

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Číselné vztahy u žáků třetího ročníku

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vedoucí diplomové práce: Prof.RNDr. Milan Hejný, Csc.

Autor diplomové práce: Lenka Kosová

Studijní obor: Učitelství pro 1.stupeň ZŠ

Forma studia: prezenční

Diplomová práce dokončena: březen, 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením Prof.RNDr.
Milan Hejný, Csc. s použitím uvedené literatury.

V Praze dne:

Podpis:.....

Poděkování

Děkuji touto cestou vedoucímu diplomové prof. Milanu Hejnému za jeho odborné rady a lidský přístup. Díky němu jsem si také ujasnila myšlenkové pochody žáků při řešení matematických úloh.

Dále děkuji své rodině a především příteli, který mi vytvářel podmínky a podporoval mě. Můj dík patří také žákům, bez kterých by tato práce nemohla vzniknout.

Abstrakt

Tato práce je průřezem mého zkoumání myšlení žáků v prostředí čísel, vnímaného prostřednictvím jejich pohybů očí, rukou a jiných gestikulačních projevů spojených s doprovodným ústním komentářem.

S odhalováním číselných vazeb očima dětí jsem se setkávala nejprve při osobním kontaktu a prací se žáky. Později jsem analyzovala videa, na kterých jsou tyto práce zaznamenány. Přitom jsem sledovala nejen žáky, ale i sebe jako učitele při práci s nimi. Podporou mi byla i má samostatná práce při řešení podobných úloh, která mi přiblížila myšlení žáků. Podrobný rozbor videozáznamu jsem provedla u dvou žákyň. Tento rozbor mi umožnil zaznamenat detailní popis práce žáků a postupně z jejich gestikulačních projevů odhalit, pro mě dosud skryté informace, potřebné pro analýzu jejich jednotlivých postupů. Získané zkušenosti z rozborů postupů obou žákyň mi posloužily jako nástroj pedagogické diagnostiky.

Abstract

This work is cross-examining of thinking pupils in an environment of numbers, perceived through their eye movements, hands and other gestural expressions associated with an accompanying oral commentary.

First personal contact with the detection of numerical relationships through the eyes of children I made at work with pupils. Later I analyzed the video where such work is recorded. And I watched not only pupils, but also myself as teacher while working with them. Support for me was also my individual work on similar tasks, which approached me of thinking pupils. Closer analysis of the video I conducted with two pupils. This analysis allowed me to record a detailed description of pupils' work and gradually revealing their gestural expressions, which were for me hidden information needed to analyze their individual practices. The experience gained from analyzes of both students' will serve me as pedagogical diagnostic tools.

Obsah

ÚVOD.....	1
Jak jsem se dostala k tématu	1
Metodologie	1
Matematická část – pojmy	2
Největší společný dělitel	2
Tvarová pséfofórie	2
Izomorfismus.....	3
1. Konceptualizace paralelních procesů	3
2. Vizualizace číselných vztahů	19
2.1. Video I	20
2.1.1. ÚLOHA I.....	20
2.1.2. ÚLOHA II	25
2.2. Video II:.....	46
2.2.1. ÚLOHA III.....	46
2.2.2.ÚLOHA IV.....	61
2.3.Video III.....	63
3. Čtyřúhelník a jeho úhlopříčka	69
3.1. Čtverec	69
3.2. Obdélník, jehož strany jsou nesoudělné:.....	70
3.3. Čtyřúhelník, jehož strany mohou být soudělné.	71
ZÁVĚR.....	72
LITERATURA A INFORMAČNÍ ZDROJE	73
Přílohy	I
Příloha 1	II
Příloha 2.....	III
Příloha 3.....	IV
Příloha 4.....	V
Příloha 5.....	VI
Příloha 6.....	VII
Příloha 7.....	VIII
Příloha 8.....	IX

Příloha 9.....	XI
Příloha 10.....	XXVIII
Příloha 11.....	XXIX
Příloha 12.....	XXX
Příloha 13.....	XXXI
Příloha 14.....	XXXI
Příloha 15.....	XXXII
Příloha 16.....	XXXIII
Příloha 17.....	XXXIV

ÚVOD

Jak jsem se dostala k tématu

Od dětství už bylo patrné, že v budoucnu budu směřovat k učitelské profesi. Hrála jsem si na paní učitelku, měla jsem svou třídu plnou plyšáků a učila jsem je všemu možnému, co jsem uměla. V průběhu života jsem k tomuto povolání, až na pár jiných představ, směřovala. Kromě toho, moje maminka je také učitelkou a mám v ní svůj vzor. Právě ona mě poprvé k metodě pana profesora Hejného. Své studium jsem začala na Pedagogické fakultě univerzity Hradec Králové, kde jsem se s touto metodou prakticky nesetkala. Metoda výuky matematiky podle pana profesora Hejného mě natolik zaujala, že jsem se rozhodla přestoupit na Karlovu univerzitu v Praze, na pedagogickou fakultu. Už první ročník studia mě přesvědčil o správnosti přestupu a zároveň o mém zaměření pro diplomovou práci.

V průběhu studia jsem si na vlastní kůži vyzkoušela, jaké to je, vzdělávat se na základě vlastních myšlenek a nápadů, dokonce i díky nápadům spolužáků. To vše bylo vždy přínosem pro můj odborný růst a také zdrojem dalších společných diskusí.

Když jsem hledala konkrétní téma své diplomové práce, nebyl to lehký úkol. Z vypsané nabídky mě zaujalo téma „vizualizace číselných vztahů“. Zajímalo mě, jak je toto téma vůbec myšleno a jak se dají číselné vztahy vizualizovat.

Při první konzultaci s panem profesorem jsem se dozvěděla, že to přesně odpovídá tomu, co jsem se celé čtyři roky učila.

V počátcích jsme se s vedoucím mé práce dostali k existenci konceptualizace paralelních procesů. To mě zaujalo natolik, že jsme formulovali další experiment, který se později ukázal jako experiment vůdčí.

Metodologie

Ke zkoumání vizualizace byly použity úlohy, které jsem měla od vedoucího práce. Grafické zpracování jsem dělala barevné, aby bylo pro žáky motivující a dobře se v úlohách orientovalo. Všechny úlohy jsem žákům dávala najednou s tím, že byly seřazeny pod sebou tak, aby první úloha byla na vrchu. Úloha tři a čtyři byla na jednom listu. Zadání bylo vždy napsáno u každé úlohy zvlášť. Byly zde linky pro možnost napsání poznámek

dítětem. K dispozici byl čtverečkovaný papír, nůžky, pastelky, pravítko, tužky. Po vykonání experimentu jsem pro další experimentování rozdělila třetí a čtvrtou úlohu na samostatné listy papíru.

Experiment zaměřený na konceptualizaci byl zadáván postupně, tedy každá úloha na samostatném papírku. K dispozici byla stovková tabulka a psací potřeby.

Realizace úloh proběhla v červenci a prosinci roku 2014. Řešení jednotlivých úloh bylo zaznamenáváno na video, které bylo použito k pozdější analýze.

Byla použita metoda atomární analýzy. To znamená, že se jednotlivé detaily, které vidíme v žákovském řešení, analyzují z hlediska, co probíhá v hlavě dítěte, když kreslí, škrta, maže atd.

Výsledkem zkoumání bylo odhalení fenoménů, které hrají roli v poznávacím procesu žáků.

Matematická část – pojmy

Největší společný dělitel

Společný dělitel dvou a více čísel je takové číslo, které dělí každé z těchto čísel. Číslo je zde vnímáno v oboru přirozených čísel.

Největší společný dělitel skupiny čísel je takový společný dělitel takovýchto čísel, který je ze všech společných dělitelů největší. Každý další společný dělitel je jeho dělitelem. (Herman a spol. 2003)

Tvarová pséfofórie

Pséfós = oblázek

Jedná se o čísla po sobě jdoucí, která mají stejný tvar utvoření z oblázků (teček). Pokud z oblázků utvoříme čtverec ze čtyř oblázků, následuje čtverec z devíti oblázků, pak z šestnácti, pětadvaceti, ... Pokud bychom měli číslo trojúhelníkového tvaru, utvořili bychom jej ze tří kamínků, následující z šesti, deseti, patnácti, jednadvaceti, atd. Obdélníková čísla bychom mohli tvořit nejprve ze šesti kamínků (dva krát tři), ale i z osmi (dva krát čtyři), dvanácti, šestnácti, dvaceti, atd. Jejich strany tedy vnímáme jako dvě různá čísla.

V našem případě se jednalo o tvarovou pséfofórii s vynecháním určitých vnitřních kamínků. Tvarová pséfofórie je založena na jisté organizaci, má v sobě geometrický řád. Když tento řád narušíme tím, že odejmeme vnitřní kamínky, vzniká přirozená úloha zase znovu ten tvar obnovit. Práce s takovouto úlohou závisí na uchopení úlohy dítětem. Může se na úlohu dívat jako, že kamínky tam nejsou a musí je rozdělit na jiné tvary. Nebo ví, že chybějící musí dodat. Takovýto žák pracuje s hotovým tvarem a tomu říkáme, že pracuje s komplementem.

(http://eamos.pf.jcu.cz/amos/kat_mat/externi/kat_mat_79168/dm_komplet.pdf)

Izomorfismus

Izomorfismus je zobrazení mezi dvěma matematickými strukturami, které je a zachovává všechny vlastnosti touto strukturou definované. Jinými slovy, každému prvku první struktury odpovídá právě jeden prvek struktury druhé a toto přiřazení zachovává vztahy k ostatním prvkům.

(<http://cs.wikipedia.org/wiki/Izomorfismus>)

1. Konceptualizace paralelních procesů

Slovo procesuální označuje dynamické obsahy vědomí, kdy hraje roli čas. Konceptuální pak znamená statickou složku vědomí, jedná se o nadčasové stavy našeho vědomí.

(Hejný 2014)

Z toho vyplývá, že konceptualizace paralelních procesů znamená propojení obou těchto složek, kdy máme paralelní procesy vedoucí ke konceptualizaci.

Konceptualizace v překladu znamená sémantické vymezování konceptů, tj. hypotetických a teoretických pojmů, kategorií, taktik, strategií, scénářů, námětů a vztahů mezi nimi modelujících a reprezentujících systematicky určitou část světa, věcné oblasti, skutečnosti, jevů. (<http://slovník-cizích-slov.abz.cz/web.php/slovo/konceptualizace>)

V tomto případě byla zvolena řada šesti čísel ke sčítání, kdy se v několika úlohách tato řada vždy opakovala, pouze v různém pořadí. Motivem k tomuto experimentu byl příběh 2.9 z publikace Hejný, M. (2014).

Úloha byla tvořena pro nepříliš matematicky zdatnou žačku třetího ročníku. Zvolila jsem tato čísla: 9,14,6,16,13,8. Výsledek měl být dobře zapamatovatelný, tedy šedesát šest, kdy byl brán ohled na žačku tak, aby se v úloze objevovala čísla jak pod desítku, tak i přes desítku, postupně důmyslně přeházené, převážně všechna čísla dostala pro další úlohu nové místo. Pravděpodobnost odhalení na první pohled byla minimální. Bylo důležité, aby žačka prošla vícenásobným sčítacím procesem, proto byly úlohy zadávány jednotlivě.

Úlohy byly takovéto:

- 1) $8 + 13 + 6 + 14 + 16 + 9 =$
- 2) $13 + 9 + 8 + 6 + 16 + 14 =$
- 3) $16 + 6 + 14 + 8 + 13 + 9 =$
- 4) $9 + 14 + 6 + 16 + 13 + 8 =$
- 5) $6 + 8 + 9 + 14 + 16 + 13 =$

Video I

1.01EX: Anežko, já ti tady dám první příklad a ty se ho pokusíš vypočítat, jo?	<i>Anežka kouká na experimentátora a usmívá se.</i>
--	---

Komentář:

Úsměv Anežky značí uvolněnost, radostné očekávání.

1.02 A: Ehm. Mám si vzít tužku?	<p>[00:08 – 00:11] <i>Anežka kouká na úlohu. Pohled na experimentátora. Experimentátor za kamerou kývne hlavou, rozepíná penál a bere si z něho tužku, a přitom občas koukne po úloze.</i></p> <p>[00:24 – 00:32] – <i>Kouká na úlohu.</i></p> <p>[00:33 -00:36] – <i>Anežka se snaží řešit úlohu, pokyvuje hlavou, zrak je upřený na stovkovou tabulku položenou nad úlohou na lavici, potichu počítá.</i></p>
---------------------------------	---

Komentář:

Zkoumá úlohu, analyzuje ji, v tom jí dojde, že si to bude muset zapsat. Na úlohu se dívá jako na celek. Přemýšlí nad tím, s jakými čísly se setká, zda bude schopná to spočítat z paměti, jestli bude potřebovat stovkovou tabulku, uvažuje nad strategií, kterou bude úlohu řešit.

Její otázka svědčí o nižší autonomii, z nedostatku příležitosti samostatného rozhodování. Ve škole se samostatně v hodinách rozhoduje a samostatně vymýšlí různé způsoby řešení, tudíž toto chování je pravděpodobně z rodinného prostředí.

1.03[00:37]EX: Aninko, jak to počítáš?	00:38 - 00:41 Anežka mlčí, kouká na úlohu.
---	--

Komentář:

Tuto otázku jsem položila z toho důvodu, aby byly patrné myšlenkové pochody. Nebyla jsem si jistá, jestli pochopila, co po ní chci, proto jsem doplnila následující otázku. Je možné, že jsem na ní spěchala, a že by mi to po chvíli řekla, ale zase na druhou stranu třeba nevěděla, čím má začít, v tom případě by jí doplňující otázka pomohla.

1.04[00:41] EX: Co sis nejdřív řekla?	Anežka chvíli přemýšlí.
---------------------------------------	-------------------------

Komentář:

Jelikož ještě než odpověděla, chvíli přemýšlela, není jasné, jestli jí tato otázka pomohla.

1.05 [00:47] A: Že si dám... třináct plus osm. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm je dvacet jedna. Plus šest. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je dvacet sedm. Plus čtrnáct. Raz,	<i>Sebere tabulku ze stolu do levé ruky. Tabulku má přímo před očima, úloha leží na stole, před tabulkou. Na tabulce si najde číslo třináct. Pohled na úlohu. Pohled na stovkovou tabulku, ukazovákem pravé ruky dá na číslo třináct.</i> <i>Ukazovák pravé ruky postupuje po jedné v pravidelném</i>
--	--

<p>dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct je čtyřicet jedna. Plus šestnáct. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, šestnáct je padesát pět. Plus devět je raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět je šedesát čtyři.</p>	<p><i>rytmu.</i></p> <p><i>Palcem si drží číslo dvacet jedna, pohled na úlohu.</i></p> <p><i>Ukáže prstem na číslo šest v úloze</i></p> <p><i>Ukazovák pravé ruky ukazuje na stovkové tabulce.</i></p> <p><i>drží si výsledek ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu.</i></p> <p><i>Pohled na stovkovou tabulku.</i></p> <p><i>Palcem si drží číslo čtyřicet jedna na stovkové tabulce, pohled na úlohu, pohled na tabulku.</i></p> <p><i>Pohled na úlohu, zpět pohled na tabulku. Pohled na úlohu pohled na tabulku. Nejistý pohled na experimentátora s mírným úsměvem.</i></p>
--	---

Komentář:

Zde se uplatňuje krátkodobá paměť, Anežka si pomáhá vnější pamětí. Krátkodobou mentální paměť podpořila tím, když si sjela prstem na číslo šest v úloze. Prst jí pomáhá ukotvit si tento bod lépe v paměti. Automatizuje se proces, vnější paměť mezivýsledek drží, ona ho vyslovit nemusí, avšak ho vysloví jako začátek dalšího počítání, nevysloví ho jako ukončení předcházejícího.

Proč došlo k přeskočení čísel čtrnáct, patnáct? Důvod je automatizace celé činnosti, všech kroků jako je uvědomění si, které číslo budu přičítat, proces přičítání, uvědomění si výsledku, vyslovení výsledku vnější paměť, dochází k iradiaci, opak excitace. Útlum pozornosti, chyba z nepozornosti. Není zde dostatečně automatizována číselná řada.

V průběhu procesu sčítání, jsem na chybu neupozornila, protože jsem si jí nevšimla. Chybu jsem odhalila až na konci, kdy výsledek nekorespondoval s očekáváním. I kdybych si chyby všimla v průběhu, myslím, že by nebylo vhodné ji přerušovat v procesu myšlení.

<p>1.06 [01:38]EX: Zkus to ještě jednou, abys věděla, jestli ses nespletla, že to je opravdu správně, ano?</p>	<p><i>Anežka se dívá na úlohu, z boku je vidět, jak jí koutky postupně padají.</i></p>
--	--

Komentář:

Tuto otázku jsem položila příliš direktivně. Anežka si svou chybu zřejmě uvědomila, protože nepůsobila sebejistým dojmem při oznamování výsledku. Domnívám se, že když se dívala na úlohu, tak přemýšlela, kde se asi mohla splést. Protože jí koutky spadly dolů, Anežku asi zklamalo, že se její očekávání splnilo. I kdyby tušila svou chybu, v koutku duše doufala, že vše udělala správně. Vzhledem k takto položené otázce, nelze poznat, zda znovu počítala úlohu z i vlastního přesvědčení. Po pravdě řečeno, mě zaskočilo, že řekla špatný výsledek. Jelikož jsem si chyby při natáčení nevšimla, chvíli jsem zaváhala, jestli jsem si to já nespočítala špatně.

1.07 A: Ehm.	<i>Pohled na úlohu a na stovkovou tabulku.</i>
--------------	--

Komentář:

Anežka už v průběhu vstupu 1.06 věděla, že někde udělala chybu, tudíž souhlasná odpověď byla pro ni jasná.

1.08 [01:48] A: Třináct plus osm. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm je dvacet jedna. Plus šest. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je dvacet sedm. Plus čtrnáct. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct je čtyřicet jedna. Plus šestnáct raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct, patnáct, šestnáct je. Ukazovák pravé ruky drží číslo padesát sedm. Plus devět. Raz, dva, tři, čtyři pět,	<i>Nejprve si podrží číslo třináct ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu a vysloví třináct. Pohled na tabulku. Podrží si palcem levé ruky číslo dvacet jedna, pohled na úlohu. Pohled na tabulku.</i> <i>Pohled na úlohu.</i> <i>Pohled na tabulku, pohled na úlohu, palec levé ruky drží číslo, pravá ruka jde stranou. Pohled na tabulku. Pravá ruka se přibližuje opět k tabulce a začíná počítat.</i> <i>Pohled na úlohu. Pohled na tabulku.</i> <i>Pohled na experimentátora s úsměvem. Pokládá</i>
---	---

šest, sedm, osm, devět je šedesát šest.	<i>tabulku, stále si drží ukazovák pravé ruky na čísle šedesát šest, jakmile tabulku položí, tak vymění pravý ukazovák za ukazovák levé ruky.</i>
---	---

Komentář:

Zde dochází ke zrychlení počítání a lepší synchronizace pohledu, počítání a ukazování. V místě, kde se v předchozím počítání spletla, se více soustředila, pravděpodobně si uvědomovala, že právě zde udělala nejspíše chybu. Podle jejího pohledu se dá usoudit, že si teď byla výsledkem mnohem jistější.

1.09EX: Vyšlo nám to jinak než předtím?	<i>Pohled na experimentátora opět s úsměvem. Podává mi vyřešenou úlohu.</i>
1.10A: Jo.	
1.11EX: Byl to těžký příklad?	
1.12A: Ne!	

Komentář:

Možná jsem měla ještě dodat otázku, který výsledek je tedy ten správný. Bylo by zajímavé dozvědět se, jestli by to znovu počítala, nebo jestli by mi řekla, že ví, kde předtím udělala chybu a že se na to místo zaměřila a proto si je jistá tím druhým výsledkem. Další možnost je, že v druhém případě chybu udělat nemohla, protože se více soustředila a je si svým tvrzením stoprocentně jistá.

Mojí chybou bylo nepřímé i přímé potvrzování chyby či správnosti. Právě na rozhodnutí, který výsledek je tedy správně, stojí hlubší porozumění úloze a odhalování chyb, ke kterým dochází. Tím, že by chybu odhalila sama, pravděpodobně příště by se stejné chyby nedopustila.

Překvapila mě její odpověď na otázku 1.11. Pro mě, jako pro žáka by byla tato úloha těžká, jestliže bych k tomu potřebovala nějakou pomůcku. Ona stovkovou tabulku bere jako samozřejmost a její přítomnost nebere jako obtížnost řešení úlohy. Na druhou stranu je schopna reálně odhadnout své schopnosti (potřeba stovkové tabulky), proto pro ni třeba byla úloha jednoduchá, protože snadno odhadla způsob řešení.

1.13EX: Tak já ti dám další příklad. Tento si nech u sebe. Tady máš druhý příklad.	<i>[2:57 – 3:08] Dívá se na úlohu, bere si stovkovou tabulku, prohlíží si úlohu, chce začít počítat, ale nejprve odloží tužku.</i>
--	--

Komentář:

Proč úlohu po zapsání výsledku chtěla odevzdat experimentátorovi? Jedním důvodem by mohl být pocit, že by jí úloha překážela. Dalším je, že tuto úlohu počítala pro experimentátora, což je na jednu stranu pravda. Ovšem Anežka vůbec nepočítala s možností ohlédnutí se zpět. V úvodu bylo naznačeno, že úloh bude víc, takže si nemohla myslet, že tímto by úkol končil.

Tužku až do této doby držela v ruce, důvod proč jí odložila, byl ten, že si uvědomila, že jí nepotřebuje. K zachycení „mezivýsledku“ jí stačily prsty.

1.14 [3:08]A: Třináct plus devět raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět je dvacet dva plus osm raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm je třicet plus šest je raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je třicet šest plus šestnáct raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čt.	<i>Položí ukazováček pravé ruky na číslo třináct, pohled na úlohu. Ukazováčkem pravé ruky si ukazuje čísla na stovkové tabulce. Položí palec levé ruky na číslo dvacet dva, pohled na úlohu. Ukazováčkem pravé ruky si ukazuje čísla na stovkové tabulce. Položí palec pravé ruky a číslo třicet, pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Číslo drží ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu, pohled na tabulku. Ukazuje si ukazováčkem pravé ruky, zastaví se.</i>
---	--

Komentář:

Proč se zde zastavila? Jedna možnost by byla, že zapoměla, které číslo řekla naposled. Občas se to stává, že člověk něco říká automaticky a pak najednou neví kde je. Zde jsem si po opakovaném zkoumání všimla, že v předchozí úloze měla stejný problém. Přeskočila

čísla čtrnáct a patnáct. Tady sice číslo nepřeskočila úplně, ale nebyla si jistá, což naznačuje problém s ukotvením těchto čísel v číselné řadě a s představou o ní.

1.15[03:42] EX: Čtrnáct.	<i>Anežka si ukáže na číslo 50.</i>
--------------------------	-------------------------------------

Komentář:

Dořekla jsem toto číslo, protože jsem jí chtěla pomoci, myslela jsem si, že v zápalu zapoměla, kde skončila.

1.16 [03:43] A: Patnáct, šestnáct je padesát jedna plus čtrnáct raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct je šedesát pět.	<i>Zde si také ukáže na číslo 50. Číslo si drží jak palcem levé ruky, tak ukazovákem ruky pravé, pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Ukazuje si ukazováčkem pravé ruky. Drží si výsledek a pohled na úlohu. Pohled na mě.</i>
---	--

Komentář:

Zde nastala chyba u toho, když se zasekla. Ukazovák pravé ruky ukázal dvakrát na stejné místo, pravděpodobně to způsobil můj zásah, nejspíš si myslela, že jsem jí řekla předchozí číslo. Anežka sice znejistěla, ale měla jsem počkat, až jak se s tím vypořádá sama a neskákat jí do řeči. Chyba vychází z toho, že nemá pevně zafixovanou číselnou řadu, stejně jako u předchozí úlohy.

U říkání výsledku se pohledem na úlohu ujistila, zda na nic nezapoměla a teprve pak vyslovila konečný výsledek. Z pohledu se dalo vyčíst, že si říkaným výsledkem není příliš jistá. V koutku úst jsem zahlédla pokus o úsměv, který poukazuje na nejistotu.

