

# POSUDEK OPONENTA DOKTORSKÉ DISERTAČNÍ PRÁCE “CONSTRAINT SATISFACTION, GRAPHS AND ALGEBRAS”

MGR. JAKUBA BULÍNA

Práce je souborem tří článků, na kterých se její autor podílel. Proberme tyto články postupně:

**Článek 1:** *A finer reduction of constraint problems to digraphs:* Feder and Vardi ukázali, že pro každou konečnou relační strukturu  $\mathbb{A}$  existuje (balancovaný) orientovaný graf  $\mathcal{D}(\mathbb{A})$  takový, že problém  $\text{CSP}(\mathbb{A})$  je polynomiálně ekvivalentní  $\text{CSP}(\mathcal{D}(\mathbb{A}))$ . V důsledku se tak při řešení hypotézy dichotomie pro CSP stačí omezit na balancované orientované grafy. V článku autoři modifikují konstrukci grafu  $\mathcal{D}(\mathbb{A})$  tak, že  $\text{CSP}(\mathbb{A})$  a  $\text{CSP}(\mathcal{D}(\mathbb{A}))$  jsou „logspace“ ekvivalentní. Navíc je zde zkoumán vztah variet generovaných polymorfismy původní relační struktury  $\mathbb{A}$  a z ní odvozeného grafu  $\mathcal{D}(\mathbb{A})$ . V závěru článku jsou diskutovány některé aplikace nové konstrukce a důsledky vlastností grafu  $\mathcal{D}(\mathbb{A})$ .

**Článek 2:** *Decidability of absorption in relational structures of bounded width:* V tomto článku řeší autor problém rozhodnutelnosti zda je podmnožina  $B$  konečné relační struktury  $\mathbb{A}$  absorbující. Podává pozitivní odpověď v případě, že je struktura  $\mathbb{A}$  konečné šířky (ekvivalentně, pokud je varieta generovaná algebrou polymorfismů  $\mathbb{A}$  průsekově semidistributivní). V tomto případě zároveň odhadne shora výpočetní složitost daného problému v závislosti na velikosti relační struktury  $\mathbb{A}$ .

**Článek 3:** *On the complexity of  $\mathbb{H}$ -coloring for special oriented trees:* V posledním z článků autor navazuje na výsledky ze své diplomové práce. Jak bylo již zmíněno, stačí se při řešení problému dichotomie CSP omezit na relační struktury s jednou binární relací, tj., orientované grafy. V tomto případě byla hypotéza potvrzena pro grafy v nichž vede z každého a do každého vrcholu hrana. Přírodním protikladem takových grafů jsou orientované stromy. Právě problém dichotomie CSP pro orientované stromy je předmětem posledního z článků. Dichotomie je ukázána pro speciální stromy, čímž jsou zobecněny předchozí důkazy pro speciální triády a speciální polyády.

„Constraint satisfaction problem“ je populárním tématem výzkumu s přesahem do teoretické informatiky, univerzální algebry a dalších oborů. Řadu praktických problémů je možné reprezentovat jako instanci CSP. Výsledky prezentované v této disertaci jsou na úrovni nejlepších prací publikovaných k danému tématu. Každý z článků obsahuje nové originalní výsledky motivované aktuálními otázkami. Hlubší pochopení překladu CSP na problém barvení grafu a důkaz dichotomie pro orientované grafy mohou významně přispět k rozhodnutí problému dichotomie CSP,

patrně nejzásadnější otázky související s touto problematikou. Po formální stránce je práce perfektní, autor jednoznačně prokázal předpoklady k samostatné tvůrčí práci. Doporučuji uznat práci jako práci disertační.

V Praze dne 15.8.2014  
Mgr. Pavel Růžička, Ph.D.