jako ještě jeden článek, který nebyl zařazen do disertace) a doplňuje dřívější výsledek L. Zajíčka o součinu σ -shora pórovitých množin.

Druhou kapitolu tvoří článek napsaný se spoluautorem Markem Cúthem publikovaný rovněž v *Czechoslovak Mathematical Journal*. Jeho tématem je separabilní redukce σ -pórovitosti pro suslinovské podmnožiny Banachových prostorů. K hlavním výsledkům patří tvrzení, že σ -zdola pórovitost i σ -shora pórovitost suslinovské podmnožiny Banachova prostoru se pozná na vhodných separabilních podprostorech. Přesný výsledek je formulován i dokázán pomocí množinově-teoretické metody elementárních submodelů (což je hlavní přínos spoluautora). K dalším nástrojům patří Foranovy systémy pro σ -shora pórovitost a Tvrzení 1.2.11 z první kapitoly pro σ -zdola pórovitost.

Třetí kapitola obsahuje článek zasláný k publikaci, napsaný se spoluautory Markem Cúthem a Miroslavem Zeleným. Jeho cílem je rozšíření výsledků druhé kapitoly na další typy pórovitosti. K výsledkům patří několik tvrzení formulovaných v abstraktním kontextu (oddíl 3.4), jejichž důsledkem je například separabilní determinovanost kuželové malosti (Věta 3.5.10 a Důsledek 3.5.11). Jako aplikaci autoři mimo jiné dokazují, že množina bodů fréchetovské nediferencovatelnosti spojitě aproximativně konvexní funkce na (neseperabilním) Asplundově prostoru je kuželově malá (Věta 3.6.3).

Poslední kapitola je tvořena článkem publikovaným v *Journal of Mathematical Analysis and Applications* napsaným se spoluautorem Dušanem Pokorným. Tento článek se věnuje jinému druhu výjimečných množin – autoři je nazývají c -odstranitelné. Množina $A \subset \mathbb{R}^d$ je c -odstranitelná, pokud každá funkce spojitá na \mathbb{R}^d a lokálně konvexní na $\mathbb{R}^d \setminus A$ je konvexní na \mathbb{R}^d . Článek obsahuje několik tvrzení o tom, které množiny jsou a které nejsou c -odstranitelné, a příklad, že c -odstranitelnost neimplikuje jistý druh malosti.

Všechny uvedené články obsahují netriviální nové výsledky. První tři články tvoří konsistentní celek – některé výsledky prvního se používají v druhém; třetí rozvíjí a zobecňuje druhý. Domnívám se, že uvedené články jednoznačně prokazují, že uchazeč je schopen samostatně tvořivé práce i odborné spolupráce. Dále je dobré upozornit, že kromě článků zařazených do disertace uchazeč publikoval ještě jeden článek vycházející z jeho diplomové práce a další dva články na jiné téma s několika spoluautory. Celkem je tedy autorem či spoluautorem sedmi článků, z nichž šest již vyšlo.

Předloženou práci jednoznačně doporučuji uznat jako doktorandskou disertační práci.

V Praze dne 8. 8. 2014

Doc. RNDr. Ondřej Kalenda, Ph.D., DSc.
Katedra matematické analýzy MFF UK