1.17[04:00] EX: Radši si to ještě jednou zkontrolujeme?

Komentář:

Tuto otázku jsem položila v podstatě řečnický. Nedala jsem jí možnost se k tomu jakkoliv vyjádřit. Možná by byla lepší otázka: Jak moc jsi si jistá správností výsledku? I kdyby z hlasu vycítila, že si výsledek není správný, byla by zde možnost otevřené odpovědi.

<p>1.18 [04:03] A: Dobře. Můžeme si to zlehčit. Dáme si třináct plus devět. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět je dvacet dva plus č, čtyři, raz, dva, tři, čtyři je dvacet šest plus dalších čtyři raz, dva, tři, čtyři je třicet a a tři raz, dva, tři plus dalších tři raz, dva, tři je třicet šest a jak máme šestnáct tak si dáme těch deset a je to čtyřicet šest plus šest raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je padesát dva plus deset je šedesát dva plus čtyři raz, dva, tři, čtyři je šedesát šest.</p>	<p><i>Pohled na úlohu a pak na tabulku.</i></p> <p><i>Upřeně se dívá na tabulku. Ukazovák pravé ruky drží číslo třináct, pohled na úlohu. Mrkne na úlohu a zpět na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Ukazovákem pravé ruky si drží číslo, pohled na úlohu. Pohled na tabulku a zpět na úlohu. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Drží si číslo ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Pohled na úlohu. Pohled na tabulku a zpět na úlohu.</i></p> <p><i>[4:33-4:37] – Pohledem těká po tabulce z řádku na řádek. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Drží si výsledek ukazovákem pravé ruky, nevysloví ho, pohled na úlohu a zpět na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Pohled na úlohu.</i></p> <p><i>Ztěžka polkne, dívá se na tabulku.</i></p> <p><i>Posune ukazovák pravé ruky o řádek níž.</i></p> <p><i>Pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Krátký pohled na úlohu a zpět na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Drží si pravým ukazovákem výsledek, pohled na mě.</i></p>
---	---

Komentář:

Když souhlasila, že si to ještě zkontroluje, bylo na ní patrné jakési očekávání toho, že bude muset úlohu kontrolovat, tabulku nepustila celou dobu z ruky.

Potřeba zjednodušit si úlohu vychází z neustálého opakování sčítacího procesu, nejprve si dělí čísla na půlku, jelikož nižší čísla jsou pro ni mnohem lépe uchopitelné. Výrazné „ulehčení“ přijde až s přičítáním čísla přesahující desítku, kdy se urychlí a zároveň i zpřesní výpočet. Zajímavé je, že zde už zbytek, který zůstane po desítce, nerozkládá, nedochází zde tedy ke dvojímu dělení.

Zde by byla zajímavá otázka, jak přišla na takovéto zlehčení a v čem spočívá. Na druhou stranu by se Anežka mohla zablokovat a nadále počítat po jedné.

1.19EX: Vyšel nám jiný výsledek než první?	<i>Anežka se usměje. Zapiše výsledek</i>
1.20A: Jo.	<i>k úloze. Dá úlohu stranou pod</i>
1.21[5:20]EX:Dáme třetí příklad.	<i>předchozí vyřešenou úlohu</i>

Komentář:

Opět uzavřená otázka. Anežka nedostala žádný podnět k jakémukoliv zkoumání, či přemýšlení o úloze, o způsobu řešení, o příčině chyby a poučení z ní.

<p>1.22 A: Máme šestnáct plus tři raz, dva, tři plus dalších tři. Raz, dva, tři je dvacet dva, plus deset je třicet dva plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyř je třicet šest, plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyři je čtyřicet plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyři je čtyřicet čtyři plus deset je padesát plus tři raz, dva, tři je padesát sedm plus devět. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět je taky</p>	<p><i>Zatímco si bere tabulku do ruky, pohledem zkoumá úlohu, položí tužku, kterou držela v ruce, pohled na tabulku, ukazovákem pravé ruky si drží číslo šestnáct, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazovákem pravé ruky si ukazuje postup. Pravý ukazovák drží mezivýsledek, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, posune ukazovák pravé ruky o řádek níž, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Drží si číslo ukazovákem pravé ruky. Pohled na úlohu, pohled na tabulku, pohled na úlohu, pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Drží si mezivýsledek ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazuje si ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu, pohled na tabulku. Sjede ukazovákem o řádek níž. Ukazuje si ukazovákem pravé</i></p>
--	--

šedesát šest.	<i>ruky, pohled na úlohu a zpět. Drží si výsledek ukazovákem pravé ruky. Pohled na experimentátora s úsměvem.</i>
---------------	---

Komentář:

Důvod, proč si nepodržela palcem levé ruky výsledek šestnáct plus tři plus tři (dvacet dva), i když toto číslo měla blíže je ten, že pravá ruka dělá proces, ale levá pouze drží, a jelikož zde nepotřebovala setrvávat, bylo pro ni přirozené proces příliš nezastavovat.

U této úlohy si svým počítáním byla mnohem jistější, výsledek neříkala s obavou v očích, ale s úsměvem. Slovo TAKY je zde velice důležité. U této úlohy si uvědomila, že jí doposud vycházely stejné výsledky. Proto jsem zvolila i následující zopakování výsledku a položení tzv. řečnické otázky. Zkoumám tím, jestli už ne něco nepřišla. Ale ukazuje se, že zatím ne.

1.23EX: Taky šedesát šest. Je to zajímavé vid'?	<i>Anežka si zapisuje výsledek. Kývne hlavou, že ano. Podám jí další úlohu.</i>
---	---

Komentář:

Na uzavřenou otázku, kývnutí hlavy. Samozřejmě další doptávání by zde bylo možné, ovšem poznání by, podle mého názoru, nebylo samostatné ale řízené. Ani ji samotnou otázka nijak neznepokojila a šlo se dál.

1.24 A: Devět plus deset je devatenáct plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyři je dvacet tři plus tři raz, dva, tři je dvacet šest plus tři raz, dva, tři je dvacet devět plus deset je třicet devět plus šest	<i>Levou rukou si bere tabulku do ruky, podá jí do pravé ruky, ve které drží tužku. Levou rukou posune úlohu tak, aby na ni lépe viděla. [6:40 – 6:44] Dívá se na úlohu. Krouží prstem po tabulce, než najde číslo devět. Pohled na úlohu, sjede ukazovákem pravé ruky o řádek níž. Pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazuje si ukazovákem. Výsledek si drží ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu. Pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem, pohled na úlohu, pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem postup na tabulce, číslo si drží ukazovákem pravé</i>
---	---

<p>raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je čtyřicet pět plus osm. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm je padesát tři.</p>	<p><i>ruky, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, posune ukazovák o řádek níž, pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazuje si ukazovákem, drží si číslo ukazovákem pravé ruky, pohled na úlohu.</i></p> <p><i>[7:21 – 7:25] – Pohled na úlohu, trochu těká očima z úlohy na tabulku. Pohled na tabulku. Ukazuje si ukazovákem. Ukazovákem si drží výsledek na tabulce, pohled na experimentátora.</i></p>
---	---

<p>1.25EX: to jsou všechna čísla? 1.26A: Jo. 1.27EX: Tak, ještě jednou to zkusíme.</p>	<p><i>Anežka se podívá na úlohu.</i></p> <p><i>[7:36 - 7:43] – Dívá se na úlohu.</i></p> <p><i>Experimentátor se přes kameru podívá na úlohu.</i></p>
--	---

Komentář:

Očekávala opět výsledek šedesát šest, pravděpodobně přemýšlela, kde mohla nastat chyba.

Mě samotnou to zaskočilo, jelikož jsem se při natáčení neuměla soustředit na všechny věci, nevěděla jsem, které číslo přeskočila. Pro jistotu jsem se musela přesvědčit, zda všechna čísla souhlasí.

Tím, že jsem s takovouto situací nepočítala, jsem položila uzavřenou otázku a nedala jsem jí možnost se samostatně projevit.

<p>1.28 A: Tak jo. Devět plus deset je devatenáct plus čtyři raz, dva, tři, čtyři je dvacet tři plus šest. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je dvacet devět plus deset je třicet devět plus šest raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je</p>	<p><i>Položí ukazovák na číslo devět. Pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazovák sjede o řádek níž. Pohled na úlohu, pohled na tabulku, ukazovákem si ukazuje postup. Pohled na úlohu, pohled na tabulku, ukazuje si postup ukazovákem pravé ruky. Pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazovák sjede o řádek níž. Pohled na úlohu, pohled na tabulku, postup si ukazuje ukazovákem pravé ruky.</i></p>
--	---

čtyřicet pět plus deset je padesát plus tři. Raz, dva, tři je padesát osm plus osm. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm je šedesát šest.	<i>Pohled na úlohu. Pohled na tabulku, ukazováček sjede o řádek níž. Pohled na tabulku, pohled na úlohu a zpět na tabulku. Ukazováček pravé ruky postupuje po číslech. Odloží tabulku a zapisuje výsledek.</i>
---	--

Komentář:

U této úlohy byl proces sčítání rychlejší, nerozdělovala si čísla, která byla menší jak deset. UVědomila si, že tím si práci neulehčuje, ale rozdělování čísel přesahujících desítku zachovala, jelikož to jí práci usnadňuje a zrychluje. Na konci počítání si byla výsledkem na tolik jistá, že už se ani nepodívala na experimentátora s očekáváním odsouhlasení výsledku. Právě v tuto chvíli si byla jistá tím, že všechny úlohy mají vyjít šedesát šest.

1.29EX: Napadlo tě něco? 1.30 A: Že se ty příklady mají furt výsledky šedesát šest.	<i>Anežka tak pozoruje úlohy a pak na mě s mírným úsměvem pokukuje.</i>
--	---

Komentář:

Zde by se dalo, podle začátku odpovědi, doplnit: Že se ty příklady opakují. Možná to původně říct chtěla, ale v průběhu vyslovování znejistěla, proto řekla výsledky šedesát šest, protože to bylo stoprocentně jasné.

1.31EX: Hm. A čím to může být? 1.32EX: Tak já ti zkusím dát ještě jeden ano?	<i>[8:55 – 9:01] – Anežka se dívá na předchozí úlohy. V obou rukách drží stovkovou tabulku, v pravé navíc ještě tužku.</i>
---	--

Komentář:

V tu chvíli jsem si myslela, že vůbec neví, jak by na to přišla. Ovšem na videu je vidět, že kouká na předchozí úlohy, tudíž byla v procesu myšlení. Já jsem jí tento proces přerušila.

<p>1.33 [09:05] A: Ehm. Šest plus čtyři raz, dva, tři, čtyři je deset plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyři je čtrnáct. Plus devět raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět je dvacet tři. Plus deset je třicet tři plus čtyři. Raz, dva, tři, čtyři je třicet sedm plus deset je čtyřicet sedm plus šest. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest je padesát tři plus deset je šedesát tři plus tři. Raz, dva, tři je šedesát šest.</p>	<p><i>Bere si úlohu a dívá se na předchozí úlohy, pak se koukne na novou úlohu, na tabulku, položí tužku, dá ukazováček pravé ruky na číslo šest. Pohled na úlohu a zpět na tabulku. Ukazovák pravé ruky posouvá po tabulce. Ukazovák má položený na čísle deset, pohled dolu na úlohu a pět na tabulku. Ukazuje si ukazovákem pravé ruky. Ukazováček zůstává na mezivýsledku, pohled na úlohu. Pohled na úlohu a zpět. Ukazovákem postupuje po tabulce. Pohled na úlohu, pohled na tabulku, pohled na úlohu, pohled na tabulku, pohled na úlohu, pohled na tabulku.</i></p> <p><i>Ukazovákem si ukazuje postup.</i></p> <p><i>Pohled na úlohu, pohled na tabulku, pohled na úlohu a zpět, pohled na úlohu a zpět. Pohled na experimentátora, úsměv. Bere si tužku a zapisuje výsledek. Pak se podívá na všechny úlohy, které má vyskládané pod sebou napravo od sebe.</i></p>
--	--

Komentář:

Zde byl sčítací proces úplně nejrychlejší a velice synchronizovaný. Byla si mnohem jistější. A hlavně už pro ni nebyl důležitý výsledek, protože ten již předpokládala, ale mnohem více se zaměřovala na souvislosti všech zadaných úloh. Je dost pravděpodobné, že by na tento vztah přišla už v úloze číslo čtyři, kdybych jí tam dala více času si jednotlivé úlohy prohlédnout, zanalyzovat a porovnat, mohla na stejnost úloh přijít již dříve. Možná již u úlohy číslo tři, kdy si poprvé všimla, že jí vychází pořád stejný výsledek. Zde by ovšem proces porovnávání byl pravděpodobně mnohem delší.

1.34EX: Napadlo tě k tomu něco?	9:10 – 9:20 Anežka se kouká na všechny úlohy.
---------------------------------	---

1.35A: Že to jsou tady ty příklady, že to jsou stejné čísla akorát jinde daný.	<i>Ukazuje ukazovákem pravé ruky na jednotlivé úlohy, pohled na experimentátora.</i>
--	--

1.36EX: Takže jsou to. 1.37 A: Úplně stejné příklady.
--

Video II

2.01EX: Anežko, řekla bys mi, jestli tě to bavilo? 2.02A: Bavilo. 2.03EX: Kdy ti začalo být divné, že se opakuje šedesát šest na konci. Ten výsledek, že je šedesát šest. Bylo ti to divné? 2.04A: 2.05EX: Ano? 2.06A: Ano. 2.07EX: A kdy sis toho poprvé všimla, že se to opakuje. 2.08A: Když jsem udělala čtyři příklady. A pak jsem udělala ještě ten poslední. A teď jsem si toho všimla.	Kývne hlavou.
--	---------------

Komentář:

U sebehodnocení si Anežka neuvědomila, že stejného výsledku si všimla už u úlohy číslo tři. U čtvrté úlohy se již zabývala strukturou úloh, ve které se utvrdila u páté úlohy. Bylo to dáno důležitostí důkazu o stejném obsahu úlohy, než výsledek, který byl na první pohled patrný.

To, že ji to bavilo, bylo dáno tím, že celou dobu pracovala, přemýšlela. Sama dokázala vymyslet zjednodušení sčítacího procesu a navíc objevila podstatu jednotlivých úloh.

Hodnocení Anežky:

Anežka celou dobu pracovala se zaujetím. Nenechala se odradit drobnými chybami, na které si bohužel nemohla přijít sama. Neustálým opakováním sčítacího procesu se během

krátké chvíle posunula o velký krok. Nejenže chybovost číselné řady byla menší, ale opakování jí pomohlo v orientaci v číslech, kdy dokázala odhalit vazbu mezi nimi.

Tato dívka, nepatří mezi rychlé, bystré žáky, ale to neznamená, že je to špatně. Dokáže se do problému zahloubat a poprat se s ním. Veliké její plus je, že se nevzdává a bojuje. Není důležité, jak rychle dané úlohy spočítá. Důležité je vytrvat, nevzdat se a poučovat se ze svých chyb.

Sebehodnocení experimentátora:

Při vytváření úloh, jsem věděla, pro koho je tvořím. Čísla jsem nakombinovala tak, aby se v přiměřeném poměru střídala čísla do desítky a přes desítku. Dalším kritériem bylo, aby na první pohled nebyla stejnost příkladů viditelná, tzn. všechna čísla se přemístila.

Zpětně hodnotím individuální přístup jako velmi slabý. Pravdou je, že jsem Anežku znala, věděla jsem o jejích potížích s matematikou, ale konkrétně jsem si to na tento typ úloh neuměla představit, tudíž ani přizpůsobit.

S odstupem času si uvědomuji, že jsem dělala tyto úlohy podle sebe, jak já bych na to asi přišla, proto docházelo k různému ztížení. Také jsem si měla uvědomit, že šest čísel na sčítání je příliš mnoho. Úlohy měly obsahovat méně čísel, například čtyři.

Moje chování v průběhu natáčení nebylo pro Anežku podporující, nýbrž direktivní. Dávala jsem převážně příkazy, pokládala jsem uzavřené otázky. Nedávala jsem jí dostatek času na vlastní myšlenky a názor. Věděla jsem, kam ji chci nasměrovat. Snad i proto mě vždy zaskočila jakákoliv chyba, kterou Anežka udělala. Jednoduše jsem s chybou nepočítala, tudíž se ani nepřipravila na práci s ní.

Pro další mou aktivitu nejen v oblasti výzkumné ale učitelské by bylo vhodné se lépe vcítit do žáků, pokládat otevřené otázky a nechávat dostatek času a prostoru pro žákovy myšlenky.

Jak bych pracovala s takovým žákem?

Takovémuto žákovi je za potřebí dodat odvalu, podporovat jej, chválit za každé i drobné posunutí. Dát mu příležitost, aby byl úspěšný. V podobných situacích jako byla tato, je vidět potřeba neustálého opakování stejných, či podobných situací, vedoucích k samostatnému objevování. Kdyby Anežka neustále nemusela nahlas říkat jednotlivé

řady, jak jsou po sobě a stále se vracet z důvodu chybovosti, asi by jí nenapadlo si ulehčit práci. Byla to její vnitřní potřeba, tudíž použitelná pro její další rozvoj.

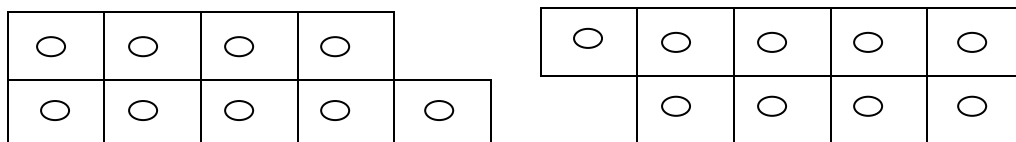
2. Vizualizace číselných vztahů

Vizualizace je zobrazování skutečnosti, která se navenek projevuje jako výsledek vnímatelný zrakem. Úzce souvisí s názorností. (<http://cs.wikipedia.org/wiki/Vizualizace>)

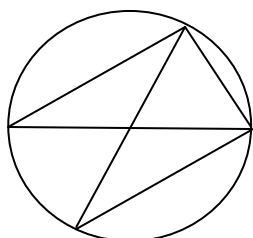
V našem případě nás bude zajímat zobrazování a vnímání čísel a jejich vzájemných vztahů. Jedná se nám o to, jak dítě dokáže vnímat počet, jenž není zobrazen přímo čísly. Vztahy se pak projevují mezi izolovanými modely, podle kterých lze dojít ke generickému modelu. Generický model vnímáme tak, jak je popsán publikací Hejný (2014)

Příklad vizualizace číselných vztahů:

Důkaz, že součet dvou lichých čísel je číslo sudé. Máme zadané dva tvary, které jsou neúplnými obdélníky. Jestliže tyto dva tvary do sebe doplníme, stane se z nich jeden obdélník úplný, tedy sudé číslo.



Když mám kružnici a v ní trojúhelník, víme, že je pravoúhlý, tzv. Thaletova věta. Způsob, kterým se tato věta dokazuje, vede přes vizualizování, kdy pracujeme se dvěma trojúhelníky doplněnými na obdélník. Tím, že se zadanému tvaru něco dodělá, stává se věc jasnou.



2.1. Video I

1.01 **K** : (podepisuje se)

2.1.1. ÚLOHA I

(Viz příloha 1.)

1.02 [0:17] EX :Tak Katko, když se podíváš na tu první úlohu a přečteš si tam to zadání, to tady.	<i>Ukazuji na úlohu prstem</i>
--	--------------------------------

1.03 [00:27] K : Jaký, jaký teček, jakých teček je nejvíce a kterých nejméně, proč?	<i>Než dočte, podívá se na objekty.</i>
--	---

Komentář:

Pohledem analyzuje úlohu. Zkoumá, jaké tečky se v úloze objevují, jak jsou seskupovány. Zda je bude potřebovat počítat, nebo jestli jí stačí porovnání počtu pohledem.

Tak, Já tomu rozumím tak, že jak tady vidíme takhle ty, ty tři úlohy, takže tam máme takové políčka. Tak jak se tady na ty dva koukneme, tak já tady vidím, že oba dva jsou stejně velký, takže v každém musí být stejně teček, ale tady je zase, že čtyři chybí a tady zase tři chybí, takže tím pádem v tam těch kde jsou, tady v tom, tady v tým, kde jsou modré tečky, takže tam musí být o jednu tečku méně a tady zase o jednu tečku víc, protože tady chybí a tady zase chybí čtyři a tych, a tady jsou zase	<i>Ukazuje si prostředníčkem levé ruky na objekt s modrými tečkami. Přeskakuje prstem na všechny tři objekty. Prstem levé ruky obkrouží objekt s modrými tečkami. Ukazuje palcem a prostředníčkem levé ruky. Ukazuje si ukazováčkem levé ruky, ukazovák a palec levé ruky.</i> <i>Zdvihne vztyčený ukazováček levé ruky, pak ukáže na objekt s modrými tečkami a obkrouží ho, prst se zastaví. Ukazovák zdvihne.</i> <i>Ukazovákem levé ruky ukáže na objekt se zelenými tečkami. Ukazuje na zelené tečky palcem jenom tři ukazovákem a prostředníčkem spojených do zobáčku. Palec a prostředníček je spojen, ukazováček ukazuje na prázdná políčka v objektu</i>
---	---

<p>ty čtyři, je o tu jednu víc jich chybí, protože čtyři víc o jednu než tři.</p> <p>chybí čtyři a tych, a tady jsou zase ty je o tu jednu víc jich chybí, A tady máme zase tohle.</p> <p>Tak tady to, to je taky, takže tady je to, tady s tím si jako úplně stejně tady ty dva nejsou stejně veliký²⁾, takže si je spočítám kolik jich je tady a v tamtom sloupci Tady jich je šest a tady jich je jenom pět A tady jich je zase sedm a tady jich je taky sedm. Takže tady v tom je o jednu tečku víc, takže a potom máme zase tady. Takže když je tady o tu jednu tečku víc a chybí, tím pádem tím pádem tady v tom tři a tady žádná nechybí a zase tady taky žádná nechybí a tady to je to samý tady taky chybí, takže tím pádem počkat dva čtyři jo vlastně tady jdou dvě, takže čtyři chybí, tady čtyři chybí, tady taky čtyři chybí, a tady jen tři, tím pádem nejvíc jich chybí tadych v těch dvou a nejmíň tady v tom ale jenom o jednu.</p>	<p><i>s modrými tečkami. Prostředník a palec ukazují společně na prázdná políčka. Ukazováček levé ruky ukáže směrem od Katky, dopředu, pohled do zdi. Ukazuje si na prstech, vezme list s úlohami do obou rukou.</i></p> <p><i>Těká očima po papíře, prsty levé ruky ukazují na objekty. Ukazovák levé ruky z papíru na krk</i></p> <p><i>Ukazovák a palec ukazují na papíru modré</i></p> <p><i>Tečky, ukazuje si palcem levé ruky na řádky a sloupce tvarů.</i></p> <p><i>Počítá jednotlivé tečky palcem levé ruky. Jednotlivé tečky v sloupci počítá levým ukazovákem. Ukazuje levým palcem a opakuje, na co přišla. Přeskakuje prstem z modrých teček na žluté. Drží levou rukou žlutou tečku v prvním řádku, přidává se pravá ruka, ve které celou dobu držela pero.</i></p> <p><i>Perem si ukáže na sloupec. Levou rukou si podepře hlavu.</i></p> <p><i>Pravá ruka s perem ukazuje. Přidává se levá.</i></p> <p><i>Za „počkat“ je chvilku pauza. Levý palec ukazuje na zelené tečky (pod rukou), levý ukazovák na žluté tečky. S palcem utvoří zobáček. Přidává se pravá ruka s perem. Palcem pohladí čtyři chybějící u žlutých teček. Levou ruku otočí a zase ji dá zpět a ukazuje na Tvary s modrými a žlutými tečkami.</i></p>
--	--

Komentář:

Katka pozorovala úlohu jako celek, takže si hned všimla, že jsou tam dva tvary stejné velké. Proto pro ni nebylo těžké určit, kde je teček více a kde méně. Nebyl pro ni důležitý

počet teček, ale chybějící políčka, podle kterých u objektu s modrými a zelenými tečkami snadno určila, kde jich je více.

