OPONENTSKÝ POSUDEK DISERTAČNÍ PRÁCE

Schape optimization in contact problems with friction

Mgr. Róberta Pathó

Předložená disertační práce je věnována tvarové optimalizaci pro kontaktní úlohy se třením. Práce je členěna do čtyř kapitol. V první kapitole lze nalézt formulace stavových úloh. Jedná se o Signoriniho úlohu s Trescovým nebo Coulombovým modelem tření, kdy koeficient tření může záviset na řešení. Spojité formulace úloh jsou uvedeny v primární i smíšené podobě (pomocí Lagrangeových multiplikátorů) a jsou vyslovena tvrzení o existenci a jednoznačnosti řešení. Následuje popis konečněprvkové aproximace a pro odpovídající algebraické úlohy jsou opět vyslovena tvrzení o existenci a jednoznačnosti řešení - v některých netriviálních případech i s hlavní myšlenkou důkazu.

Druhá kapitola je věnována tvarové optimalizaci pro Trescův model tření s koeficientem tření závislým na řešení. Neznámou je zde tvar oblasti určený návrhovou proměnnou. Optimální tvar se hledá jako minimum vhodného cenového funkcionálu. Hodnota funkcionálu závisí na řešení stavové úlohy, které tak při minimalizaci představuje omezující podmínku rovnováhy (Mathematical Program with Equilibrium Constraints). Pro spojitou úlohu tvarové optimalizace je diskutována existence jejího řešení a konvergenční analýza. V další části kapitoly je pozornost věnována úloze algebraické. Při analýze stability je dokázáno, že stavové řešení je Lipschitzovskou funkcí návrhové proměnné i vektoru zatížení. Samotný numerický výpočet se opírá o techniku implicitního programování. Po eliminaci podmínky rovnováhy vznikne úloha na minimalizaci redukovaného cenového funkcionálu, který je nediferencovatelný, nekonvexní a hledané řešení (návrhová proměnná) musí splňovat geometrická omezení. Jako vhodný výpočetní algoritmus je uvedena metoda svazků (BT, tj. „bundle-trust"). Její použití vyžaduje provést citlivostní analýzu - vypočítat aproximaci Clarkova subgradientu pomocí Morduchovičova kalkulu.

Třetí kapitola se věnuje podobné problematice jako kapitola druhá, nyní pro úlohu s Coulombovým modelem tření a koeficientem tření závislým na řešení. Protože se jedná o úlohu podstatně složitější, jsou výsledky formulovány jen pro algebraický případ. Struktura kapitoly kopíruje kapitolu předchozí. Technika některých důkazů se opírá o podmínku silné regularity.

Ve čtvrté kapitole jsou uvedeny numerické experimenty. Nejdříve je stručně vysvětlen algoritmus BT a způsoby výpočtu řešení stavových úloh. Následují tři konkrétní příklady, které se liší stavovou úlohou, popisem závislosti koeficientu tření na řešení a volbou cenového funkcionálu. Vypočtené optimální tvary oblastí jsou znázorněny na obrázcích a výpočty jsou stručně zhodnoceny v textu.

Práce se zabývá aktuálním tématem výzkumu, pro jehož řešení používá moderní teoretické i výpočetní prostředky. Původním výsledkem je analýza studované problematiky a navržení výpočetních postupů pro úlohy tvarové optimalizace, kdy koeficient tření u stavové úlohy závisí na řešení. Rozšiřují se tak známé výsledky dosažené pro konstantní koeficient, toto rozšíření je však netriviální. Práce je napsána srozumitelně a prakticky neobsahuje formální nedostatky. Po odborné stránce popisuje studovanou problematiku uceleně od obecné formulace úloh až po popis řešených příkladů. Úroveň použitého matematického aparátu je na vysoké odborné úrovni. Výsledky řešených příkladů odpovídají očekáváním a intuitivně tak potvrzují správnost použití výpočetních metod. Charakter řešených příkladů je však poněkud akademický – "obdélník" s jednou zakřivenou stranou. Bylo by zajímavé zvolit za optimalizovanou geometrii útvar, který odpovídá reálnému objektu. Na základě získaných výsledků by pak mohlo být učiněno rozhodnutí o praktické použitelnosti studované optimalizační techniky, o výběru vhodného cenového funkcionálu, atp.

Otázky k obhajobě a náměty k diskusi:

1. Je zaručena konvergence BT metody pro řešené příklady? Lze po ukončení výpočtu rozhodnout, zda je vypočítané řešení "dostatečně blízko" přesnému řešení původní úlohy spojité?
2. S jakou ukončovací přesností je potřeba počítat řešení vnitřních stavových úloh, aby byla zaručena konvergence BT metody? Lze vnitřní ukončovací přesnosti adaptivně zvyšovat?
3. Který krok v rámci BT metody je výpočetně nejnáročnější?
4. Lze uvedené postupy a algoritmy použít i pro velký koeficient tření, kdy má stavová úloha více řešení?
5. Jaký smysl má použití l^6-normy v jednom z příkladů?
6. Které části kódu byly napsány autorem a které byly převzaty z použitých knihoven?

Závěrečné hodnocení:

Mgr. Róbert Pathó prokázal, že je schopen samostatné vědecké práce. Proto navrhuji, aby byl po úspěšné obhajobě a v souladu s platnými předpisy jmenován *doktorem* a aby mu byl udělen titul Ph.D.

V Ostravě 10. 9. 2014

doc. RNDr. Radek Kučera, Ph.D.