U odlišného tvaru si po podrobnějším zkoumání všimla, že ho lze doplnit ve stejný tvar se stejným počtem chybějících teček.

Zajímavý moment se odehrává, když se Katka na chvilku podívá do zdi, představuje si počet chybějících v hlavě a nedívá se na úlohu.

1.04 [03:13] EX: A kde těch teček bude tedy nejvíc, když tam... ty říkáš, kolik jich chybí nejvíc a já chci vědět kolik jich je nejvíc těch teček, kde jich je nejvíc.

Komentář:

Tato otázka je položena z důvodu odpovědi na zadanou otázku a také, zda Katka dokáže říci odpověď obráceně. Ukáže se, jak do hloubky rozumí tomu, co teď říká.

1.05 [03:25] K: Takže těch teček je nejvíc v tom, kde jsou ty zelené tečky, protože tam chybí jenom ty tři, kdežto v těch dvou chybí ty čtyři.	<i>Pravým ukazovákem ukáže na tvar se zelenými tečkami, přidá pravý ukazovák. Pohled na experimentátora. Doplnuje ukazováním na jednotlivé tvary.</i>
---	---

Komentář:

Tato odpověď byla směřována experimentátorovi, jako vysvětlení. Do této chvíle Katka při mluvení koukala převážně na úlohu. Pro ni tato odpověď byla pouhým zopakováním, nemusela nic nového vymýšlet.

1.05 [03:38] EX: Hm. Dobře. No a dokázaly bychom spočítat kolik je tam teda těch teček?
--

Komentář:

Po opakovaném zhlédnutí jsem si myslela, že jsem ji zbytečně nutila spočítat tečky, ona přece otázku zodpověděla. Dokázala odpovědět na otázku bez počítání. Po konzultaci s panem profesorem Hejným jsem se dozvěděla, že má reakce byla správná, protože bylo zajímavé, jakým způsobem Katka tečky počítala.

1.06 [03:45] K: Dohromady?	<i>Pohled na úlohu a pak na experimentátora.</i>
-----------------------------------	--

Komentář:

Tato otázka vycházela z nepochopení otázky, kterou jsem jí dala. Bylo by ovšem zajímavé, kdyby je měla počítat dohromady. Pravděpodobně by to počítala úplně stejně. Navíc by je pouze sečetla dohromady.

1.07 [03:47] EX: No v každém tom tvaru tam. Takže kolik je modrých, kolik je zelených, žlutých.	<i>Kývne hlavou. Pohled na úlohu.</i>
--	---------------------------------------

Komentář:

Druhá věta už možná byla zbytečná. Jakmile Katka otočila hlavu na úlohu, věděla, co bude dělat. Ovšem druhá věta minimalizovala možnost neúplného pochopení.

1.08 [03:54] K: Takže tady jsme říkali, že jich je sedm a tady jich je taky sedm a sedm plus sedm je čtrnáct a čtrnáct plus sedm je dvacet jedna a dvacet jedna plus sedm je dvacet osm a dvacet osm plus tady ty čtyři je třicet dva, třicet dva plus čtyři je tři, je	<i>Papír s úlohou se vezme do levé ruky. Pravým ukazovákem ukazuje na modré tečky. Přejede ukazovákem sloupec modrých teček, pak druhý sloupec. Pohled mimo úlohu. Další sloupec přejede ukazovákem. Opět přejede ukazovákem stejný sloupec a až pak přeskočí na poslední sloupec plný teček. Přejede po půlce posledního sloupce a ukáže na čtyři tečky pod prázdnými políčky. Pohled do zdi a pak řekne výsledek. Znovu přejede přes právě spočítané tečky a posune prst na vedlejší čtyři tečky. Pohled do zdi a</i>
--	---

<p>třicet šest a třicet šest plus tady ty dva je třicet osm. Takže tady jich je třicet osm a kdyby tady byli ještě ty čtyři tak by jich bylo čtyřicet dva, ale tím pádem, že tady chybí, takže jich je třicet osm.</p> <p>A tady v tom, tím pádem, že jich chybí stejně tím pádem jich je taky třicet osm. A tady, že jich chybí o jednu méně, takže musí být zase těch teček o jednu víc, tím pádem jich je tady třicet devět.</p>	<p><i>zpět na úlohu. Levou rukou si ukáže na poslední dvě zbylé tečky. Na prstech pravé ruky je vidět, jak zdvihne palec a trochu pohne ještě ukazovákem a prostředníčkem. Levá ruka je pod stolem, pravou si přejeje pod nosem a podívá se do zdi. Prst dá na tvar s modrými tečkami. Levou rukou ukáže na prázdná políčka. Pohled do zdi. Pohled na úlohu a zase pohled do zdi. Pohled na experimentátora. Chvilku se odmlčí.</i></p> <p><i>Ukazuje ukazovákem a prostředníčkem na tvar se žlutými tečkami a palcem na tvar s modrými tečkami. Pohled na úlohu. Pohled do zdi. Pohled na experimentátora. Malík je opřený o tvar s modrými tečkami, ukazovák a prostředník se žlutými a palec se zelenými. Pohled do zdi.</i></p> <p><i>Pravou rukou gestikuluje, pak jí položí, pohled na úlohu, palcem poklepe na tvar se zelenými tečkami. Pohled na experimentátora. Úsměv.</i></p>
---	---

Komentář:

Tečky sčítala po sloupcích, po sedmi, pak připočetla čtyři a pak dvě, přestože už násobilku znala, její znalost nevyužila. Mohlo by se zdát, že jí nemá příliš zafixovanou jako sčítání, ale v jedné z dalších úloh jí využije. Pravděpodobně pro ni bylo důležité sčítání v tom, že **si** mohla každou tečku „osahat“, což také při každém přičítání dělala a ještě si výsledek znovu upevňovala tím, že opakovaně přejela po posledním sčítaném sloupci. Tento pohyb sloužil jako pomocná vnější paměť.

Využila předchozí zkušenosti, a proto spočítala jen jeden tvar, ostatní už jen odvodila, protože viděla vztahy mezi jednotlivými útvary.

<p>1.09 [05:11] EX: Výborně, šikovná holka. Budeš si to pamatovat, nebo si to napíšeš k tomu, kolik kde je, abychom to věděli.</p>	<p><i>Katka si přejeje levou rukou po krku.</i></p>
---	---

Komentář:

Toto gesto by mohlo naznačovat nejistotu. Snažím se jí navést na zapsání tak, abych jí to nepřikazovala.

1.10 [05:21] K: Tak to tady napíšu. Takže tam napíšu, že jako těch modrých teček jich je 38 a žlutých, a že modrých je třicet osm. Teď... a žlutých třicet osm ... teček... a zelených.... To nějak nepíše. [07:22] EX: To nevadí.	<i>Ukazuje levou rukou na tvar s modrými a žlutými tečkami, v pravé ruce drží pero.</i>
1.11 [07:35] K: Tteček .	<i>Zapisuje si výsledky.</i> <i>Polohlasně povídá, co píše.</i> <i>Odloží pero.</i>

Komentář:

Zprvu to chtěla shrnout a pak si uvědomila, že stačí, když se podívá na tvary těsně před tím, než si to zapíše.

1.12 [07:40] EX: Tak K. bylo to pro tebe tohle jednoduché nebo těžké?	<i>Úsměv.</i>
1.13 [07:44] K: Jednoduchý	

Komentář:

S její odpovědí souhlasím. Úloha jí nedělala žádné problémy. Myšlenkové pochody byly plynulé. Bez obtíží dokázala odpovědět na všechny dodatečné otázky.

2.1.2. ÚLOHA II

(Viz příloha 2, 3, 4.)

1.14 [07:45] EX: Jednoduchý? Tak zkusíme tu další, hnedka na tom dalším papíře. Tak se na to podívej a řekni mi, jak bys tomu rozuměla.	
1.15 [07:54] K: Takže úloha dva:	<i>Levým ukazovákem si ukazuje na zadání, pak na</i>

Které pole může zůstat prázdné? Dvůr hnědý?	<i>hnědý dvůr, zelený. Potichu si čte zadání znova pro sebe. Kouká na úlohu, trošku pokrčí čelo. Prohlíží si úlohu od shora dolu a zase nahoru.</i>
--	---

Komentář:

Katka evidentně nevěděla, co má dělat. Zadání pro ni bylo nejasné, zkoumá, jestli ji to něco nepřipomíná, nebo jestli v obrázcích nenajde nějaký návod.

1.16 [08:13] EX: Tak kolik tam máš těch dvorů?

Komentář:

Tato otázka ji měla navést na to, že má tři dvory.

1.17 [08:18] K: Tady těch dvorů, tak si spočítáme tak, aby to bylo jednodušší, tak si to budu dávat podle těch řádků. Čtyři plus čtyři je osm, osm plus čtyři je dvanáct, a dvanáct plus čtyři je šestnáct, šestnáct plus čtyři je dvacet, takže dvacet čtyři.	<i>Pohladí palcem levé ruky hnědý dvůr. Přejíždí palcem po jednotlivých řádkách. Pohled na pravou ruku, ve které drží pero. Cukne palcem a ukazovákem. Pohled na experimentátora.</i>
---	---

Komentář:

Nedošlo jí, že má tři dvory a počítá políčka hnědého dvoru. Podle mého názoru si při počítání těmi cuknutými prsty pomáhala. Pohled na experimentátora naznačuje, že stále neví, co si s touto úlohou má počít.

1.18 [08:47] EX: Dvacet čtyři a to je polí? Nebo dvorů?	<i>Dívá se na úlohu, na ruku. Pohled na experimentátora.</i>
--	--

Komentář:

Myslela jsem si, že po této otázce zjistí, že dvory jsou jen tři, protože pole je jedno políčko.

1.19 [08:52] K: Dvacet čtyři dvorů.	<i>Pohled na experimentátora.</i>
--	-----------------------------------

Komentář:

Pohled na experimentátora a pomalé říkání ukazuje, že stále neví, co si mám představit pod pojmy dvůr a pole.

1.20 [08:55] EX: Dvorů? Když se na to podíváš, tak dvůr hnědý, tady dvůr hnědý. Víš co je to pole políčko?	<i>Ukazují na dvůr hnědý. Katka ho obkrouží ukazovákem levé ruky.</i>
K: Ehm.	<i>Kývne hlavou.</i>
EX: Myslím takhle, když se na to podíváš, jestli bys mi ukázala co je to jedno políčko.	<i>Podívá se na experimentátora.</i>

Komentář:

Zjistila jsem, že jsme se nepochopily. Navíc její odpověď nezněla moc důvěryhodně. Proto jsem se ještě doptala s tím, že zdrobnělina slova jí pomůže k uvědomění si významu.

1.21 [09:23] K: Jedno políčko to je tady ten jeden čtvereček.	<i>Levým ukazovákem ukazuje na jedno pole v levém horním rohu hnědého dvora. Pohled na experimentátora.</i>
--	---

Komentář:

Zdrobnělina slova jí opravdu pomohla, ale v této úloze si to nedokázala spojit.

1.22 [09:26] EX: Ehm. Takže jak jsi říkala, že dvacet čtyři, tak je to dvorů nebo políček?	<i>Katka palcem levé ruky přejíždí po hnědém dvoru.</i>
---	---

1.23 [09:33] K: Takže to může být dvacet čtyři dvůrů i dvacet čtyři políček.	<i>Dívá se do zdi, koukne se na úlohu a na experimentátora. Pravým prostředníčkem krouží po papíře.</i>
--	---

Komentář:

Nevidí rozdíl mezi pojmem pole a dvůr. Podle pohledu si ani ona není jistá tím, co říká.

Chtěla jsem jí napovědět, ale zase jsem jí to nechtěla říct přímo.

1.24 [09:44] EX: A když máme dvacet čtyři políček, tak nedává nám to ... No nevadí. Tady máme.	<i>Katka se dívá na experimentátora, nesměle se usmívá. Ukazuji na růžek.</i>
--	--

Komentář:

Na Katce bylo vidět, že mi vůbec nerozumí. Uvědomila jsem si, že tudy cesta nevede. Proto jsem upustila od slovíčkaření a snažila jsem se ji navést na řešení úlohy. Možná jsem to měla udělat už dříve. Asi by ani nebylo nic špatného na tom, kdybych jí řekla, co je dvůr, protože pojem políčko znala a nijak by to neovlivnilo další řešení úlohy.

1.25 [09:58] K: Jenom tři.	<i>Hlavu má podepřenou levou rukou, v pravé drží pero. Pohled na úlohu.</i>
-----------------------------------	---

Komentář:

Myslela jsem si, že když ji zaměřím na dolní bílý růžek, tak si uvědomí, že bude pomocí něj vykládat dvory jako parkety.

1.26 [10:00] EX: Tři, ale k tomu už nemáme, že to je dvůr, že jo? Tam to není	<i>Pohled na experimentátora, pohled na úlohu.</i>
--	--

napsané. 1.27 [10:06] K: Ne.	<i>Zakrouťí hlavou.</i>
--	-------------------------

Komentář:

Zde jsem už neočekávala, že bude nějak reagovat, proto jsem následně začala vysvětlovat.

1.28 [10:08] EX: Budeme tomu říkat růžek, protože to je takový roh, a my budeme tím růžkem vykládat ty dvory na jednotlivá políčka. Jo? A mě by zajímalo, když vyložíš ty růžky do těch políček, jestli ti tam zbude nějaké prázdné políčko. Jo? A kdybys potřebovala, tak tady máš, můžeš si s tím dělat, co chceš, pastelky a nůžky.	<i>Katka naslouchá, levá ruka už nepodpírá hlavu, ale je volně položená na rameni. Pohled je na experimentátora a pak na úlohu. Vzdychne si. Poposedne si na židli. Kývne hlavou. Chce něco říct, experimentátor se sice na chvílku zarazí, ale Katka nic neříká, experimentátor mluví dál. Experimentátor Katce podává čtverečkový papír.</i>
---	--

Komentář:

Tady už jsem si jistá, že Katka bude vědět, jak řešit úlohu. Schválně jsem zdůraznila pomůcky, které ležely na stole celou dobu, aby si jich pořádně všimla a věděla, že tam jsou pro ni.

Uvědomuji si, že vysvětlování nebylo příliš jasné. Měla zaznít pouze instrukce o vyplnění dvorů, poznámka o prázdných políčkách byla matoucí.

1.29 [10:50] K: Kdybysme je dali takhle od sebe, tak bysme tady měli dvě prázdné políčka proto, že když takhle budeme mít ten jeden, tak když je dáme takhle od sebe, takže oni	<i>Ukazuje na růžek levou rukou, prsty spojené v zobáček. Následně se prostředník zastaví, a ona krouží s rukou. Vezme si tužku a kreslí na čtverečkový papír. Vykreslí jeden čtvereček, vedle něho prázdný, zase</i>
--	---

budou mít takhle ty dvě mezíčky mezi sebou, takže nám tam zůstaly dvě prázdné ty políčka.	<i>jeden vybarví, prázdný a vybarví. Ukazuje levým palcem a ukazovákem, v pravé ruce drží tužku.</i>
---	--

Komentář:

Katka si úlohu vyložila jinak, než jsem si myslela já. Ale zapamatovala si zadání prázdného políčka.

1.30 [11:20] EX: Hmm... Dobře, ale my když máme k dispozici ten růžek a máme to vykládat tím růžkem.	<i>Katka jezdí tužkou po růžku.</i>
1.31 K: Ehm	
EX: Myslíš, že ho můžeme rozdělit ten růžek?	<i>Kroutí hlavou, že ne. Mezi levý palec a ukazovák si vezme míru růžku a přenesse ji na čtverečkovaný papír. Pohled na experimentátora a zpět.</i>
1.32 [11:34] EX: Nemůžeme, tak vezmeme růžek, jakoby si ho namnožíme a zkusíme vyložit tím ty dvory.	

Komentář:

Vypadalo to, že už jsme se navzájem pochopily. Při přenášení míry využila prsty k lepšímu odhadu velikosti.

1.33 [11:44] K: Takže tady máme takhle ten jeden růžek. A jak bychom takhle z toho udělali ty dvory.	<i>Vezme papír do rukou a dívá se na úlohu. Levá ruka se opře o hlavu.</i>
---	--

Komentář:

Katka přemýšlí, co by s tím mohla dělat. Je zde náznak nepochopení. V tu chvíli jsem si myslela, že jí dělá problém orientace na čtverečkovaném papíře.

1.34 [11:54] EX: Kdybys chtěla, tak si to můžeš kreslit i tady do toho, do těch jednotlivých dvorů. Jak chceš.	<i>Ukazuji na úlohu s dvory. Drží v pravé ruce tužku, přesune se k listu s úlohou, dívá se na čtverečkovaný papír, kam přesune i pravou ruku.</i>
---	---

Komentář:

Nechtěla jsem jí nutit, do jakéhokoliv způsobu řešení, které mě připadalo logické, stejně jako na začátku s pomůckami. Chtěla jsem vše nechat na ní a na jejích nápadech.

1.35 [12:03 – 12:12] K: Ehm...	<i>Pravou rukou drží tužku, kterou znovu vykresluje růžek.</i>
---------------------------------------	--

Komentář:

Kouká po obou listech, vypadá nervózně a je vidět, že neví, co by měla dělat.

1.36 [12:13] K: Protože my ty dvory nemůžeme takhle rozdělit, aby mohly být na jednotlivé dvory, takže to by nešlo, protože my máme jen ten jeden růžek a ten takhle na ty tři nemůžeme rozdělit.	<i>V pravé ruce drží tužku a ukazuje na tři políčka, která nakreslila jednotlivě. Ukazuje nato znovu levou rukou.</i>
--	---

Komentář:

Myslí si, že má k dispozici jeden růžek, který nemůže rozdělit, přestože jsem ji už upozorňovala na možnost namnožení, takže v něm ani nemůže udělat prázdné pole, proto je pro ni úloha v tuto chvíli neřešitelná.

1.37 [12:32] EX: My máme jeden růžek a ten růžek si jakoby namnožíme, klidně si ho můžeme i namnožit a zkusit položit. Dělal	<i>Kouká na experimentátora, na úlohu, zpět na experimentátora. Levou ruku má opřenou o hlavu. Vzdychn</i>
---	--

jste s paní učitelkou parkety?	<i>si.</i>
--------------------------------	------------

Komentář:

Katku to evidentně nebaví. Oči se jí rozzářili až při položení otázky, zda dělali parkety. Nevím, proč mě to nenapadlo dřív, zeptat se na parkety. Mohly jsme si ušetřit čas strávený pro Katku nudou a nervozitou, pro mě přemýšlením jak jí to říct, abych jí toho neprozradila příliš.

1.38 [12:47] K: Ano několikrát.	<i>Katka se usmála. Levý palec si mne v dlani.</i>
1.39 [12:49] EX: No, tak vidíš, tak tady to je růžek z parket a my jich můžeme mít, kolik chceme a my máme tady tento dvůr a do toho máme položit ty růžky jako parkety. Tak zkus, jestli to půjde, nebo jestli nám zbude nějaké volné políčko.	<i>Katka se dívá do zdi. Ukazuji na hnědý dvůr. Katka se dívá na mě a vrtí se na židli. Dívá se na úlohu.</i>

Komentář:

Zde došlo k oboustrannému pochopení a ujasnění si úkolu úlohy. Zároveň se uvolnilo napětí. Instrukce byla nepřesná, Katka měla nejprve vyložit dvůr, teprve jako další instrukce měla zaznít možnost prázdného pole.

1.40 [13:12] K: Takže to zkusím. Takže máme takhle ten jeden, tak a dál bysme potřebovali nějak to udělat, takže takhle by to nešlo, protože potom kdybysme to měli takhle, potom bysme museli mít takhle, ale potom bysme měli zase tohle. To by nevyšlo. Takže ne. Tak to zkusíme takhle, to bysme potom měli zase takovýhle, potom takhle a potom zase takhle. To by šlo, a potom bysme tohle udělali stejně. Takže to by šlo. Takhle. Takže to takhle	<i>Dívá se na úlohu, levá ruka položená, v pravé ruce drží tužku, ruka je opřena o stůl. Levá ruka se opře o čelo. Pravá ruka s tužkou se přesune k úloze a zpět ke čtverečkovanému papíru. Zpět k úloze, naznačuje řešení – obdélník na ležato. Pohled na čtverečkovaný papír a zpět na úlohu. Naznačuje</i>
--	---

<p>zkusíme. Takže takhle, uděláme ten jeden, potom takhle uděláme ten další, potom uděláme zas ten jeden a tady taky ten jeden a tady, že bysme udělali zase to samý, protože my máme tenhle a tady by bylo úplně to samý. Takže tady uděláme ten stejně a máme ten celej, takže to jde.</p>	<p><i>řešení – udělá dva obdélníky na stojato vedle sebe. Přesune se ke čtverečkovanému papíru a levou rukou ťukne na hnědý dvůr. Řeší na čtverečkovaném papíře. Zabarvuje celé růžky.</i></p>
--	--

Komentář:

Katka od začátku pracuje s doplněním na obdélník, pouze ho otáčí. Všimla si, že do zadaného dvora lze první polovinu zkopírovat do druhé, tedy použila dvakrát tentýž postup.

1.41 [14:39] **EX:** A šlo by to udělat tak, aby tam zůstalo něco prázdného?

1.42[14:42] **K:** Něco prázdného?

1.43 [14:44] **EX:** No jestli by to šlo.

<p>1.44 [14:48] K: Ehm. Šlo by.</p> <p>Takže to zkusíme jinak, takže uděláme ten samej postup, takhle jak jsme ho dělali předtím. A teď máme udělat něco, aby nám to tam taky zase zbylo, takže bychom, takže to máme jako takhle, jich máme šest, takže to je jako takhle, takže bysme jako udělali takhle a tady taky, takže by nám takhle zbyly tyhle.</p>	<p><i>Posouvá čtverečkovaný papír o kousek sem tam. Odfoukne si. Zakresluje růžky do čtverečkovaného papíru. Zvedne ruku od papíru a tužku si připraví k dalšímu kreslení, naznačuje možnosti řešení. Pravou ruku přesune k úloze a tužkou ťuká na políčka ve sloupci hnědého dvoru. Přesune se na čtverečkovaný papír, kde si odpočítá počet políček. Vykreslí růžky. Zbylo šest políček.</i></p>
--	--

Komentář:

Věděla, že nemusí celý dvůr přeorganizovat. První polovinu udělala stejně jako předchozí. Druhou polovinu přetvořila tak, aby vznikla volná pole.

<p>1.45 [15:44] EX: A šel by tam ještě nějak položit ten jeden</p>	<p><i>Levá ruka je zapřená</i></p>
---	------------------------------------

růžek, aby i tak by nám zbylo?	<i>v bok.</i>
1.46 [15:50] K: Hm, šlo, že bychom tady ještě ten jeden růžek dali sem.	<i>Dokreslí další růžek.</i>
1.47 [15:54] EX: Hm.	<i>Chytne si ruce. Pak levou vrátí v bok, pravý</i>
1.48 [15:55] K: Protože tady je ten roh, ale tady už to jinam nemůžeme dát, protože ten roh takhle nemůžeme položit, to bysme překryli jednu parketu. A tady by bylo úplně to samý.	<i>ukazovák ukazuje na čtverečkovaném papíře řešení.</i>

Komentář:

Katce vzniklo šest volných polí, tudíž má otázka byla podložena volným místem pro ještě jeden růžek.

Růžek doplnila, navíc vysvětlila, proč by ho nemohla dát jinam. Nebylo to jen pro experimentátora, ale sama si ještě potřebovala ověřit, zda je řešení správné.

1.49 [16:10] EX: Dobře, tak to jsme udělali jaký ten dvůr?	
1.50 [16:11] K: To jsme dělali ten dvůr hnědý.	
1.51 [16:18] EX: A zkusíme i ten modrý a zelený?	
1.52 [16:21] K: Hm, takže, já bys, teďko mě napadlo, že bysem to udělala takhle u toho dvoru a potom že bysem ho dala takhle, protože tady je zrovna by jako moc by jich, tady by už jako jiný než takhle by být nemohl, protože tady nám ten jeden chybí. Takže by to jinak nemohlo být. Takže dál bysme to museli dělat takhle a tady taky, aby nám to tam šlo. Jako tady jsme to dělali, protože aby nám to tam všechno vyšlo, takže to uděláme takhle. A máme tady teďkon ten celej dvůr modrý, a teďko bysme to zkusili, aby nám tam taky nějaké ty, jako tady chyběli. Aby byli	<i>Hned řeší do čtverečkovaného papíru. Vykreslí dva růžky v obdélník. Vysvětluje a levá ruka ukazuje do čtverečkovaného papíru. Přesune se k úloze. Pravá ruka drží tužku, tou ukazuje na modrý dvůr. Levý ukazovák ukazuje na modrý dvůr. Pravá ruka naznačuje způsob řešení do modrého dvora. Ukáže levou rukou na předešlé řešení hnědého dvora. Dokreslí zbylá pole v modrém dvoře.</i>

<p>prázdný. Tak, takže bysem zkusila, že bychom, takže bysem to zkusila, že bydem to dala takhle, takhle, tím pádem nám tady ty dvě zbudou potom, že bysem to dala takhle, takhle, potom, že bysme to dali takhle. Mm sem. A tady musí zbýt. Tady nám takhle ten ještě jeden chyběl. Počkat, jak to mam teď tady. Jo vlastně já jsem to chtěla dát sem. Tím pádem ještě uděláme ještě tady ten jeden: To můžeme mít takhle ten a potom nám tady zbudou ještě tady ty dvě, takže takhle by to taky šlo. Že by nám tam takhle ty chyběli, taky čtyři. Ale tady nám chyběli jen tři.</p>	<p><i>Naznačuje řešení do úlohy pravou rukou s tužkou v ní.</i></p> <p><i>Přesune se řešení do čtverečkováného papíru a ihned zakreslí. Přesune se do úlohy, kde naznačuje řešení do modrého dvoru.</i></p> <p><i>Řeší do čtverečkováného papíru.</i></p> <p><i>Kontroluje řešení ve čtverečkováném papíře. A začne překreslovat.</i></p> <p><i>Dokreslí do celého čtverce.</i></p>
---	---

Komentář:

U této úlohy jsme si ani jedna nevšimla, že změnila zadaný tvar modrého tvaru. Já jsem na to přišla, až při opětovném sledování záznamu. Chyba vznikla Katčiným vnímáním růžků doplňovaných na obdélník. Byla tímto vztahem tak zaujatá, že si nevšimla nakreslení jiného tvaru dvora.

Při vyplňování dvora s chybějícími poli se opět soustředila na doplnění růžků na obdélník. Vznikl jí zde prostor pro jeden celý růžek, který ignorovala. Překreslila ho a opět doplnila na obdélník. Pravděpodobně si ho nevšimla z důvodu špatné orientace v nákresu, kdy nebylo patrné ohraničení dvoru.

<p>1.53 [18:50] EX: A chybí nám tam čtyři?</p>

Komentář:

Katka udělala chybu z nepozornosti.

Otázka byla položena tak, že Katka hned věděla, že se někde stala chyba.

1.54 [18:53] K: Ne čtyři, ale tři. Protože tady ten jeden takhle chyběl.	<i>Ukazuje tužkou na právě komentovaný tvar. Proškrtně původně chybějící políčko.</i>
---	---

Komentář:

Odpověděla téměř okamžitě, nepotřebovala se nad tím zamýšlet, protože to věděla. Ovšem ve svém nákresu přehlédla původně chybějící políčko. Proškrtnula ho, aby se v obrázku lépe vyznala.

1.55 [18:58] EX: Jo, že ten už tam....	<i>Levá ruka ukazuje na čtverečkovaném papíře vytvořené tvary s chybějícími políčky. Dá si ruku do klína k pravé ruce.</i>
1.57 [19:00] K: Hm, ten už tam chyběl. Ten tady už nebyl. Takže taky jenom tři.	
Proč nám jako chybí, vždycky když uděláme ten celej, tak proč tam tady teď kon zrovna taky vyšli tři, že chyběli.	

Komentář:

Odhalila vazbu mezi útvary, bylo to jen povšimnutí. K hlubšímu porozumění zde nedošlo.

1:58 [19:19] EX: Čím myslíš, že by to mohlo být? Když se na to podíváš.	<i>Pohled na úlohu, experimentátora, do zdi. Pohled na úlohu. V ruce má tužku, začne s ní počítat jednotlivá políčka.</i>
--	--

Komentář:

Otázkou jsem vedla Katku k zamyšlení nad úlohou, směřovala jsem ji na podrobnější rozbor jednotlivých tvarů. Měla své tvrzení opřít o nějaký fakt. Tušila, že vztah bude mezi počty políček.

1.59 [19:30] K: Tady jsme udělali dvanáct. A tady jich bylo teda dvacet jedna a tady dvanáct, ale dvanáct	<i>K. počítá políčka, pravou rukou s tužkou si ukazuje na jednotlivá políčka. Přiblíží hlavu k papíru a přebarvuje políčka. Počítá znovu.</i>
--	---

<p>plus dvanáct jako není dvacet jedna. Tak zatím zkusíme dvůr zelený. 1.60 [20:00] EX: Dobře.</p>	<p><i>Tužkou ukazuje na jednotlivé dvory. Pohled na experimentátora a do zdi. Pohled na experimentátora. Pokrčí rameny a podívá se na úlohu a ukáže na zelný dvůr.</i></p>
---	--

Komentář:

Katka se správně soustředila na počet políček, nedokázala tuto znalost využít, proto upustila od zkoumání a vydala se na řešení dalšího dvora. Ze svých zkušeností odvodila, že pravděpodobně dva dvory budou mít souvislost i se třetím dvorem. A to jí pomůže v řešení záhady tří zbylých políček.

Na její postup reaguji pouze souhlasem tak, abych nijak neovlivnila její myšlenkové procesy. Navádějící otázky by byly v tuto chvíli nevhodné.

<p>1.61 [20:03] K: Takže, ten musíme takhle, protože kdybysme ho udělali takhle, tak tady by jeden nám zbyl, protože tady nám zase chybí ty čtyři. Takže to uděláme teďko takhle. Takže dál to uděláme teda takhle a dál to budeme muset udělat takhle, jinak kdybysme to udělali tady, tak by nám zase jeden chyběl, takže uděláme to takhle, potom bysme takhle, počkat takhle, takhle, ne takhle počkat. Takhle jsme to dělali a proč takhle budeme mít tady ty dvě. To by jakoby nevyšlo, protože takhle bysme mohli akorát tenhle, ale tady ty tři by nešli. Protože my máme takhle ten jeden roh. Tak takhle to zkusíme udělat ještě odzadu. Takhle. Takhle by to nešlo. Takže takhle, takhle a tady by nám zase nevyšli.</p>	<p><i>Levou rukou si chce podepřít čelo, ale v zápětí s ní odsune tužku ležící na úloze. V pravé ruce drží tužku, levá ruka ukazuje na zelený dvůr, tužkou v pravé ruce ukazuje na zeleném dvoře růžek. Levá ruka drží políčko, prostředníkem na něj poklepe. Levou rukou ukáže chybějící políčka do čtverce. Přisune si čtverečkovaný papír a tužkou vybarví první růžek, pak přidá další do obdélníku, tužkou ukáže na zelený dvůr. Pod vytvořený obdélník přidá další růžek. Přesune se k úloze a naznačuje možnosti řešení. Ukáže tužkou na zelené políčko v rohu. Naznačuje růžky. Odstrčí čtverečkovaný papír a na úloze ukazuje řešení. Ukáže na růžek, obkrouží ho tužkou. Levá</i></p>
--	---

<p>Tohle, protože tohle, tohle to všechno musí být násobky tří, jinak by to nevyšlo, proto máme tady ten. Tak proto nám chyběli ty, protože to je násobek tří, takže nám musí chybět jen ty násobky tří.</p>	<p><i>ruka ukáže celkově na všechny dvory. Dá si ruce do klína. Levá ruka ukáže na dvory. Prsty levé ruky ukáže na růžek rozevře je, aby vyl růžek uvnitř. Levou ruku vymrští nahoru. Pravou ukazuje na čtverečkovaný papír. Pohled na experimentátora. Pravou rukou důraz vztyčenou tužkou do vzduchu.</i></p>
--	---

Komentář:

Do zeleného útvaru si naznačovala růžky jeden přes druhý, nemohla se v tom vyznat. V tu chvíli jí napadlo, že to musí být násobky tří. Propojila svou předchozí zkušenost s novou zkušeností.

<p>1.62 [21:45] EX: A v tom zeleném je taky násobek tří ten počet políček?</p>	<p><i>Katka si podepře levou rukou hlavu, tužku v pravé ruce si připraví na zelený dvůr.</i></p>
---	--

<p>1.63 [21:49] K: Já to nejdřív spočítám.... Jich je dvanáct a to je taky násobek tří, protože devět plus tři je dvanáct.</p>	<p><i>Tužkou ťuká na jednotlivá políčka. Opře ruku o papír.</i></p>
---	---

Komentář:

V hlase je slyšet určitá radost, překvapení a přesvědčení o její pravdě. Jako důkaz o dělitelnosti dvanáctky třemi udala velmi zajímavý příklad. Pro ni je jasné, že devět je dělitelné třemi, na první pohled viditelné, proto nepoužila metodu postupného sčítání jako je tři plus tři atd.

<p>1.64 [22:05] EX: No tak, myslíš, že to nějak prostě musí jít, když jich je tam dvanáct.</p>	<p><i>Katka tužkou přejíždí po zeleném dvoře. Levou rukou si podpírá hlavu a malík má opřený o rty. Lehce ho rty stiskne.</i></p>
---	---

<p>1.65 [22:10] K: Nemusí, protože oni musí se ty. Musí to být takový tvar, aby se tam ty tři mohli vejít. Protože si nemůžeme je rozpůlit. Protože tady jako to můžeme dát jenom takhle, že tím pádem to bude takhle, ale tady by nám to nevyšlo. A to je stejný jako u, takže tady to muselo to být jediné takhle a tohle to taky jediné takhle. Tím pádem by nám vyšli jako tady ty, ale tady zase by zase by nám jeden chyběl. Tady ty by, tady ten by se překrýval, tady ten by zase nebyl tam.</p>	<p><i>Tužkou krouží nad papírem. Položí ji na stůl a ruce opře lokty o stůl a spojí prsty. Roztáhne prsty a kývne rukama ve vzduchu, levá ruka položená, pravá krouží ve vzduchu. Pohled na experimentátora. Pohled do kamery, na úlohu, na experimentátora. Kývne rukou ve vzduchu. Hlavou kývne do strany. Pousměje se.</i></p> <p><i>Vezme tužku do pravé ruky, do zeleného dvora kreslí růžky, pak jen tužkou ukazuje. Obkrouží celý dvůr. Ukáže tužkou dolu doprava, kreslí růžek nahoru vlevo. Levou rukou si prohrábne vlasy. Ukazováček levé ruky dá vedle zeleného dvora, načrtne další možnost. Poklepe levým ukazovákem na dvůr. Načrtne do zeleného dvora, dá ruce do klína. Pohled na experimentátora.</i></p>
---	---

Komentář:

Katka si uvědomuje, že dělitelnost třemi není jedinou podmínkou pro to, aby se dvůr mohl vyplnit růžky. Kdybych totiž dala například dvanáct políček vedle sebe, tak by byla Katka schopná dokázat, že úloha nemá řešení. V našem případě se setkává s úlohou, která řešení má. Pro ní jsou důkazem různé možnosti, které vymyslela. Není zcela jasné, zda je tím stoprocentně přesvědčena, ale mě se o tom snaží přesvědčit, tudíž vymýšlí stále nové důkazy, proč to nejde.

1.66 [22:57] **EX:** Šlo by to ještě udělat...

Komentář:

Nechtěla jsem jí rovnou říct, že to prostě jde, přemýšlela jsem jak vhodně zformulovat otázku, když v tom mi Katka skočila do řeči. Důvodem proč to udělala, bylo, že si v hlavě

utvořila obraz a potřebovala na něj reagovat. Méně člověk skáče do řeči autoritám, což v tomto případě není.

<p>1.67 [23:00] K: nejde to kvůli tomu, že tady, protože tady ty jsou dvakrát a tady to není zase ani jednou, protože tady kdyby tady kdyby to bylo zase jednou, takže tady to by byl taky zase jednou, tak proto by to šlo, ale tím pádem, že tady to se nemůže, tím pádem, že tady nikde nedá a tady je to zase dvakrát, takže to je těch dvanáct, ale zase že to nejde kvůli tomu, že tam to není a tam se to zase dvakrát překrývá. Tím pádem tady to nejde. I když je to násobek tří.</p>	<p><i>Položí tužku levý i pravý ukazovák položí na zelený dvůr. Levou rukou utvoří zobáček, ruce se navzájem překrývají. Dá ruce do klína. Pravá ruka ukazuje na políčka v zeleném dvoře. Dá ruce do klína. Levou rukou ukazuje na políčka. Přidá pravou ruku. Pravou rukou si drží levý ukazovák. Roztáhne prsty ve vzduchu, ukáže osm prstů. Pravá ruka v klíně, levá gestikuluje. Drbe si krk. Zavrtí se na židli.</i></p> <p><i>Promne si nos pravou rukou.</i></p>
---	---

Komentář:

Podle gest, se dá posoudit, že už byla Katka už v koncích, nevěděla, jak by mi vysvětlila, že to nejde.

[23:39 -23:45] Pauza, ani jedna nevíme, co říct.

[23:46 -23:51] Přemýšlím, jak jí navést, aby to zkusila udělat třeba barevným kreslením, nebo vystřížením.

<p>1.68 [23:52] EX: Nepomohlo by ti třeba něco jiného, zkusit to jinak?</p>	<p><i>Zadívá se na čtverečkovaný papír, promne si nos levou rukou.</i></p>
--	--

Komentář:

Tady Katce nepřímou říkám, že tato úloha řešení má. Myslela jsem si, že by jí pomohlo vystříhat si růžky. Nenapadlo jí to. Spoléhala jen na svůj vhled do úlohy.

1.69 [23:58] K: No, že bys, no že kdybysme, já si to tady zkusím takhle namalovat.	<i>Vezme tužku do pravé ruky. Krouží s ní nad zeleným tvarem. Přesune ruku na čtverečkovaný papír, levou rukou ukáže na zelený tvar.</i>
---	--

1.70 [24:09] EX: Tam jsou i pastelky, kdyby sis to chtěla barevně udělat	<i>Koukne na pastelky, něco si řekne „pod vousy“ pohled na úlohu, ukáže si na zelený tvar.</i>
---	--

Komentář:

Na tuto větu odpověděla odmítavě, velice potichu. Bylo to asi něco ve smyslu, že nepotřebuje. Barevné označení pro ni bylo zbytečné a nepřínosné. Manipulace s vystříženými růžky by jí určitě pomohla.

1.71 [24:15] K: Čtyři, tady jsou i dva, tady to bude takhle a tady jsou ty čtyři. Takže jedna věc je jasná, že to musí být vždycky jako takhle, a tady taky takhle, protože jinak by tam jeden nebyl.	<i>Pohled na úlohu, pak na čtverečkovaný papír. Kreslí do čtverečkovaného papíru. Pohled na úlohu a zpět. Podívá se na zelený tvar a zpět. Pohled na úlohu, na čtverečkovaný papír. Dívá se na vytvořený tvar a zakresluje do něj nejprve růžek vlevo nahoru, pak vpravo dolů.</i>
--	--

1.72 [24:39] EX: A jak, šlo,... Jak to, že by tam jeden nebyl?	<i>Katka se nadechovala na další větu.</i>
---	--

Komentář:

Viděla jsem, že Katka uvažuje pouze jedním směrem, kdy jí tato úloha s tímto začátkem nemohla vyjít. Nevhodně jsem jí skočila do řeči, ovšem zvolená otázka byla otevřená. Katka si mohla uvědomit, že je ještě jiná možnost jak růžek pootočit tak, aby nezbylo jedno volné políčko v rohu.

1.73 [24:42] K: Protože, kdybysme to dali jako takhle, tak tady by nebyl, protože tady to zase nemůžeme dát takhle.	<i>Udělá růžek vpravo dole, tak, že v rohu vznikne volné políčko, zakroužkuje ho. Načrtne růžek vedle tvaru.</i>
--	--

1.74 [24:49] EX: A jde to ještě nějak pootočit, aby tam ten jeden nebyl sám?	<i>Kývne tužkou v pravé ruce.</i>
---	-----------------------------------

Komentář:

Tady už jí velmi napovídám. Slovo pootočit je zde významné. Kdybych řekla: „Jde dát ...“ nápověda z mé strany by byla minimální.

1.75[24:54] K: Že bysme to dali takhle. Takhle, že by to bylo, takže bychom to potom dali takhle a potom bysme měli taky ty tři. A potom jako kdybysme měli takhle tak to by nešlo, ale kdybysme to měli takhle, tak by taky jeden chyběl. Protože tady máme ještě ty čtyři místa, ale tady ne. Takže tady to může být jen takhle, ale potom zase to může být jen takhle a taky by se to překrývalo. A tady by taky zase nemohli být. Takže tady to má jenom to, že bys, že by tam mohli být prázdný. A u prázdných by to, by to bylo tak. Já si to zase nakreslím.	<i>Udělá růžek vpravo dole obráceně. Dalším růžkem doplní do obdélníku. Naznačuje možnosti dalších růžků. Růžek vpravo nahoře pootočí tak, že v rohu je jedno políčko prázdné. Zvýrazní původní růžek. Další doplní do obdélníku. Ukazuje na překrývající se políčka, na prázdná políčka. Kreslí si znovu zelený tvar do čtverečkovaného listu.</i>
---	---

Komentář:

Přemýšlela jsem, jak ji dovést k tomu, že to jde, aniž bych jí o tom přesvědčovala tím, že to prostě řeknu.

Opakovaným zhlédnutím, jsem si vědoma své chyby, kdy jsem ve vstupu 1.74 Katce napověděla. Tím, že to neměla ze své hlavy, neporozuměla tomu, tak nedokázala pootočení použít u dalšího růžku. Dále se ukazuje, že Katka doplňuje růžky pouze do obdélníků.

1.76 [25:51] EX: Dokázala bys mi říct, kolik bys potřebovala těch růžků, aby se zaplnilo celé? Když jich tam je, kolik jsi říkala, že jich tam je?	<i>Katka si překresluje zelený tvar, oči jsou zabořené do čtverečkovaného listu. Dokreslí tvar, položí tužku, podívá se na experimentátora. Vrtí se na židli.</i>
---	---

Komentář:

Skočila jsem jí do myšlení. Měla jsem pocit, že jí musím navést k tomu, aby mi řekla, že tato úloha řešení má. Kdybych jí nechala dodělat řešení prázdných polí, možná by přišla na vyplnění celého tvaru.

Podle mimovolních pohybů usuzuji, že jí můj dlouhý proslov připadal zbytečný, nudila se.

1.77 [26:04] K: Dvanáct	Má ruce v bok.
--------------------------------	----------------

Komentář:

Na mou otázku ohledně počtu okamžitě zbystřila a ihned odpověděla. Pravděpodobně jí tato otázka přišla konečně smysluplná.

1.78 [26:05] EX: Dvanáct a kolik bys potřebovala růžků, když ten růžek má, kolik?	Podívá se na stůl, nadechne se, sevře rty. Ruce má stále v bok.
--	--

Komentář:

Otázka byla položena šroubovaně. Tím, že se nadechovala, mi chtěla odpovědět na otázku, kolik by potřebovala růžků. Já jsem na odpověď nečekala a hned jsem doplnila další otázkou.

<p>1.79 [26:10] K: Jako, já tady hned jako vidím, že by to šlo po čtyř, protože čtyři jsou taky násobek dvanácti. Čtyři krát tři je dvanáct. Jako po čtyř by to bylo hned jako takhle, ale po tři by to takhle hned nebylo. To bysme jako těch růžků tam, protože takhle, takhle..., aby to nějak, aby to šlo, tak já bysem ten růžek musela dát jako tady ten, tenhle ten rovný, jak je tady nahoře, tak bych ho musela dát tam. Že by to bylo takhle, takhle, a tady by byly taky ty tři akorát, že rovně. A potom by to bylo takhle. Takhle by to šlo, ale po těch růžkách by to nešlo, protože, aby to šlo, tak by to muselo být nějak jinak.</p>	<p><i>Dívá se na čtverečkovaný papír, ukáže na něj pravou rukou, následně ji schová do klína, podívá se na experimentátora. Pohled do zdi a na experimentátora. Pohled na list papíru, do zdi. Pohled na list, pravou rukou si bere tužku a ukazuje s ní na tvar, na vzniklé tři čtverce, které viděla. Pohled na úlohu, na list. Znázorňuje růžky. Odloží tužku a gestikuluje rukama. Pravou rukou zachytí padající tužku, levou ukáže na úlohu a prsty ukazuje růžky a jejich přesouvání. Vezme do pravé ruky tužku a zakresluje do čtverečkováného papíru růžky. Levým ukazovákem ukazuje přesuny. Odloží tužku a chytí si ruce. Pohled na experimentátora, na řešení. Podrbe se na krku, prst si dá na rty.</i></p>
--	---

Komentář:

Byla schopná vidět, že by útvar šel rozdělit dobře po čtyřech třikrát, vznikly by čtverce. Změnila tedy čtyři krát tři za tři krát čtyři.

Podle gestikulace je jasné, že se touto úlohou zabývá příliš dlouho. Pohyby naznačovaly nejistotu, únavu. Kdybych si těchto projevů chování všimla, dala bych Katce pauzu a řešení úlohy bych odložila.

<p>1.80 [27:13] EX: Takže vlastně ty tam máš, čtyři útvary po třech. Je to tak?</p>	<p><i>Experimentátor si posune čtverečkový papír blíže k sobě, Katka si vezme ze stolu tužku, vzdychne.</i></p>
--	---

Komentář:

Katka už neví kudy kam, proto vzdychne, asi netuší, kam celá debata směřuje. Podle ní, už mi všechno řekla, neví, na co se ptám.

<p>1.81 [27:23] K: Ano. A tady teď máme taky čtyři, protože čtyři, protože tři krát čtyři je dvanáct a čtyři krát tři je taky dvanáct. Takže takhle by to mohlo být. Ale aby, a kdybysme se k tomu vrátili, tak tam by to bylo určitě jako víckrát. Tady jedna, dva, tady tři a tady čtyři, a jeden by byl jako pryč, a stejně by tam byl ty,... Takže tenhle ten nemá řešení.</p>	<p><i>Ukazuje na svá vytvořená řešení.</i></p> <p><i>Dívá se na experimentátora, pohled do stěny, na úlohu. Ukazuje na tvar tužkou. Předává si tužku z ruky do ruky, ukazuje na řešení.</i></p> <p><i>Položí tužku, podívá se na experimentátora. Dívá se na experimentátora a kroutí hlavou.</i></p>
---	---

Komentář:

Vidím, že už je z toho doopravdy nešťastná. Z počátku měla jiskřivý pohled a teď je smutná.

<p>1.82 [28:00] EX: Dobře, tak</p>	<p><i>Katka si vezme tužku, připraví si ruku na úlohu.</i></p>
---	--

Komentář:

Já přemýšlím, co s tím dál, ale Katka rovnou pokračuje.

<p>1.83 [28:04] K: Takže já to takhle zakroužkuju a napíšu tam nelze.</p>	<p><i>Zakroužkuje zelený tvar, napíše nelze, položí tužku.</i></p>
--	--

Komentář:

Já jsem to vzdala, což jsem měla udělat už dřív. Dopustila jsem to, že to Katku i mě přestalo bavit.

<p>1.84 [28:17] EX: Byla tato úloha pro tebe těžká nebo jednoduchá?</p>	<p><i>Sebere tužku ze stolu, dá ruce v bok.</i></p>
--	---

<p>1.85 [28:21] K: Jako když jsem tomu pochopila, jak jsi mě na to takhle přivedla, tak potom, jako že už jsem tomu začala chápat, tím pádem mi to potom šlo. Jenom, když tomu já nechápu, tak mi to hned nejde, ale když já tomu chápu, tak mi to hned jde.</p>	<p><i>Katka se dívá do stropu, pohled na experimentátora, pohled do zdi, na experimentátora, do zdi. Pokrčí rameny, zakroutí hlavou. Pohled na experimentátora, souhlasně</i></p>
---	---

	<i>kývá hlavou.</i>
--	---------------------

Komentář:

Katka zhodnotila svůj výkon, ale neřekla, zda to pro ni bylo těžké. Myslím si, že tato úloha těžká nebyla. Zadání bylo zřejmě matoucí. Řešení prvních dvou dvorů zvládla, třetí dvůr nešel vyložit obdélníky, proto pro ni byl těžký, neřešitelný.

1.86 [28:38] EX: A co jsi na tom ze začátku nechápala?	<i>Pohled na úlohu.</i>
---	-------------------------

1.87 [28:41] K: Protože, jak tady bylo: „Které pole může zůstat prázdné?“	<i>Dívá se na úlohu, ruce má v klíně.</i>
--	---

1.88 [28:47] EX: Ty jsi nepochopila...	<i>Pohled na experimentátora.</i>
---	-----------------------------------

Komentář:

Skočila jsem Katce do řeči, už jsem věděla, co asi chce říct. Naštěstí jsem si to uvědomila a větu nedořekla.

1.89 [28:49] K: Co tam říkali.	<i>Pohled do zdi.</i>
---------------------------------------	-----------------------

1.90 [28:53] EX: Jo, to. Špatně se ptají?	<i>Katka souhlasně kývne hlavou.</i>
1.91 [28:55] K: Hm	
1.92[28:56] EX: Dobře.	

Příprava další úlohy.

2.2. Video II:

2.2.1. ÚLOHA III

(Viz příloha 5,6.)

2.01 [00:01] K: Teď jsme se dostali na úlohu číslo tři. A, v kolika bodech protýká úhlo, úhlopříčka mříž obdélníku tři až čtyři.	<i>Hraje si s tužkou. Opře ruku o stůl</i>
---	--

2.02 [00:18] EX: Tři krát.	<i>Ukáže si tužkou na zadání.</i>
-----------------------------------	-----------------------------------

2.03 [00:19] K: Tři krát čtyři, tři krát pět, tři krát devět.	<i>Ukazuje si tužkou, co čte.</i>
--	-----------------------------------

Komentář:

Nečetla zadání pečlivě, protože si myslela, že bude řešit obdélníky tři krát n.

2.04 [00:24] EX: Je tam tři krát devět?	<i>Odtáhne tužku od zadání.</i>
--	---------------------------------

2.05 [00:27] K: Sedm krát devět.	<i>Tužkou si ukáže na zadání.</i>
---	-----------------------------------

2.06 [00:30] EX: Tam máš názorný obrázek. Tady Přesně podle toho. Jak je velký tento obdélník?	<i>Ukazuje prstem na obrázek. Katka přežijdí tužkou po úhlopříčce zadaného obrázku.</i>
---	---

2.07 [00:38] K: Tady ten obdélník, ten má těch čtverečků šest.	<i>Tužkou krouží uvnitř obdélníku. Tužku odtáhne.</i>
---	---

2.08 [00:46] EX: A kolikrát kolik má těch čtverečků?	<i>Tužkou si přežijdí po úhlopříčce. Pohled na experimentátora.</i>
---	---

Komentář:

Otázka byla položena, aby si uvědomila vazbu: dva krát tři je šest čtverečků.

2.09 [00:49] K: Takže těch čtverečků mám Tři krát dva nebo dva krát tři.	<i>Pohled do zdi. Levou rukou se drbe ve vlasech. Pohled na úlohu. Levou rukou si kroutí s vlasy. Dívá se do zdi. Pohled na experimentátora a na úlohu.</i>
---	---

Komentář:

Uvědomuje si komutativnost násobení.

2.10 [01:00] EX: A protíná to v kolika bodech tu mříž.	<i>Pohled na experimentátora a na úlohu.</i>
---	--

2.11 [01:03] K: Takže tady to protíná v bodech třech. Protože, aby to bylo z rohu do rohu, tak ta čára má přes ty čtverečky má ty tři. A tak, teďko bych si vzala pravítko a takhle si to dám z rohu do rohu.	<i>Tužkou ukazuje na jednotlivé body na úhlopříčce. Několikrát přejíždí úhlopříčku, a znovu ukazuje body, které v mříži protíná. Levou ruku dá na tvar a palce přejíždí přes úhlopříčku. Zakreslí úhlopříčku do úlohy číslo čtyři. Dá na stranu nůžky, vezme si do ruky pravítko, položí ho přes schody. Levou rukou si drží pravítko shora, pak mezi prsty dává tužku a chce narysovat.</i>
--	--

2.12 [1:29] EX: Tady máš k dispozici čtverečkovaný papír, toto je na jinou úlohu, tamten obrázek.	<i>Podávám jí čtverečkovaný papír. Stále má ruce připravené k rýsování, odsune pravítko.</i>
--	--

2.13 [01:34] K: Tenhle?	<i>Ukáže na schody.</i>
--------------------------------	-------------------------

2.14 [1:36] EX: To už je úloha čtyři, tak aby sis to zbytečně neponičila. Tak můžeš použít tady tento.	<i>Bere si do ruky pravítko. Dá si ho do pravé ruky k tužce, položí ho nad úlohu. Ukazuje na čtverečkovaný papír.</i>
---	---

Komentář:

Katka si myslela, že tyto dvě úlohy spolu souvisí.

2.15 [01:44] K: Ale tady z těch by to taky šlo udělat. Tak bysem si je tady mohla taky nakreslit. Takže si je takhle	<i>Levým ukazovákem ukazuje na schody, přidá pravou ruku s tužkou. Přesune se na čtverečkovaný papír, na který začne kreslit</i>
---	--

nakreslím. A potom má ještě tenhle a takhle ty tři. Tady má taky tři a tady to má takhle ty schůdky. A potom tady máme ještě ten větší.	<i>schody ze čtvrté úlohy. Levou rukou chce sáhnout po pravítku, ale dá ji zpět. Nakreslí další schody, poposune si pomocný papír, aby viděla na úlohu, kreslí další schody.</i>
---	--

2.16 [02:10] EX: Katko, abys nedělala zbytečně práci navíc, tak tam si přečti tu úlohu A, ta patří k tomu, k té trojce. Tady to už je čtvrtá úloha. To bys řešila víc. To pak můžeme udělat.	<i>Katka se dívá na experimentátora. Podívá se na úlohu. Ukazují jí na čtvrtou úlohu. Pohled na experimentátora.</i>
---	--

2.17 [02:30] K: No, ale já bysem si to takhle udělala, abysem to mohla vyřešit, protože jsem zjistila, že tady to může být taky. A kdybysme to takhle udělali, tak tady budeme mít takhle ty dva a tady jeden a tady zase jeden,...ty tři. Ne tady. Počkat, tady máme, jo vlastně tady to neplatí Tady máme ty dva, tady jeden a tady máme tři. Že by to tak šlo. A ještě by tam byly ty další.	<i>Dívá se na experimentátora. V pravé ruce drží tužku, zakmitá s ní. Ukáže na schody uprostřed a dělá přes ně úhlopříčku. Zastavuje se na v schodech, kde by úhlopříčka schody protínala. Ukáže na nejmenší schody, na největší, na prostřední. Vrátí se k obdélníku a tužkou ukazuje na jeho úhlopříčku. Vrátí se opět ke schodům. Ukazuje na čtverečkovaný papír.</i>
--	--

Komentář:

Katka byla zaujatá tvary, se kterými neměla zkušenost, proto nevnímala mé připomínky o jiné úloze. Když si dělala úhlopříčku, vrátila se k náčrtku, aby zjistila, že se krajní body nepočítají.

2.18 [03:06] EX: A když se vrátíme k tomu áčkEx: V kolika bodech protíná úhlopříčka mříž obdélníku tři krát čtyři. Jak bude vypadat ten obdélník tři krát čtyři,	<i>Poposunu jí list s úlohami, ukazují na úlohu tři. Katka se dívá na úlohu. Ruce má v klíně.</i>
---	---

dokázala bys ho nakreslit? Tři krát čtyři. Tady to toho můžeš.	Ukazuji na čtverečkovaný papír.
--	---------------------------------

Komentář:

Z experimentálního hlediska jsem nepotřebovala, aby si vymýšlela vlastní úlohu. Odvedla jsem její pozornost na tvar obdélníku. Úhlopříčky schodů mají počet mřížových bodů stejný jako čtverce, tudíž pro tento experiment nedůležitý.

2.19 [03:22] K: Tři krát čtyři, takže tady to máme dva krát tři a musíme to mít 3x4, takže by to muselo být dvakrát, protože ještě tady..., proto by to muselo být o nějaké ty víc, protože to je tři krát čtyři. A tohleto máme jenom dva krát tři. Takže musí být dvanáct, protože tři krát čtyři je dvanáct. Takže tři krát čtyři, takže tři krát čtyři, takže musíme jeden, dva tři a čtyři, teda tři, protože tři krát čtyři. Takhle budeme mít.... Takže tím pádem budeme mít...čtyři ... To musí být takhle Tři krát čtyři, takže tři krát čtyři. Teď si to udělám podle pravítka, takhle. A budeme to mít, abysme to měli rovně, protože jinak bysme to neměli rovně, Tady z bodu do rohu. Jak to, že	<p><i>Ukazuje levou rukou na obdélník, palcem a ukazovákem si drží jednotlivá pole. Podepře si levou rukou hlavu. Pravou ruku má položenou na čtverečkovaném papíře, drží v ní tužku, posouvá s papírem dopředu a dozadu. Tužkou ukáže na nákres, pak obloukem ve vzduchu přesune nad čtverečkovaný papír, na nákres a zdvihne do vzduchu vedle hlavy. Gestikuluje pravou rukou, levou si drží tvář.</i></p> <p><i>Pravou ruku položí na papír, prstem ukáže na tvar. Podsuně listy od sebe. Ukáže tři čtverečky vedle sebe, gestikuluje pravou rukou. Kreslí do čtverečkovaného papíru.</i></p> <p><i>Ťuká na jednotlivé řádky a sloupce tužkou. Dodělá obdélník. Ukáže na sloupec a na řádek. Naznačí úhlopříčku tužkou. Oběma rukama si bere pravítko.</i></p> <p><i>Levá ruka drží zleva shora pravítko nejprve ukazovákem, pravou naznačí rýsování, přidá palec. Pravou srovnává pravítko. [4:38 – 4:50] rozměruje [4:51] Narýsuje úhlopříčku. [5:06] Poodsune pravítko, zase naměří, na levé ruce zvětší rozsah mezi prsty. Rýsuje. Použije palec a prostředníček, levou ruku dá ke</i></p>
--	---

to vždycky utíká? To nějak nejde. Mi to utíká.	<i>konci pravítka, opře palec, pravým předloktím přidržuje druhý konec.</i>
--	---

Komentář:

Dvakrát – původní obdélník dva krát tři se do obdélníku čtyři krát tři vejde dvakrát. Ona obdélník musí dát z ležaté polohy do stojaté a ještě ji udělat dvakrát – bere to jako samozřejmost – má hodně zkušeností s prací s útvary. I velikost chápala jako obsah tvaru. Proto jí fascinovaly trojúhelníky, protože s nimi má zřejmě menší zkušenost -> chce se rozvíjet – vnitřní potřeba růstu.

2.20 [05:15] EX: Chceš přidržet pravítko, aby ti to neutíkalo? Počkej. Pořádně si to nastav. A mam držet, ano?	<i>Přidrším jí pravítko, Katka okamžitě připraví ruku na rýsování. Srovná si pravítko, já ho přidřím.</i>
---	---

Komentář:

Když jsem viděla, jak s tím Katka bojuje, chtěla jsem jí pomoci. V tu chvíli to jí i mě pomohlo, ale zpětně si uvědomuji, že kdybych jí do toho nevstoupila, mohla by na lepší způsob rýsování přijít sama. Možná by i přišla na to, dát si pravítko z druhé strany, aby nerýsovala přes pravítko a pod rukou. Tím, že jsem jí pravítko přidržela, tím se jí usnadnila právě probíhající situaci, ale ztížila jsem jí možnost dalšího samostatného řešení.

Na druhou stranu jsem jí nechala, ať si pravítko nastaví sama, neříkala jsem jí, jestli to má dobře nebo špatně

2.21 [05:26] K: Ehm. Takže tahle ta největší.	<i>Tužkou ukáže na jednu čáru. Začne hledat body.</i>
--	---

2.22 [05:32] EX: Odkud kam jsi dělala tu úhlopříčku?	<i>Hledá body.</i>
---	--------------------

Komentář:

Všimla jsem si, že úhlopříčku udělala do jiného rohu. Otázkou jsem nenaznačovala nesprávnost, ale Katku jsem navedla na kontrolu.

2.23 [05:34] K: Od rohu, „ježiš“ já jsem to udělala tady víc tady sem.	Ukáže na roh vpravo nahoře, na roh vlevo dole, zabodne tužku do levého dolního rohu a zvýrazní ho.
---	--

Komentář:

Katka si sama všimla nepřesnosti, ale vůbec jí to nevadilo. Což bylo vlastně zajímavé. I z této úhlopříčky by byla schopna určit body protínající mříž.

2.24 [05:41] EX: Musíme jí tedy udělat znovu, nebo ne?	<i>Dívá se na úhlopříčku, odloží tužku.</i>
---	---

Komentář:

Otázka byla položená z toho důvodu, abych věděla, jestli je Katka schopná z původního náčrtku vyhledat body, eventuálně proč.

2.25 [05:44] K: Nemusíme, protože...ehm... počkat, jo vlastně... jak to tady mam, tak to není vidět Jsem to neudělala víc, protože jak to není do správná, tak je to hned špatně. Protože kdybysme to měli tak, tak to by šlo zase sem zkusim to takhle do toho a už to nebude utíkat. Abysme věděli, která to je tahle nejpřesnější a teď si to spočítám z kolika. Jeden, druhý, třetí, čtvrtý, pátý. Takže to je přes pět těch čar čtverečků. A	<i>Zakroučí hlavou. Podívá se blíže na náčrtek, vezme si tužku do ruky a přejezdí několikrát přes úhlopříčku. Zvýrazní si spodní stranu obdélníku, pak levou, pravou. Ukazuje na úhlopříčku. Odloží tužku, vezme si pravítko, přiloží ho na obdélník. Experimentátor přidrží pravítko. Katka pravou rukou narýsuje úhlopříčku, levá ruka drží pravítko shora. Úhlopříčku několikrát obtáhne. Odsune pravítko, tužkou zvýrazňuje body protínající mříž úhlopříčkou. Zakroužkuje si</i>
--	---

tady jsme to měli jenom tři. Tak tady jsme měli tři a tady jsme měli jenom tři(body) a tady jsme měli zase čtyři(čtverečky), ale zase, ale těch bylo zase pět(bodů).. Teď zkusíme zase tři krát pět to je patnáct, takže musíme udělat tři krát pět, takže by to muselo být těch patnáct čtverečků. Jeden, dva, tři čtyři, pět, a tady tři, takže uděláme takhle, aby to bylo dobře. Tak teďko máme těch tři krát pět a teď si to tady dám tak. Tak, máme tu čáru. Takže tady je to jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest a máme to jenom o jednu víc, protože tady... Jooo už vím proč, protože, když jsme tady měli tři krát čtyři a potom jsme měli tři krát pět. A potom jsme měli jako jenom jako o tu jednu trojku jenom víc, takže tím pádem jsme měli o to jedno kolečko víc. Když to tady jsme měli jenom tři, protože tady jsme jich měli jenom šest, a tady jsme jich měli dvanáct. Jo dvanáct. Takže tři, když jsme a to bylo, to je přece, to bylo tři krát, mmm dva krát tři a potom jsme měli tři krát čtyři takže to tím pádem bylo o ty dva víc. Doufám. A potom jsme měli tohle. A teďko už máme jenom sedm krát devět. Tak to teďkon zkusíme, takže sedm, sedm krát devět, takže jich musí tady být devět. Takže zkusím jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět. Takže tady jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm. Takže to budeme mít takhle. Ale to už je pěkná velká plocha. Takže tady to

je. Ukáže na úhlopříčku. Tužkou ukazuje na obrázek v úloze, dá ruku stranou, opět ukáže na obrázek v úloze, pak na svůj vytvořený nákres. Tužku si opře o hlavu. Pohled na úlohu, na čtverečkovaný papír, na úlohu.

Tužkou si odpočítá pět čtverečků zleva do prava, nazpět je obtáhne. Tři čtverečky vlevo obtáhne rovnou shora dolů, pak spodních pět zleva doprava, vpravo tři shora dolů. Vezme si pravítko, levou rukou drží shora, nastaví si pravítko, já přidržím. Udělá úhlopříčku z pravého horního rohu k levému dolnímu. Odloží pravítko, kroužkuje protnuté body. Ukazuje na zadání úlohy. Pohled na experimentátora. Prstem ukáže na zadání úlohy, podívá se do zdi. Pravou rukou s tužkou v ruce kývne ve vzduchu. Pohled na úlohu, levým ukazovákem na ni klepne. Dloube si prsty o sebe, dívá se na ně. Poposedne si, dívá se do zdi. Pohled na experimentátora, pohled do řešení, na experimentátora, do zadání úlohy. Ukazuje na obrázek v zadání, ukáže na obdélník tři krát čtyři. Položí tužku, na prstech pravé ruky ukáže tři prsty, zvedne je a položí, levý ukazovák ukazuje na úlohový list, pak na prsty pravé ruky, na úlohu. Levou rukou si chytí pravý malíček a prsteníček. Do pravé ruky vezme tužku, levou ukáže na zadání úlohy. Pravou rukou poposune pravítko a připraví si ho na čtverečkovaný papír. Odpočítává jednotlivé čtverečky zleva

<p>budeme mít. Takhle a mezi ním uděláme zase tu úhlopříčku. tak teďko. Jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct, třináct, čtrnáct. Teda to už je hodně. Takže tady k tomu nemá nic společného, protože tady je, tady byla už jenom jakoby sedmička a tady byla trojka, trojka, a tady dvojka. Takže k tomuhle nemá nic společného jako to první. Takže, takže už jsme přišli, proč to je takhle. A teďkon se koukneme na tu úlohu čtyři..</p>	<p><i>doprava, pak sedm čtverečků shora dolů. Úsměv. Šteluje si pravítko, pak ho odloží a zleva doprava už kreslí obvod obdélníku, pravou stranu shora dolů, dolní stranu zprava doleva, levou stranu shora dolů. Vezme si pravítko, nastaví si ho na úhlopříčku. Přidrží ho. Narýsuje úhlopříčku, dá stranou pravítko. Zakroužkuje protnuté body. Levou rukou ukazuje na zadání úlohy. Pohled na experimentátora, zakrouží hlavou. Ukáže na úlohu a dá ruku pod stůl. Pohled na experimentátora. Ukáže na další úlohu.</i></p>
---	---

Komentář:

Nejprve si Katka byla jistá, že dokáže body určit, ale při podrobném zkoumání zjistila, že se v náčrtku nevyzná, proto si zvolila opravu. Nejprve si zvýraznila obdélník, z toho důvodu, aby při rýsování úhlopříčky lépe viděla počáteční a konečný bod úhlopříčky. Nastavila si pravítko, tím že úhlopříčku několikrát obtahovala, zvýraznila ji, aby byla mezi ostatními lépe viditelná. Když srovnává dva nákresy, které již má k dispozici, uvažuje nad tím, jak by spolu mohly souviset. Nemůže na nic přijít. Rozhodne se udělat další obdélník a doufá, že se dozví víc. Po dočrtnutí dalšího obdélníku si srovnává s dvěma předchozími, najednou vykřikla: „Jo, už vim proč!“ Došlo zde k takzvanému AHA efektu. Dalo by se čekat, že to čemu právě porozuměla, řekne velice rychle, ale není tomu tak. Má v hlavě záblesk porozumění, ale aby to popsala, potřebuje k tomu čas.

Když udělá další obdélník, pravděpodobně očekává nějakou návaznost. Návaznost neodhalila, řekla, že ten poslední s tím nesouvisí, ani se nesnažila přijít na nějakou souvislost.

Už jsem se jí ani neptala a automaticky jsem jí pravítko přidržela, jak jsem v předchozím komentáři psala, je to má chyba, protože Katka stále rýsuje přes pravítko.

2.26 [11:14] EX: Ještě tam máme béčko. Udělali jsme áčko a teď je tam i béčko.	<i>Ukazuje Katce prstem na zadání úlohy. Katka na zadání ukáže levým ukazovákem.</i>
---	--

2.27 [11:20] K: Najdi obdélník, ve kterém úhlopříčka protý, protíná mříž v sedm bodech?	<i>Ukazuje si prstem na zadání.</i>
--	-------------------------------------

2.28 [11:30] EX: V sedmi bodech.	<i>Katka si drží ruce.</i>
---	----------------------------

Komentář:

Myslela jsem, že neví, jak se skloňuje číslo sedm, ale ukázalo se, že se tím ani nezabývá.

2.29 [11:32] K: Takže, v sedm bodech. Takže tady jsme jich měli jenom v pěti, tady jsme jich měli jenom v šesti, tak teď kon abysme to měli v sedmi, tak jsme zjistili, že takhle když to bylo o tu jednu, o tu jednu víc, o tu jednu trojku víc, takže to bylo o to jedno kolečko víc, takže teď, takže aby to bylo v těch, aby to bylo v těch sedm bodech, takže by to muselo být tři krát šest.	<i>Ukazuje na předchozí vyřešený obdélník s pěti body, pak se šesti body, přeskakuje z jednoho na druhý. Gestikuluje rukama. Levá ruka na jednom obdélníku, pravá na druhém. Poposedá si a kouká na úlohu. Podívá se na experimentátora. Podívá se na úlohu. Pohled na experimentátora.</i>
---	---

Komentář:

Katka očekávala souvislost s předchozí částí úlohy. Vyslovuje hypotézu a očekává, že jí řeknu svůj názor.

2.30 [12:09] EX: Tak to vyzkoušej.	<i>Podívá se na čtverečkový papír.</i>
---	--

Komentář:

Já jsem svůj názor k tomuto samozřejmě říct nechtěla, proto jsem zvolila tuto odpověď s tím, že na správnost si je schopná odpovědět sama.

2.31 [12:11] K: Takže to vyzkouším. Takže tři krát šest. Takže tady, takže tady tři a tady šest. Takže tři a jeden, dva, tři, čtyři, pět a ještě si tady udělám jeden ten, jako šest. Takže šest. Tak to udělám jako ještě sem. Takže tady bude, tady si udělám ten čtvereček. Takže teď kon to zkusíme, jestli to doopravdy bude v tých sedmi bodech. Takže teď si to spočítáme. Jeden, dva, tři, čt, tři. Jeden, dva, tři, čtyři, Teď to tady nevidim.	<i>Připraví si čtverečkovaný papír, začne si dělat obrys obdélníku tři krát šest. Nejprve si udělá tři dolů, pak odpočítává pět do strany, nezbude jí místo, načrtne si další sloupec vedle. Vzala si pravítko, připravila si ho na úhlopříčku, levý ukazovák drží pravítko, pravá ruka rýsuje úhlopříčku z pravého horního rohu do levého dolního. Odloží pravítko a kroužkuje body. Nejprve po jednom, pak udělá u jednoho bodu čtyři kroužky, gumuje.</i>
---	--

Komentář:

Automaticky si vytvořila další sloupec, který potřebovala k dodělení obdélníku, ani chvíli nezaváhala. Najednou zjistila, že jí vyšel jiný počet, než očekávala, tak se to snažila napasovat na svou teorii.

2.32 [13:25] EX: Nechceš si to udělat znovu dole?	<i>Katka se dívá na papír.</i>
--	--------------------------------

Komentář:

Vidím, že si není jistá, jak to tam má být a už to má hodně „počmárané“, ale vůbec mě nevnímala. Myslela jsem, že kdyby si to udělala znovu na čtverečkováném papíře bez dodělávaného sloupce, tak to lépe uvidí.

2.33 [13:30] K: Jeden, dva, tři, čtyři, počkat	<i>Ukazuje na bod, který předtím rozdělila na</i>
---	---

<p>tady je pět. Jeden dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, to by jich bylo osm. To by jich bylo víc. Proč teď jich tady nebylo, jak jsme to tady zjistili, když jsme to tady měli o tu jednu víc. Že proč teda tady jich bylo, teda ... jenom pět jako u tady toho Proč jich je pět jako u tady toho. To nevím. Ale tady jsem to měla dobře. To teda nevím.</p>	<p><i>více. Počítá od začátku. Zakroužkuje další bod. Počítá znovu i s bodem rozděleným na čtyři další body. Ukazuje na úhlopříčku, na předchozí obdélníky. Opět ukazuje na úhlopříčku, několikrát jí přejíždí. Vzdychne si. Ruku si opře o tužku. Levá ruka ukazuje na předchozí obdélník s pěti body. Pravá neustále přejíždí přes úhlopříčku. Pootočí papír, levou rukou si podepře hlavu.</i></p>
--	---

Komentář:

Katka se nechtěla smířit s tím, že by její hypotéza nebyla správná, dlouho koukala na úhlopříčku, jestli se někde nepřekoukla. Tím že pořád jezdila po úhlopříčce, se utvrzovala ve správnosti zobrazení bodů, kde nezjistila žádnou chybu.

Viděla jsem na ní, že už si neví rady, tak jsem jí chtěla navést, aby zkusela jiné možnosti, když jí tato nevyšla.

<p>2.34 [14:30] EX: Tak to musíme vyzkoušet asi nějak jinak, teda asi, nebo já nevím. Co tě napadá, Katko? Mě teda vůbec nic.</p>	<p><i>Katka má stále podepřenou hlavu, kouká na úlohu. Souhlasně kývne hlavou.</i></p>
--	--

Komentář:

Katka souhlasila s jiným řešením, já jsem jí nechtěla direktivně říci, ať to udělá jinak, proto jsem říkala, že já nevím a doplnila jsem otázkou, co jí napadá.

<p>2.35 [14:39] K: Tak teď bychom tedy, když to nevyšlo dopředu, tak zkusíme tři krát tři, protože jsme potom měli jenom dva krát tři a to už bylo jenom tři. Takže to zkusíme, a když</p>	<p><i>Kouká na úlohu, na předchozí řešení a ukazuje na něj tužkou. Levou rukou ukazuje na obdélník dva krát tři. Poposedne si. Ukazuje na čtverečkovaný</i></p>
---	---

<p>to nevyjde tak zkusíme místo tady toho ještě jednu víc.</p> <p>Takže tři krát tři, to bude tři a tři a to bude malinký čtvereček a kdyby jsme takhle udělali správně úhlopříčku, tak tady bychom už měli jenom dva. Tak to by nešlo. Takže zkusíme teďko místo tři krát šest, tak bysme zkusili tři krát, tři krát sedm. Takže jeden dva tři, raz, dva, raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm. Tady tři, tady sedm. Takže to zkusíme. Protože to je sedm, tak by jich určitě mělo být sedm.</p> <p>Takže, jeden dva tři čtyři pět šest sedm osm. Teď jich je zase o jednu víc. Co teda tím bylo? Já si to ještě radši spočítám, tady jich je teďkon. Tady jich je doopravdy osm, ale my jich potřebujeme sedm. Takže já to zkusím spočítat znovu jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, jeden, dva, tři, čtyři, pět šest, jeden. dva, tři, no. Dobře, proč jich bylo tady teda míň, No mám to dobře, to teda nevím jako, proč nám to nevyšlo.</p>	<p><i>papír. Udělá čtverec tři krát tři, nejprve horní stranu, levou, dolní a pravou. Úhlopříčku udělá bez použití pravítka. Zakroužkuje dva body. Nejprve zkusí odpočítat tři dolů, pak začne zleva odpočítávat sedm čtverečků, zprava doleva nakreslí stranu obdélníku, vpravo udělá tři shora dolů, dále zprava doleva udělá spodní stranu. Vezme si do ruky pravítko. Levou rukou si drží pravítko, pravou narýsuje úhlopříčku. Zakroužkuje protnuté body. Levou rukou si podepře hlavu. Vrátí se k obdélníku tři krát šest a zpět k obdélníku tři krát sedm. Přepočítává body. Znovu ukazuje na obvodové čtverečky obdélníku tři krát šest. Pak počítá i vnitřní čtverečky, tedy obsah. Přejíždí tužkou úhlopříčku. Dívá se na zadání úlohy.</i></p>
--	---

Komentář:

Katka se chce dobrat, jak to v tom funguje, organizuje si svůj vlastní výzkumný program, kdy už dopředu počítá s tím, že něco možná nevyjde, tak vyjde třeba něco jiného.

Všechny úhlopříčky dělala pomocí pravítka, ale u čtverce si jej načrtla od ruky, je to dáno tím, že zde jasně viděla, kde úhlopříčka bude.

Když jí nevyšla ani další možnost, vracela se zpět k předchozímu řešení, zda někde neudělala chybu. Jelikož byla ovlivněna svou hypotézou, musela se o správnosti několikrát přesvědčit.

2.36 [17:34] EX: Existují ještě nějaké jiné obdélníky než tři krát pět, šest.	Podívá se na experimentátora a hned na vyřešené obdélníky.
--	--

Komentář:

Ptala jsem se z toho důvodu, aby se přestala zabývat svou původní hypotézou a zkusila se zaměřit na něco jiného, kde by byla možnost správného řešení.

2.37 [17:40] K: Tak zkusíme tedy něco jiného třeba čtyřikrát šest než tři krát. Takže zkusíme tady to udělat čtyři krát, čtyři krát, čtyřikrát šest. Takže zkusím to, jestli to půjde doopravdy od sedmi. Takže jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest sedm. Je jich přesně sedm. Protože to jako bylo o tamto víc.	<i>Dívá se na zadání úlohy. Poposune si čtverečkový papír. Vlevo si odpočítá čtyři čtverečky a udělá jednu stranu, pak udělá dolní, horná a nakonec pravou stranu. Vezme si pravítko, připraví si tužku k rýsování, upraví si pravítko, udělá úhlopříčku z pravého horního rohu do levého dolního. Zakroužkuje jednotlivé body. Podívá se na experimentátora a zpět na obdélník.</i>
---	--

Komentář:

To že zvolila obdélník čtyři krát šest nebylo náhodné. Snažila se být co nejbližší řešeným obdélníkům, protože věděla, že úhlopříčka se sedmi body bude v obdélníku, který je ,co se týče velikosti, těm vyřešeným blížký.

2.38 [18:42] EX: byl tam nějaký vztah, jak jsi předtím o tom mluvila?	Dívá se na papír s řešeními, promne si nos.
--	---

2.39 [18:47] K: To já nevím. Předtím jsme jako přišli, tedy předtím jsme nám vyšlo, že tady jsme jich měli pět, tady jsme měli jich šest a najednou tady jich bylo taky pět.	<i>Pravou rukou si podpírá hlav, pak s ní ukazuje na obdélník tři krát čtyři, obtáhne úhlopříčku.</i>
---	---

<p>Nějak se to asi roztáhlo. Hm. Ale jak jsme tady měli to, tak by to hned vyšlo. Asi jak se to jako nějak hodně roztáhlo, takže to nemělo nějak asi tu stejnou úhlopříčku. Tady ty dva byly stejný, protože tam bylo jenom, takhle o tu jednu, tím pádem tam bylo jako o ten jeden řádek o to jedno kolečko víc, protože jsme to předtím měli takhle tím pádem jsme měli tam o to jedno kolečko míň, pak jsme měli takhle o dvě, tak jsme tak jak jsme měli zase nám nějak vyšlo nějak. Takže nám jich vyšlo stejně. Protože, když jsme měli takhle tohle. Tak jsme tady měli ten jeden tady, tady, akorát že my jsme tady měli jeden a oni tady měli dva. Nevím. Ale alespoň, že víme, co to tedy bylo.</p> <p>Takže to je... Takže takhle uděláme nejdřív to áčko. Takže tady: protýká.</p>	<p><i>Ukáže na obdélník tři krát pět a jeho úhlopříčku, pak na obdélník tři krát šest, na obdélník čtyři krát šest, na tři krát šest. Obtahuje úhlopříčku obdélníku tři krát čtyři a tři krát pět. Ukazuje na jednotlivé sloupce těchto obdélníků, pak na obdélník tři krát šest. Tři krát pět. Nakonec na čtyři krát šest.</i></p> <p><i>Čte si zadání, zapisuje odpověď. Podívá se na své řešení a zapisuje.</i></p>
--	--

Komentář:

Žádnou vazbu mezi jednotlivými úlohami nenašla. Nakonec pro ni bylo důležité to, že přišla na řešení.

Ovšem určitě by měla větší radost, kdyby z izolovaných modelů objevila model generický.

<p>2.40 [20:43] EX: Je tam protýká nebo protíká?</p> <p>2.41 [20:47] K: Protíká.</p> <p>2.42 [20:52] EX: A nebo protíná.</p> <p>2.43 [20:56] K: Protíná.</p> <p>2.44 [21:01] EX: To nemusíš psát celé. Stačí když tam napíšeš tři krát čtyři v kolika bodech</p> <p>2.45 [21:09] K: jo, takže tři krát čtyři takže b jako bodech. Takže tři krát čtyři jsme měli. A potom jsme měli tři krát pět, tři krát pět. Jsme měli v bodech jsme jich měli šest, šest a</p>	<p><i>Podívá se na zadání.</i></p> <p><i>znovu se podívá na zadání.</i></p> <p><i>Ukáže si na své řešení, vrátí se k zapisování, pohled ještě na řešení. Zapisuje. Kouká do náčrtku a znovu přepočítává body na úhlopříčce. Pohled do</i></p>
--	---

<p>potom jsme měli sedm krát devět to jsme měli v bodech čtrnác. Tak abychom měli takhle to bé. Sedm bodech. Sedm b jako bodech jsme měli čtyři krát šest, čtyři krát šest a už to máme.</p>	<p><i>náčrtku, přepočítá si čtverečky.</i></p>
--	--

2.2.2.ÚLOHA IV

(Viz příloha 7.)

<p>2.46 [23:00] K: Úloha 4. Takže tady máme tři, tady šest a tady jich je deset.</p>	<p><i>Dívá se na úlohu, ukazuje na jednotlivé obrázky se schody.</i></p>
---	--

Komentář:

Pohledem nejdřív úlohu analyzovala. Pak začala říkat, co vidí.

<p>2.47 [23:09] EX: Tak tady to jsou schody, ano? Tady máme tři čtverečky a je to jeden schod</p>	<p><i>Ukazuji na první obrázek.</i></p>
--	---

Komentář:

Uvědomuji si, že jsem Katce nedala prostor pro vlastní názor na úlohu. Bylo to z předchozí zkušenosti, kdy propojovala dvě úlohy, což by se zde asi nestalo, ale chtěla jsem se vyhnout komplikacím.

<p>2.48 [23:16] K: Jako tady stojíme a uděláme jeden.</p>	<p><i>Ukazuje na schod.</i></p>
--	---------------------------------

<p>2.49 [23:19] EX: a tady máme šest čtverečků a jsou to dva schody.</p>	<p><i>Katka ukazuje na obrázek.</i></p>
---	---

<p>2.50 [23:23] K: Ale kdybychom zase stáli tady, tak by to bylo tři a tady zase</p>	<p><i>Ukazuje vlevo dole na kraj obrázku a postupuje prsty po schodech. Ukáže na obrázek s jedním</i></p>
---	---

dva, no.	<i>schodem.</i>
----------	-----------------

2.51 [23:29] EX: No, ale my to teď budeme brát takhle vždycky je jeden schod.	<i>Ukazuji na jednotlivé schody.</i>
--	--------------------------------------

Komentář:

Tady další prostor pro diskuzi nebyl. Bylo potřeba ujasnit si, co budeme brát jako jeden schod.

2.52 [23:35] K: No a tady máme deset a jsou to tři schody. Dva, tři.	<i>Ukazuje na schodiště s deseti schody.</i>
---	--

2.53 [23:41] EX: A my potřebujeme zjistit, kolik čtverečků na schodišti s deseti schody, že bychom měli deset schodů.	<i>Katka odloží tužku, utře si nos.</i>
--	---

2.54 [23:50] K: Kolik musí být čtverečků na schodišti, aby bylo deset schodů. Takže tady to máme takhle tři a potom když máme tři, tak máme šest a tady jsme zase měli tři a tady je deset, takže tady je mezi tady. Takže tady máme jako čtyři a tady máme tři. A potom by bylo třináct. A to by byli čtyři schody.	<i>Mne si ruce pod stolem. Levou rukou ukazuje na první schodiště, druhé a třetí. Vezme si tužku a zapíše si čtyřku mezi druhé a třetí schodiště, trojku mezi první a druhé.</i>
---	--

2.55 [24:25] EX: Třináct? A když tam máš tři a tady jsi říkala, že máš čtyři.	<i>Ukazuji na schodiště. Katka vzdychne a levou rukou se dotýká hlavy.</i>
--	--

2.56 [24:30] K: takže tady jsme. Tady bych si to takhle namalovala tých...	<i>Poposune si list s úlohou. Sahá po čtverečkováném papíře.</i>
---	--

Komentář:

Uvědomuje si potřebu vizualizace k vyřešení této úlohy.

2.57 [24:37] **EX:** Nebudeš potřebovat nový papír?

2.58 [24:38] **K:** Asi jo.

2.59 **EX:** tak počkej.

Komentář:

Katku nenapadlo, že by potřebovala nový čtverečkovaný papír, i když měla tamten skoro celý zaplněný.

Musela přerušit natáčení, protože jsem neměla další papír po ruce.

2.3.Video III

3.01 [00:01] **K:** Takže tady si namaluju. Zkusím tady nejvíc dolů abychom to mohli dělat co nejvýš. Takže takhle máme ten jeden schod, potom tady máme druhý, třetí, čtvrtý, pátý, šestý, počkat, my jsme jich tady měli deseti. Jeden, dva, tři...

Nalevo má úlohu, napravo čtverečkovaný papír, na kterém má připravenou pravou ruku s tužkou. Levý ukazovák má opření o bradu. Položí levou ruku na stůl. Pravou ruku přesune k pravému dolnímu okraji čtverečkovaného papíru. Naznačí úhlopříčku na čtverečkovaném papíře. Zleva začne dělat jednotlivé schody. Zastaví se, počítá znovu.

Komentář:

Ruka na bradě značí zamyšlení. To že si dala ruku vlevo dolů je důkazem toho, že má určitou představu schodišti. Tuší, že bude vysoké a široké, tudíž by nebylo vhodné začít kdekoliv jinde. Pak se zastavila a chtěla zkontrolovat, jestli opravdu deset schodů nebo deset kostiček.

3.02 [00:26] EX: Deset schodů jsme měli mít.	<i>Katka kouká na schody, co právě udělala, podrbe se na nose.</i>
---	--

<p>3.03 [00:28] K: Tak to jsme měli takhle čtyři, raz, dva tři čtyři jsme měli takhle a potom a to jsme jich měli deset a to jsme měli ty tři schody, takže kdybysme udělali tamten další tak by to bylo zase plus pět.</p> <p>[00:55]Takže já už. Teďko jsem přišla na to, že, protože se to čím dál je to větší, takže to čím dál víc musí být těch kostiček, protože jsme měli tři, tak potom, když jsme měli zase ty tři, tak jsme jich měli šest. A potom museli být čtyři plus čtyři aby byly tři schody, takže by potom muselo být plus pět, aby byly čtyři schody. Takže, tak abysme měli deset schodů, takže když jsme měli takhle těch pět, abysme měli plus, kdyby sme měli plus pět, tak by to bylo patnáct, a to bysme měli jen pět schodů.</p>	<p><i>Pravá ruka ukazuje na jednotlivé schody. Udělá zadní stěnu schodiště se čtyřmi schody. Ukáže na další sloupce, tužkou ťuká na jednotlivé čtverečky sloupce.</i></p> <p><i>Poodsune čtverečkový papír a podívá se na úlohu. Zdvihne levý ukazovák. Ukazuje na schodiště se třemi schody. Ukazuje na obrázek s nejmenším schodištěm. Ruce má v klíně, kouká na úlohu. Ukáže na schodiště se třemi schody. Ukáže na čtverečkovaný papír. Dá ruce do klína, vzdychne si.</i></p> <p><i>Na levé ruce ukáže pět prstů a položí ji na stůl, zvedne ji do vzduchu, poposedne si. Opře si ji o stůl (pořád ukazuje pět prstů). Zvedne ji a dá si ji do klína. Pravá ruka je opřená o stůl. Pohled na experimentátora, obě ruce v klíně.</i></p>
--	--

Komentář:

Přišla na to, že každý další schod znamená přičíst předchozí počet plus jedna, kdy ta jedna navíc znamená další schod.

Já jsem jí v tu chvíli neporozuměla, v podstatě se snažila rovnou říct, kolik kostek by potřebovala na těch deset schodů, když už ví, jak počet kostek souvisí s počtem schodů.

3.04 [01:43] EX: Pět schodů? Já tomu teď	<i>Podívá se na úlohu, na</i>
---	-------------------------------

nerozumím, teď jsi říkala, že 3 schody a pak najednou pět schodů. Tak tomu nerozumím teda.	<i>experimentátora. Odfoukne si, podívá se na stůl a zpět na experimentátora.</i>
--	---

3.05 [01:52] K: Že když jsme měli takhle plus tři, tak protože to furt chodí takhle o ten jeden, takže to bylo takhle o ten jeden víc a potom jsme měli plus čtyři, protože se to čím dál víc zvětšuje, takže to musí být plus těch dalších. Protože kdyby sem měla dodělat další schod, tak by to bylo plus pět dalších schodů.	<i>Levou rukou ukazuje na úlohu. Na obrázek s jedním schodem, s dvěma. Drží poslední čtvereček shora na schodišti. Levou rukou ukazuje na čtyřku, kterou si zapsala mezi schodiště, pravá ukazuje na schodiště se třemi schody. Levou ruku položí na čtverečkový papír. Tužkou v pravé ruce si přejeđe přes prsty levé ruky.</i>
---	--

3.06 [02:20] EX: A to by bylo tedy kolik schodů.	<i>Pohled na experimentátora.</i>
---	-----------------------------------

Komentář:

Tím, že jsem tomu já nerozuměla a doptávala jsem se, si myslím, že si i Katka své myšlenky lépe utřídila a snadněji se v tom pak orientovala.

3.07 [02:21] K: Takže to by bylo potom čtyři, to by, to by bylo, z patnácti by byly teda potom čtyři schody, a kdyby bylo šestnáct, tak to by bylo těch pět schodů. Takže by to bylo plus šestnáct tak by to bylo, takže plus těch šestnáct schodů, takže by to bylo pět schodů. A aby jich bylo deset, takže to musí být těch šestnáct vlastně, počkat kdybysme to měli takhle dvakrát, takže by, určitě by to nešlo. Takže jsme měli takhle těch šestnáct. Takže takhle, takže máme těch deset, takže, takže, potom tak to budou, tři potom čtyři,	<i>Dívá se na úlohu, na experimentátora, na úlohu na experimentátora, mne si ruce, ukazuje na schodiště se třemi schody. Naznačí další schody. Ukáže si na levé ruce palec jako jedna. Dolů na čtverečkový papír si napíše plus šestnáct. Podívá se na experimentátora. Spojí ruce prsty k sobě, pak je zkříží. Mne si je. Zakroučí hlavou. Ukáže si šest prstů. Tužkou zvýrazňuje poslední sloupec na schodišti na čtverečkovém papíře. Kreslí další schody. Z posledního schodu dělá</i>
---	--

<p>pět, šest, sedm, osm, devět, deset schodů. Takže tohle to bude těch deset schodů. A teďkon si takhle spočítáme, kolik by to bylo. Takže, aby to bylo co nejjednodušší, tak bysme si to udělali od toho největšího. Takže tady jich máme Takže tady jich máme jedenáct. A jedenáct musíme dát takhle kdybysme tohle dali sem tak takhle bysme dávali ty kostičky, že kdybysme tak takhle bysem to takhle dávala až potom. Takže tohle bysme potom dali sem, takže tím pádem to musíme udělat šestkrát. Takže šest krát jedenáct. Bysem to takhle udělala, protože takhle, protože od těch nejmenších tak ty nejmenší plus ty největší by dohromady dali úplně ten největší., takže ten největší má prostě nulu. Takže to musíme udělat teda šest krát jedenáct. Ale šest krát jedenáct ještě nedáváme.</p>	<p><i>kolmici dolů. Levou rukou ukáže na celý schodiště. Zdvihne levý ukazovák a podívá se na experimentátora. Padá jí papír, chytne ho a vrátí na stůl. Po čtverečkách počítá největší sloupec. Ukáže na jeden čtvereček vpravo dole a na předposlední sloupec, na druhý sloupec a devátý. Postupuje po jednom sloupci pravou rukou shora dole levou rukou zdola nahoru uprostřed se ruce sejdou. Nechá tam ukazovák levé ruky. Stoupne si. Počítá sloupce od půlky. Ukazuje na schody. Krouží nad první polovinou schodiště, pak nad druhou polovinou schodiště, dá ruce na sebe, pravou ruku zdvihne. Podívá se na experimentátora, položí tužku. Dá ruce do klína, usměje se, zakrouží hlavou.</i></p>
--	--

Komentář:

Na začátku měla dobrou hypotézu, ale pak se do toho trochu zamotala. Já jsem se v průběhu ztratila a nechápala jsem, kde vzala těch šestnáct. Pak chtěla dát dvakrát šestnáct, nevím, co tím myslela, ale tím, že řekla že by to nešlo, tak jsem se k tomu už nevyjadřovala.

Na celé schodiště pak přišla snadno tím, že si to nakreslila. Ovšem když si to začala zjednodušovat přehazováním čtverečků bylo jasné, že do tohoto tvaru dobře vidí. Vytvořila si obdélník orientovaný na výšku, který si reálně nemusela ani nakreslit. Viděla to ve své hlavě, dokázala si to představit. Proto pro ní bylo snadné přijít, kolik sloupců po jedenácti bude potřebovat. Problém nastal s tím, že to neuměla vynásobit.

3.08 [04:57] EX: A kolik umíš.	<i>Dívá se na experimentátora.</i>
---------------------------------------	------------------------------------

3.09 [05:00] K: My to na tabulce máme ještě deset krát deset.	<i>Pohled do stropu. Pohled na experimentátora, do kamery, na experimentátora.</i>
--	--

3.10 [05:05] EX: A šest krát deset bys věděla?	<i>Dívá se na experimentátora.</i>
---	------------------------------------

Komentář:

Návodnými otázkami jsem chtěla, aby si uvědomila, že to spočítat umí. Možná by stačilo, kdybych se zeptala, jestli by si s tím dokázala pomoci, nějak to rozdělit.

3.11 [05:06] K: Šest krát deset to bysem věděla, protože šest krát je šedesát. My to máme deset krát deset nejvíc.	<i>Kouká na experimentátora, do kamery, na experimentátora.</i>
---	---

3.12 [05:15] EX: Tak když šest krát deset je šedesát a my jsme měli jedenáct, takže ještě plus jednou šest.	<i>Upřeně se dívá na experimentátora. Ještě než to dořeknu, skočí mi do řeči.</i>
--	---

Komentář:

Dodatek byl zbytečný, ona by na to určitě přišla sama, že stačí přičíst jednou šest.

3.13 [05:20] K: Takže šedesát plus šest je šedesát šest, takže bychom museli mít šedesát šest kostiček.	<i>Pod stolem si mne ruce. Pohled na stůl, na experimentátora.</i>
3.14 [05:35] EX: Hmm. No tak...	
3.15 [05:36] K: takže, Takže tam napíšu šedesát šest kostek.	

- 3.16 [05:52] **EX:** Když si teď uvědomíš ty dvě poslední úlohy, která pro tebe byla těžší?
- 3.17 [05:59] **K:** Pro mě myslím, že byly obě dvě stejné.
- 3.18 [06:05] **EX:**stejně těžké? Byly těžké nebo lehké.
- 3.19 [06:10] **K:** Byly takové akorát.
- 3.20 [06:12] **EX:** Takové akorát.
- 3.21 [06:13] **K:** Jako tamty všechny úlohy, které jsem zatím dělala.
- 3.22 [06:17] **EX:** Takže všechny ty, co jsi teď dělala byly takové akorát. Tak já ti moc děkuju.

Hodnocení Katky:

Katka patří mezi bystré žáky. Do všech úloh měla dobrý vhled. Když bylo dobře formulované zadání, začala okamžitě pracovat. Nepotřebovala pobízet ke slovnímu komentáři, mluvila sama od sebe, je to její přirozenost a potřeba. Akustická opora jí podporuje myšlení, třídí si přitom myšlenky. Při přemýšlení se také dívala do stěny, například při násobení. Představovala si obraz, který jí pomáhal snadněji úlohu spočítat a odpoutat se od rušivých elementů.

Umí propojovat znalosti a zkušenosti z různých situací. Očekává vazby mezi jednotlivými úlohami, což jí usnadňuje objevování generických modelů.

Ráda se zabývá úlohami, které jsou pro ni nové, neznámé. Jsou pro ni výzvou. Všechna svá tvrzení se snaží opřít o nějaká fakta, aby si obhájila správnost řešení. Její přirozenou potřebou je zdokonalovat se, a to ji vede k rozvíjení nejen logického myšlení.

Sebehodnocení experimentátora:

Úlohy jsem tvořila barevné, aby motivovaly žáky k řešení a pro lepší orientaci. Zadání mělo být krátké a výstižné. Bohužel u úlohy dvě bylo jen krátké. Formulace byla matoucí a vysvětlování zadání bylo složité.

U tohoto experimentu jsem se snažila příliš nemluvit a nezasahovat tak do myšlení dítěte. Nedařilo se mi to vše úplně podle mých představ, protože jsem se někdy snažila Katku nasměrovat tam, kam jsem chtěla já. Bylo to způsobeno její touhou po poznání, kdy se vzdalovala od zadání.

Jak bych pracovala s takovýmto žákem?

Katka potřebuje dostatek nových podnětů, aby se dále rozvíjela. Důležitý je prostor pro samostatné objevování, což jí motivuje k další činnosti, proto by měla řešit dostatek gradovaných úloh. Učitel takového žaka potřebuje jak lehčí, tak těžší úlohy, protože nemůže počítat s tím, že by do všech úloh měla ihned dobrý vhled, jako se stalo u zeleného dvora v úloze číslo dva. Samozřejmě to učitel má, protože ve třídě není jen jeden žák. Nesmím také zapomenout motivaci pochvalou, která podpoří radost z objevování.

Dodatek:

S Katkou jsem pracovala ještě o pět měsíců později, kdy jsem se s ní vrátila k úloze číslo dva, kterou předtím nevyřešila celou. Připravila jsem jí navádějící úlohu, která měla napovědět řešení nedořešeného tvaru. (Viz příloha 8.)

Při řešení už Katka nehledala spojitost mezi jednotlivými tvary. Bylo to dáno velkým časovým odstupem. Otázkami jsem ji vedla k uvědomění si podobnosti jednotlivých tvarů a ona na základě toho objevila mezi nimi vztah. (Viz příloha 8.)

Úlohy jedna až čtyři jsem dala žákovi ze stejné třídy jako je Katka. Přepis videa najdeme v příloze. V krátkém srovnání je vidět, že co se týče rychlosti myšlení, je na tom Katka lépe. Katka umí argumentovat a vysvětlit postupy, v čemž chlapec příliš nevyňikal. Chlapec se do úloh také dobře vpravoval, ale když si s něčím nevěděl rady, tak se nenechal dovést k dalším možnostem řešení. Někdy si z toho dělal legraci. Poučená z předchozích zkušeností jsem mu rozdělila úlohu tři a čtyři na zvláštní list papíru. K úloze číslo dvě měl k dispozici už vystříhané růžky. Mezi úlohami měl desetiminutovou pauzu, kterou místo odpočinku využil k vymýšlení dalšího řešení. Vycházelo to z jeho vnitřní potřeby, kdyby ne, tak by se do dalšího způsobu řešení nepustil. (Viz příloha 9)

3. Čtyřúhelník a jeho úhlopříčka

3.1. Čtverec

(Viz příloha 10)

V kolika bodech protíná mříž čtyřúhelníku n krát n ?

Tato úloha pro mě byla velmi jednoduchá. Udělala jsem si tři čtverce, které jsem si ani nemusela ohraničovat. Na čtverečkovaném papíře jsem je viděla. Vyvození obecného

vzorci mi také nedělalo problémy. Všimla jsem si, že počet bodů protínajících mříž je o jednu menší, než jedna strana. Tudíž vzorec byl:

Pro $n \times n$ je počet mřížových bodů $n - 1$.

3.2. Obdélník, jehož strany jsou nesoudělné:

Viz příloha 10, 11.)

V kolika bodech protíná mříž úhlopříčka obdélník n krát m , kdy n a m jsou čísla nesoudělná:

- 1) $1 \times m$
- 2) $2 \times m$
- 3) $3 \times m$
- 4) $4 \times m$
- 5) $5 \times m$ atd.

Tuto úlohu jsem řešila, abych lépe porozuměla úloze zadané dětem. Za prvé abych věděla správné řešení, za druhé, abych dokázala porozumět tomu, co probíhá v hlavě dítěte.

Jak jsem řešila:

Řešila jsem od nejmenších k obdélníkům k větším. Udělala jsem si tabulku, kdy n bylo jedna až sedm, m bylo dva až devět. Proč m až od dvou? Protože by mi to v tabulce v ničem nepomohlo, akorát by se mi opakovala stejná řešení.

Nejprve jsem řešila obdélníky, kdy n bylo jedna. Udělala jsem si dva obdélníky a hned jsem věděla, jak bude řada pokračovat. U obdélníku, kdy n bylo dva, jsem si udělala šest obdélníků, včetně těch soudělných. Když jsem si to uvědomila, škrtla jsem je a výsledek nezapsala do tabulky. Dále jsem dělala obdélníky tři krát m , to jsem si nakreslila čtyři obdélníky. V této chvíli jsem už věděla, jak řada čísel bude pokračovat, ale pro jistotu jsem si nakreslila ještě další. U n čtyři krát m jsem si udělala tři obdélníky, u n pět krát m jsem také udělala tři. Věděla jsem, jak pokračují čísla v tabulce, všimla jsem si, že se posouvají po úhlopříčce, ve sloupci se posouvají o jednu, stejně tak jako v řádku. Pokud ovšem mezi nimi nebylo soudělné číslo. Místo něho tam byl křížek, ale kdybych si tam to číslo domyslela, vycházelo by to o jednu. Nicméně na obecný vzorec, pro všechna nesoudělná n krát m , mi nešlo přijít. Nejvíce mě mátl jedna krát m , kdy počet protnutých bodů bylo m

mínus jedna. Vůbec jsem si s tím nevěděla rady, tak jsem se zeptala svého přítele, jestli by mi pomohl. On mi odpověděl, že matematice vůbec nerozumí, načež jsem mu odpověděla, že to nevadí, třeba ho napadne něco, čím mi pomůže. Vysvětlovala jsem mu, na co všechno jsem přišla, jak to funguje v mé tabulce. On mi řekl, že vůbec netuší, o čem mluvím. Nakonec mi pomohl jen posloucháním mých myšlenek. Jak jsem o tom mluvila nahlas, došlo mi to. Vždyť je to vždycky mínus dva. Měla jsem obrovskou radost. Vzoreček zní takto:

Pro $n \times m$ je počet mřížových bodů $m + (n - 2)$.

3.3. Čtyřúhelník, jehož strany mohou být soudělné.

(Viz příloha 12 – 16)

Úloha: V kolika bodech protne úhlopříčka obdélníku (ev. čtverce) mříž, jestliže máme:

$2n, 3n, 4n, 6n$

Řešení:

Řešení této úlohy pro mě bylo zprvu celkem těžké, nevím, čím to bylo, ale dokázala jsem přijít $2n$, i na vzoreček (pro nesoudělná bylo $2n=n$, pro soudělná $2n = n - 1$), pak následovalo $3n$ a vzoreček (nesoudělná $3n = n + 1$, soudělná $3n = n - 1$), ale přišel mi divný a nedával mi smysl při porovnání s $2n$. Nicméně jsem to ten den vzdala, že se na to podívám jindy, druhý den jsem se k tomu vrátila a dodělala jsem $4n$, ale nemohla jsem vymyslet vzoreček. Opět jsem od toho odešla s tím, že mě časem třeba něco napadne. Vrátila jsem se k tomu opět za další dva dny. Koukala jsem na to opět bez nápadu, ale říkala jsem si, že v tom nevidím ani ty vzorečky, na které jsem přišla v jednodušší úloze (kdy byla dána podmínka, že n musí být nesoudělná). Když jsem se na to pak podívala, už mi to došlo. Starý vzoreček jsem v tom novém opět viděla, dokonce jsem přišla na to, jak to chodí u soudělných ($mn=n-1$), ale u čísel, které nejsou násobkem m , ale dané číslo m je jejich násobkem, jsou ještě další podmínky, na které jsem zatím ještě nepřišla, ale myslím, že když se k tomu další dny zase vrátím, přijdu na to. Potřebovala bych si udělat více izolovaných modelů, abych odkryla vazbu.

Nakonec jsem zjistila, že nešlo izolované modely. Pan profesor Hejný mi ukázal záznam jednotlivých mřížových bodů, kdy se odlišně značily body na svislých a vodorovných. (Viz příloha 17.)

Obecný vzorec zní:

$m + n - 2 - M$, kdy m a n jsou velikosti stran, M sou společné mřížové body svislých a vodorovných čar.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo poznávání žáků, zejména jejich způsobu myšlení a řešitelských strategií. Celá práce byla k tomuto cíli směřována. Zároveň jsem se dozvěděla spoustu informací o sobě samé, k čemuž přispěl především rozbor videozáznamů.

Analýza videozáznamů mě posunula o velký krok vpřed. Díky tomu se na žáky dívám jiným pohledem než dřív. O žačce, o které jsem si myslela, že jen bloumá pohledem a čeká, až někdo něco vymyslí za ní, jsem zjistila něco jiného. Ona opravdu celou dobu přemýšlí, jen jí to trvá déle. Proto to na učitele může působit dojmem lenosti a lhostejnosti.

Při zpětném pohledu sama na sebe objevuji řadu nedostatků. Jedním z nich je časté používání výrazů obecné češtiny. Dalším výrazným nedostatkem je, že nedávám žákům dostatek prostoru pro samostatné myšlení. Občas jim skočím do řeči a směřuji je za svým cílem. Pro svůj další rozvoj bych se chtěla naučit nenadhodnocovat svůj plán a nechat žáky, ať se rozvíjí směrem, kterým potřebují oni.

Provedení této práce mě velmi obohatilo. Uvědomila jsem si své nedostatky, na kterých bych chtěla systematicky pracovat a postupně je odstraňovat. Do budoucna se mi otevírají možnosti podrobně analyzovat části, které jsou uvedeny v příloze, a tak se zdokonalovat v pohledu na žáky.

LITERATURA A INFORMAČNÍ ZDROJE

HEJNÝ, M. Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně, Praha: Univerzita Karlova v Praze, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HERMAN, J. a kol. Matematika – Dělitelnost, Praha: Prometheus, 2003. ISBN 80-7196-261-9

Dějiny matematiky [Citace: 20. únor 2015] Dostupné z WWW: http://eamos.pf.jcu.cz/amos/kat_mat/externi/kat_mat_79168/dm_komplet.pdf

Izomorfismus. *Wikipedie, otevřená encyklopedie*. [Online] [Citace: 20. únor 2015] Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Izomorfismus>

Konceptualizace. [Citace: 20. únor 2015] Dostupné z WWW: <http://slovník-cizich-slov.abz.cz/web.php/slovo/konceptualizace>

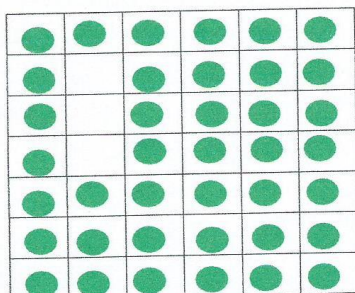
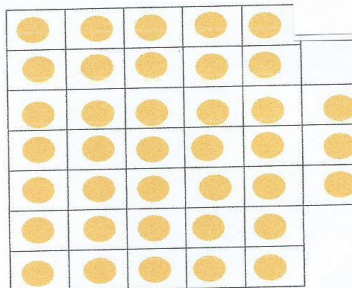
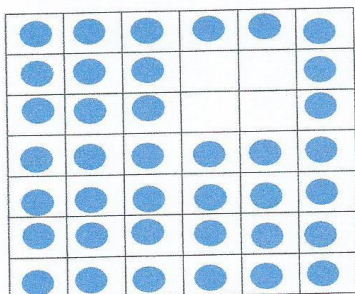
Vizualizace. *Wikipedie, otevřená encyklopedie*. [Citace: 24. února 2015] Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Vizualizace>

Přílohy

Příloha 1

Úloha I:

Jm
Třic



Jakých teček je nejvíce a kterých nejméně? Proč?

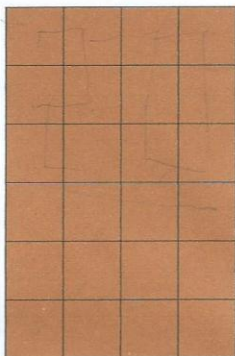
*V modrých je 38 teček, a v žlutých 38
teček, a v zelených 39.*

Příloha 2

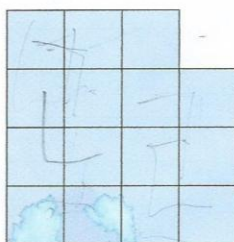
Úloha II:

Které pole může zůstat prázdné?

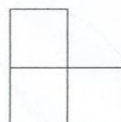
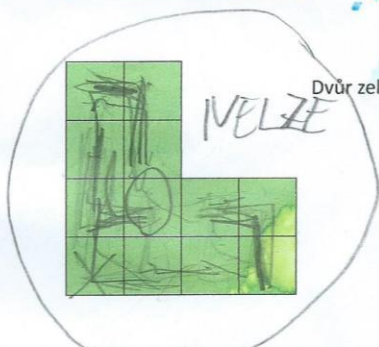
Dvůr hnědý



Dvůr modrý

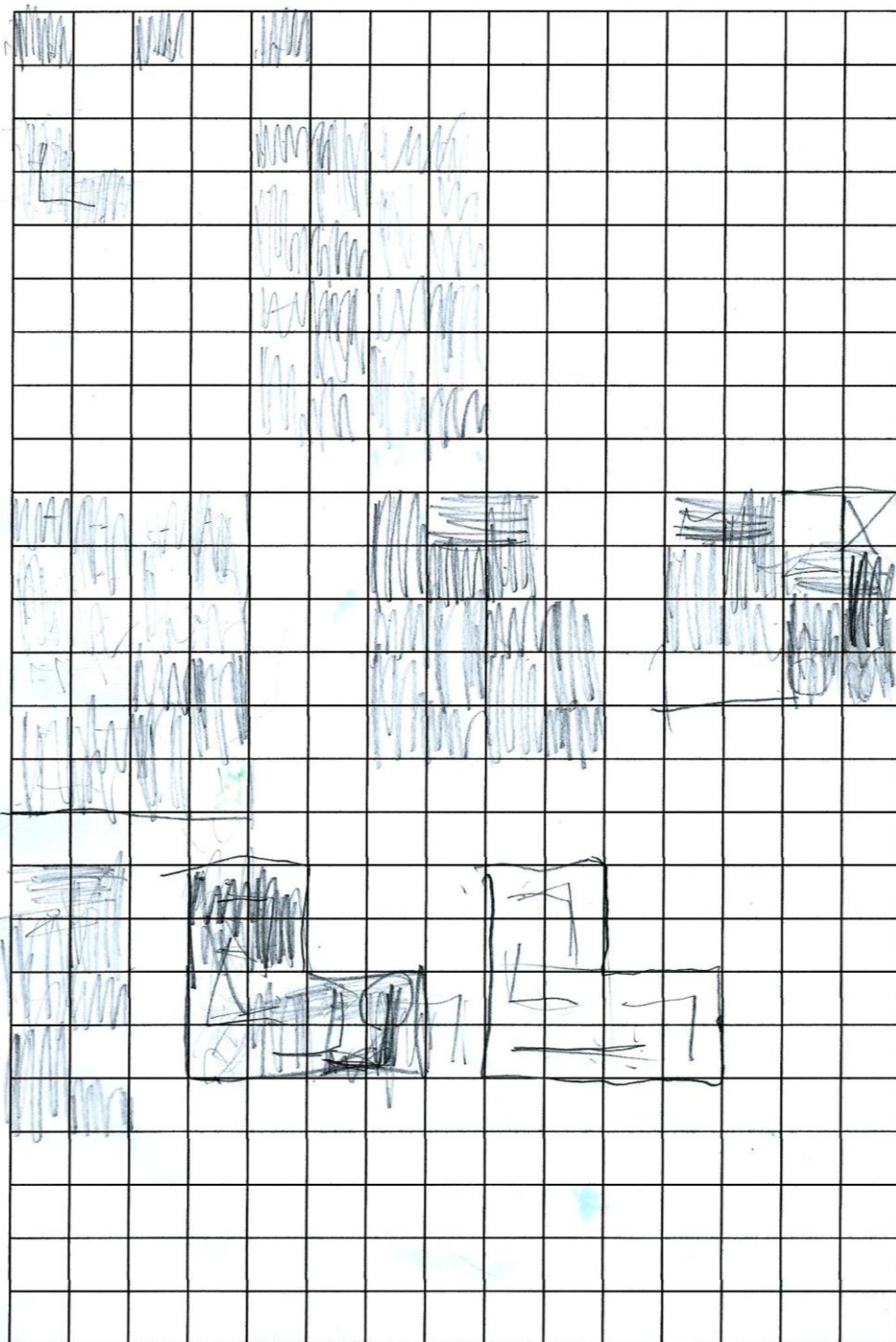


Dvůr zelený

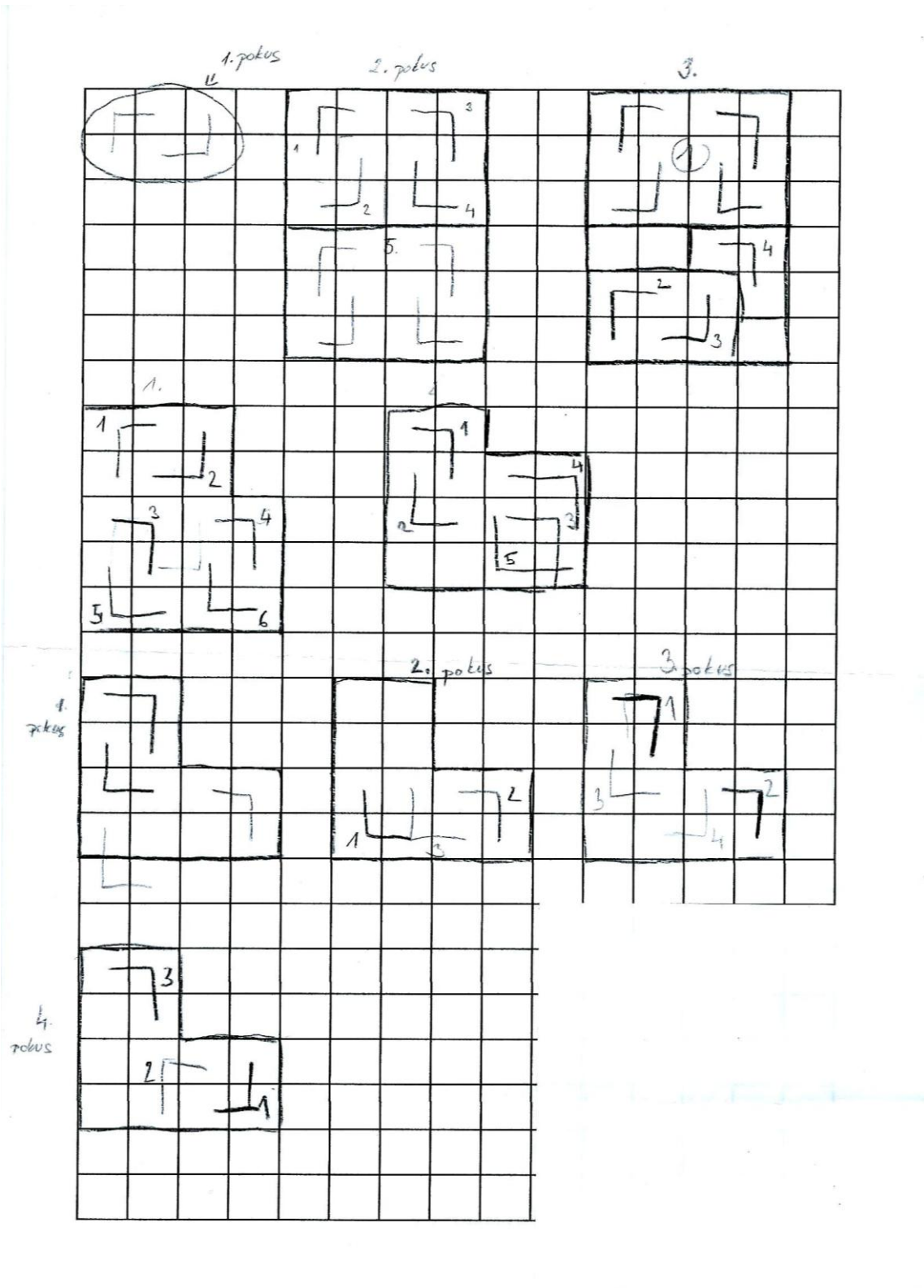


Jak jsem řešil/a:

Příloha 3



Příloha 4

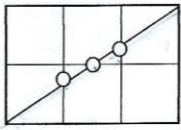


Příloha 5

Úloha III:

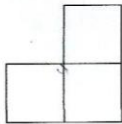
- a) V kolika bodech protíná úhlopříčka mříž obdélníku 3×4 , 3×5 , 7×9 ?
b) Najdi obdélník, ve kterém úhlopříčka protíná mříž v 7 bodech?

Ilustrace:



A) Probykáš
 3×4 b. 5; 3×5 b. 6; 7×9 b. 14.
b) 7×4 b. 6.

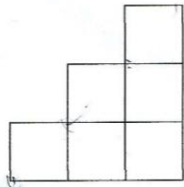
Úloha IV:



3

3

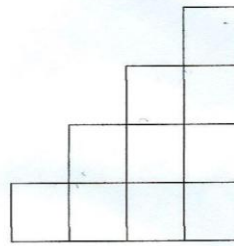
1 schod



6

6

2 schody



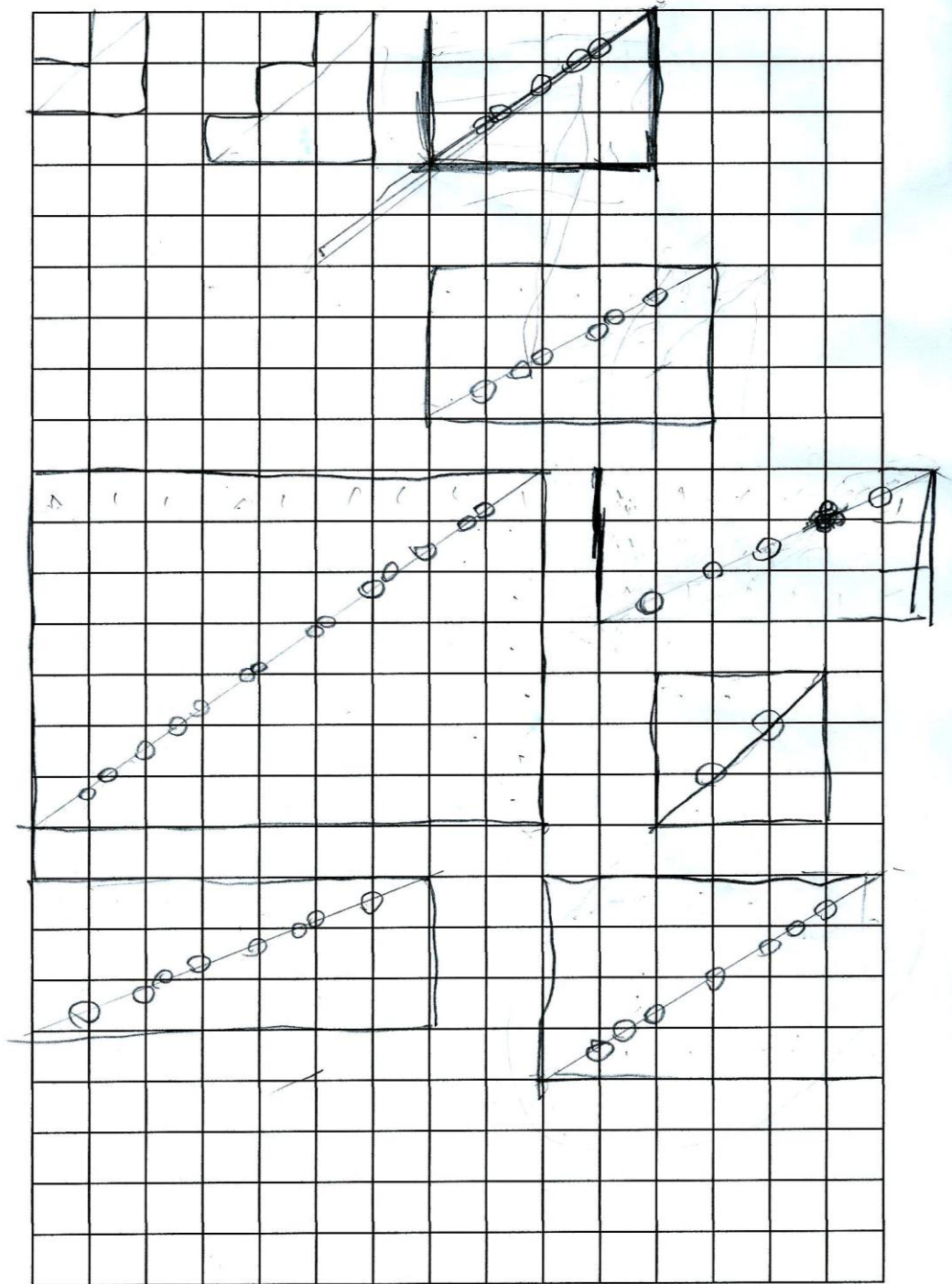
10

3 schody

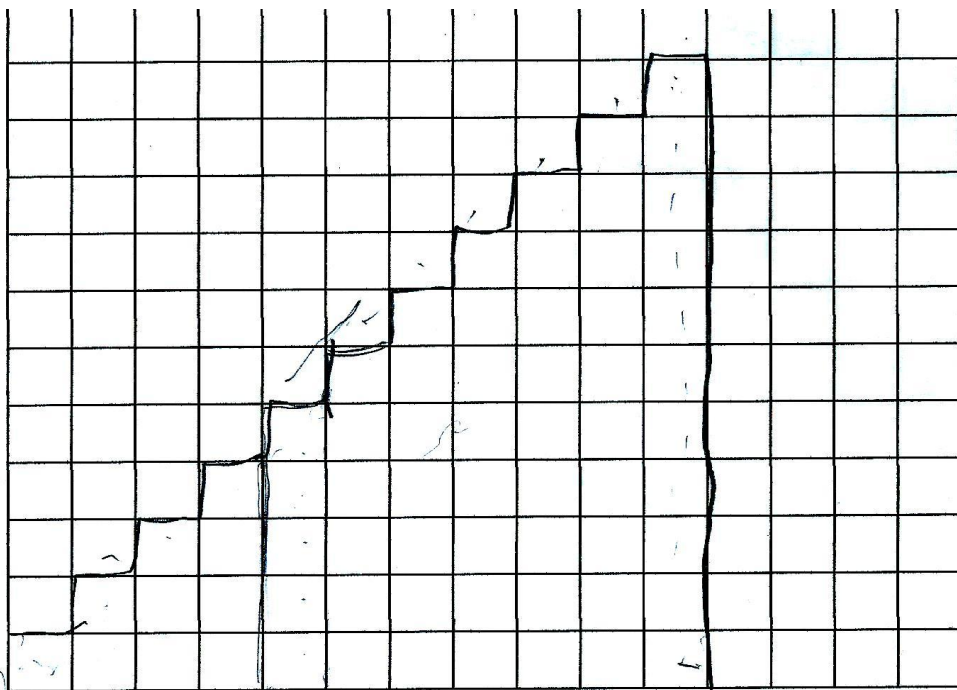
Kolik je na schodišti s 10 schody?

66. kostek

Příloha 6



Příloha 7



+ 10

Příloha 8

- 4.01 U: Katko, já jsem ti tady připravila jednu úlohu navíc a ty zkusíš zase položit ty růžky. Ano?
- 4.02 K: Tady
- 4.03 U: Tady ty růžky do tohoto útvaru. Jako parkety.
- 4.04 K: Tady to ne.
- 4.05 U: Jenom to co je vybarvené. A domluvíme se, víš jak se značí růžek? Když ho chceš vyznačit.
- 4.06 K: Může se takhle se značí.
- 4.07 U: Ano. Abychom i později věděli, jak jsme to tam dělali. Ano?
- 4.08 K: Tak já si zase ten bílý otočím, takže bude takovýhle, takhle si to zkusím, ještě takhle takhle. A mám všechny růžky hotové.
- 4.09 U: Ehm, tak a teď zkusíme jestli nám nevyjde i ten zelený růžek ten původní. Jak jsi napsala, že nelze. Tak jestli to zkusíš znova. Jestli třeba na něco nepřijdeš. Už do tam do toho, prosíme už ne. Kdyžtak si ho nakresli.
- 4.10 K: to zase nevyšlo, tak to zkusím jinak...
- 4.11 U: Má něco ten, co teď děláš společného s tím, zeleným, nakresleným?
- 4.12 K: No, má společný tenhle ten růžek, tenhle ten růžek. Teď mi to vychází. Takhle, takhle. Teď mi to vyšlo takhle, takhle, takhle, a takhle. Vyšlo mi to.
- 4.13 U: Jak je to možné, že ti to teď vyšlo?
- 4.14 K: Protože předtím jsem furt přemýšlela nějak jinak. Teď jak jsi mi poradila, že to mám zkusit, jak jsem dělala tohle, tak jsem si já řekla, co má tady s tím společného. Má tady ty dva růžky společné. Teď jsem si to takhle udělala a pak najednou mi tady to vyšlo. Že takhle a takhle. A předtím mi to nevyšlo, protože jsem buďto začínala od prava nebo od shora. Ale nikdy jsem neskusila ty rohy jako tady u toho.
- 4.15 U: Chtěla, bys k tomu ještě něco říct?
- 4.16 K: (kroučí hlavou, že ne)
- 4.17 U: Dobře. Tak se vrhneme na ten modrý, jestli se nám povede správně odhadnout ten tvar. Ano? Můžeš si ho tady zase nakreslit?
- 4.18 K: (pracuje a mluví si pro sebe – takhle.. ne)
- 4.19 U: Já se teď v tom nevyznám, jak to máš teď? Tak zkus ještě jednou si ho nakreslit.
- 4.20 K: Teďko... Jak to tady je? Počkat, tady tady nejde.
- 4.21 U: Katko, řekni mi, co ti pomohlo u toho předchozího?
- 4.22 K: Že jsem udělala, že jsem si tady podle toho udělala takhle ty rohy. A teď by to šlo teda jenom takhle. Takhle by to šlo. Takhle.. tady zase... takhle, počkat, takhle, takhle, takhle, a teď takhle a mám to znovu.
- 4.23 U: Já teď nepoznám co k čemu patří, můžeš to zvýraznit. Jak jsme se učili teď zvýrazňovat, nebo vyznačit. Tak to tam vyznač, tak jak jsi říkala, že se to vyznačuje. Víš, tady tímhle. Aby bylo jasné, jak to patří.
- 4.24 K: A vyšlo to znovu.
- 4.25 U: tak vyšlo to?
- 4.26 K: Ehm.
- 4.27 U: Katko, řekni mi jaké to bylo se dívat tady no tu úlohu s takovým odstupem času? Když už jsi tamto řešila, nepodařilo se, tak jak se ti to řešilo teď?
- 4.28 K: Řešilo se mi t stejně, když jsem si znovu zas udělala ty rohy, tak už to znovu vyšlo, jako u tady toho, tady mi to taky nešlo a pak, když jsem si udělala ty rohy, a pak to najednou šlo. A to jsem tady před tím psala, že to nejde. Protože jsem si tam nezkusila ty rohy.

4.29 U: takže, když ses na to podívala s odstupem času, pomohlo ti to?

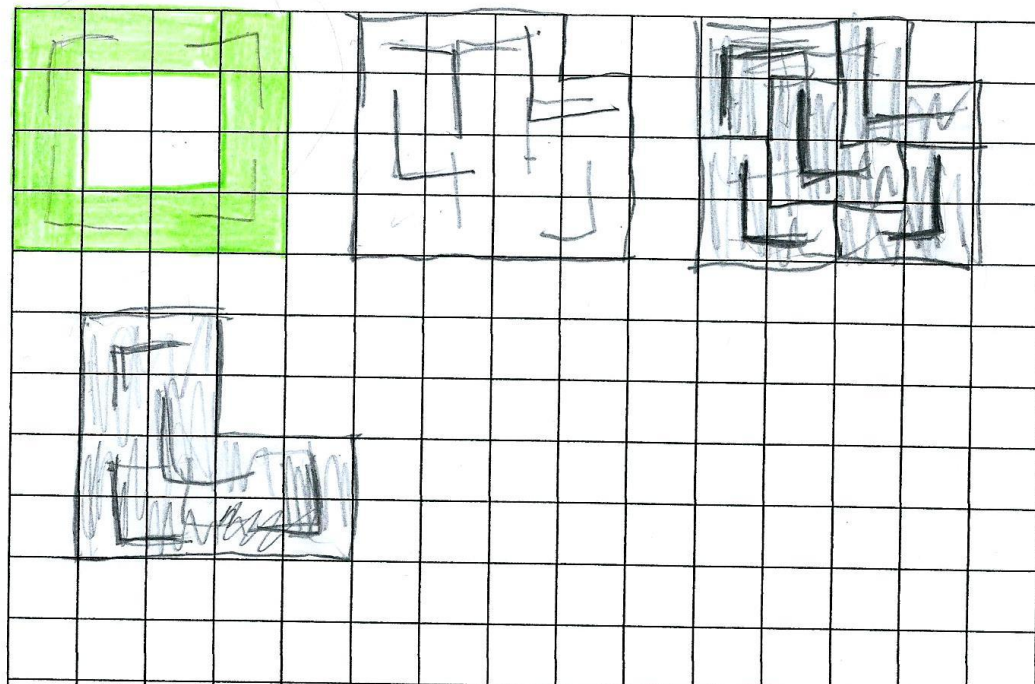
4.30 K: (Kýve hlavou, že ano.)

4.31 U: když jsi měla čas o tom přemýšlet.

4.32 K: Ehm.

4.33 U: Přemýšlela jsi o tom někdy? O těch úlohách.

4.34 K: No, teď kon, když jsem přemýšlela tak mi to šlo, ale pak když jsem udělala ty rohy, tak mi to šlo.



Příloha 9

Video I

- 1.01 **U:** Huberte, já ti tady dám úlohu číslo 1. Tady se nezapomeň podepsat a napsat do jaké třídy chodíš, ano?
- 1.02 **H:** Ano.
- 1.03 **U:** Tam dole je nasáno zadání. (Hubert totiž koukal nahoru a nevěděl)
- 1.04 **H:** (potichu si čte zadání a začíná počítat bez povídání)
- 1.05 **U:** Tak jak tomu rozumíš, Huberte?
- 1.06 **H:** Já tomu rozumím tak, že bych si měl spočítat ty tečky a která, kde je teček nejvíc a kde nejmíň.
- 1.07 **U:** Ehm, dobře.
- 1.08 **H:** (potichu počítá) Tady jich je 42.
- 1.09 **U:** 42 těch modrých teček?
- 1.10 **H:** Ano.
- 1.11 **U:** Počítal jsi jen modré tečky, nebo jsi počítal i ta volná políčka?
- 1.12 **H:** Já jsem si počítal i tady ty volná políčka, kdybych náhodou, jsem si řekl, že spočítám nejdřív všechny i s těma bílýma políčkama a potom si odečtu počet těch bílých políček. A těch bílých políček jich je tu čtyři a modrých teček je 42.
- 1.13 **U:** Zkus si to ještě zkontrolovat.
- 1.14 **H:** Je jich tam celkem 42 i s tadydle těma.
- 1.15 **U:** Ehm, takže bez těch volných políček, jenom těch modrých teček je kolik?
- 1.16 **H:** Je 28.
- 1.17 **U:** Jsi říkal 42 a jak jsi to počítal, 42...
- 1.18 **H:** já jsem si to počítal nejdřív tak, že jsem si udělal okolo a potom jsem až udělal to uvnitř, ale to mi nevyšlo, protože jsem si nezapamatoval pořádně, jestli jsem tady tu tečku počítal nebo ne.
- 1.19 **U:** Ehm, takže celkem jich je 42 jsi říkal a mínus tedy....
- 1.20 **H:** ty čtyři volné je jich 28.
- 1.21 **U:** 42 – 4 je...
- 1.22 **H:** 28
- 1.23 **U:** Určitě?
- 1.24 **H:** Ne... 38.
- 1.25 **U:** Dobře, tak jestli si to chceš napsat dolů tak si to napiš, nebo můžeme rovnou ... (už píše)
- 1.26 **U:** Kterým budeš pokračovat?
- 1.27 **H:** Žlutým.
- 1.28 **U:** Ehm.
- 1.29 **H:** Tady jich je dohromady 38. Taky.
- 1.30 **U:** Taky?
- 1.31 **H:** Ehm.
- 1.32 **U:** Jak to, že jich je tam zase 38? Jak je to možné?
- 1.33 **H:** Já jsem si odpočítal tady ty (ukazuje na předchozí prázdná políčka), a tady jich je jeden, dva tři, 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,
14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35, 36, 37,38
- 1.34 **U:** Dobře.
- 1.35 **H:** (Ihned zapisuje výsledek k obrázku)

- 1.36 **U:** Tak, teď máme...
- 1.37 **H:** Poslední zelené tečky.35,36,37...40 Tady jich je 40 teček. Bez těchletěch bílých jich je tam 40 celkem.
- 1.38 **U:** A počítal jsi to i s těmi bílými nebo ne?
- 1.39 **H:** Ne. Teďka bez bílých jsem počítal.
- 1.40 **U:** A spočítal jsi to určitě správně? Nebo si to radši zkontroluješ.
- 1.41 **H:** Radši si to zkontroluju. Raz, dva tři, 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13, 14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24, 25, 26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36, 37,38
- 1.42 **U:** Vyšel ti stejný výsledek?
- 1.43 **H:** Ne jenom o jednu větší.
- 1.44 **U:** Ti vyšlo před tím.
- 1.45 **H:** Tak tady jich je 38, teda 39.
- 1.46 **U:** A dokázal by jsi vymyslet nějaký zlepšovák, aby se to počítalo rychleji? Abys to nemusel počítat takto po jedné tečce.
- 1.47 **H:** Já bych to udělal tak, že si spočítám 1,2,3,4,5 a 1,2,3,4,5,6,7. A... Počkat, tady jich je 5 a 5 x 7 je těch... 5x7, 5, 10, 15,20,25,30,35. 35 jich je dohromady těch teček a 35 +3 je 38.
- 1.48 **U:** A jak bys to dělal třeba u těch modrých?
- 1.49 **H:** U těch modrých bych si spočítal raz, dva, 3,4,5,6,7 ; raz, dva, 3,4,5 a dva, 3,4,5,6 a 5 x 6 je
- 1.50 **U:** kolik jich tam je v tom sloupci, těch teček?
- 1.51 **H:** Jeden, dva, 3,4,5,6,7. Ale já jsem si vynechal tady ty protože tady jsou ještě tyhle (prázdné) tečky. Takže si řekneme jenom 5 x 6 a až potom si k tomu přičteme tady těch raz, dva, 3,4,5 a potom si přičteme raz dva, 3,4,5,6,7,8, a vyjde nám výsledek.
- 1.52 **U:** Ehm, tak a vyšlo by nám to stejně? 6x5 je tedy...
- 1.53 **H:** 6x5 je.... Ne vyšlo... protože.. Vyšlo, protože potom si přičteme těch.. Protože 6 x 5 je těch 30 a 30 plus těchhle 8 je 38.
- 1.54 **U:** A u toho zeleného by jsi postupoval jak?
- 1.55 **H:** U toho zeleného bych postupoval stejně, jenom bych nevynechal tady ty dvě políčka, ale vynechal bych 3 políčka.
- 1.56 **U:** Ehm. A zkusil bys mi to ukázat, jak bys to počítal?
- 1.57 **H:** Počítal bych to: raz, dva, 3,4,5,6 , raz, dva, 3,4 a ...raz, dva, 3,4,5,6.... A 6 x 4 je těch Je 20 vim , že je to 20... 6x4, takže 6x4 4,8,12,16 16 to je ne...
- 1.58 **U:** říkal jsi 6x4
- 1.59 **H:** No, 6x4 ne 4x4. 4,8,12,16,20,24. 24teček a 24 + 1,2,3...15. 28+15 je 34.
- 1.60 **U:** Ty jsi říkal 24 + 15.
- 1.61 **H:** 24 + 15 si spočítám 20 + 15 si rozdělím na 5 a 10. A když si vezmu 20 + 10, je... teda 28 těch 24 +10 je 34 a 34 plus těch zbývajících 5 je 39.
- 1.62 **U:** tak dobře. Byla tato úloha pro tebe jednoduchá nebo těžká?
- 1.63 **H:** Jednoduchá.
- 1.64 **U:** Jednoduchá. Počítala se ti dobře?
- 1.65 **H:** Ano.

Video II

- 2.01 **U:** Podívej se na úlohu druhou. Zadání je nahoře.
- 2.02 **H:** Úloha 2. Kte, které pol, pole může zůstat prázdné?

- 2.03 **U:** Viš co je to políčko? Jedno políčko?
- 2.04 **H:** Políčko je tadyhle to.
- 2.05 **U:** Ehm. A co to je za tvar, věděl bys?
- 2.06 **H:** Obdélník. Tedy jedno políčko je čtverec a celý tadyto je obdélník.
- 2.07 **U:** Co myslíš, že tady budeme dělat?
- 2.08 **H:** Já jsem to pochopil tak, že když které pole může zůstat prázdné, tak jsem si řekl, hnědá dvůr. Tak jsem si řekl třeba, když je to hnědý dvůr, tak může zůstat prázdné nějaké u kraje, protože na dvůr se jde dveřmi a vrata, kterými se jde na dvůr, nemůžou být uprostřed dvora.
- 2.09 **U:** Tak a dělali jste s paní učitelkou už parkety?
- 2.10 **H:** Dělali.
- 2.11 **U:** Tak my tam máme vpravo růžek, vidíš? Tvým úkolem je položit více růžků samozřejmě do těch dvorů různých, co tam jsou, a zkusit, jestli to půjde úplně celé položit a jestli to půjde udělat tak, aby zůstalo nějaké prázdné.
- 2.12 **H:** Ehm, takže tady si udělám ten hnědý dvůr ten má, raz, dva, tři, čtyři, raz, dva, tři, čtyři, pět šest. Ten má 6x4 takže udělám 6x4 hnědá políčka.... Jestli mám někde hnědou... Jo tady. Raz, raz, dva, tři, čtyři,... raz, dva, tři, čtyři, pět, šest. (vybarvuje) šest. Čtyři. Až to celé vybarvím ty čtverečky, tak si tužkou budu zvýrazňovat ty růžky a budu zjišťovat, jak by to, jestli to jde nebo nejde.
- 2.13 **H:** Zkusím dát první růžek sem. To by bylo jedno políčko prázdné tady. Potom zkusím dát třeba sem růžek. Takhle. A sem růžek, jejda (Zlomila se mu tužka, hned jí ořezává) Další růžek bude teda tady takhle. Další tady, další takhle. Tak, další tady. Tak, další třeba tady takhle, takhle. Jejda, bum (opět zlomená tužka, ořezává) Jo dobrý. Tak, další udělám sem a nevychází, protože, protože tady už mi zbývají jenom dvě políčka a růžek se mi tam nevejde, protože růžek má tři políčka zahnutá.
- 2.14 **U:** Ehm. A kolik máš tedy volných políček?
- 2.15 **H:** Tři.
- 2.16 **U:** Tři
- 2.17 **H:** Takže to je špatně.
- 2.18 **U:** No to nemusí být špatně. Takže nám zbyla tři volná políčka. Ano?
- 2.19 **H:** Ano.
- 2.20 **U:** A dokázal bys to udělat tak, abys celou plochu zaplnil? Abys neudělal ani jedno volné políčko?
- 2.21 **H:** To bych dokázal, ale to aby zůstalo jedno volné políčko to tak jednoduché už potom není.
- 2.22 **U:** A udělal bys to? Abys to vyplnil?
- 2.23 **H:** Celé?
- 2.24 **U:** Celé. A zkusíš to udělat vedle? Vyznali bychom se potom v tom, kdybychom se na to dívali?
- 2.25 **H:** Ne.
- 2.26 **U:** Už to nemusíš vybarvovat, stačí, když si to jen obtáhneš.
- 2.27 **H:** Šest, čtyři. A jsem v koncích, teď to už nejde,
- 2.28 **U:** Zkusíš to udělat nějak jinak?
- 2.29 **H:** Zkusím. Tak třeba tamten bych nezahnul takhle, ale zahnul bych ho ... takhle... dva a zbyl mi tady jeden čtvereček a zas to nevychází.
- 2.30 **U:** Já se v tom teď vůbec neorientuju.
- 2.31 Měl být růžek tady takhle a potom měl být růžek tady takhle, jenomže to mi nevyšlo, tak jsem zkusil takhle, jenomže to nemůžeme udělat tady ten růžek aby mi to... můžeme vlastně, můžeme.....takhle... Tady to takhle nebude takhle. Pryč. To pude pryč, tady ta čára.

- 2.32 **U:** Až se na to časem podíváme abychom věděli, jak jsme to tedy udělali nakonec ,vid'?
- 2.33 **H:** Hm. Takhle . . . tady dáne.. Vidět takhle, pak je to takhle. Tak, potom třeba, nevím, takhle. Ne, to nám zase nevyjde tenhle čtvereček, nikam.
- 2.34 **U:** Tak co bychom s tím mohli udělat?
- 2.35 **H:** Tady ten růžek naklonit takhle.
- 2.36 **U:** Tak to zkus.
- 2.37 **H:** tak uděláme z tohohle toho růžku, nebude takhle, ale tady to bude tady. A tady ten vygumujeme abychom věděli kudy jsme vlastně jeli. Tadydle to taky. Tak nám zase nevychází tohle.
- 2.38 **U:** Zkusíme to ještě pootočit, jestli . . .
- 2.39 **H:** Už vím, tady ten vygumuju celej a přendáme to semka.Potom dáme tamten semka jeden tak a jeden semka, ne to by nešlo, tak jeden takhle. . . Jo takhle, potom takhle a takhle. Jo mam to. Celé už jsem to zaplnil. Protože takhle jdeme, potom takhle, potom takhle potom takhle, potom dáme jeden sem, a druhý sem.
- 2.40 **U:** Tak Huberte, dokázal bys teď vymyslet nějakou značku, abychom se potom v tom vyznali?
- 2.41 **H:** Takhle, takhle, potom takhle, takhle, takhle, takhle, takhle, a takhle.
- 2.42 **U:** Ehm. Takže nám to vyšlo.
- 2.43 **H:** Vyšlo.
- 2.44 **U:** Myslíš si, jen tak zauvažuj, že by to šlo vyřešit jiným způsobem? Nějak jinak poskládat? Jenom tip tvůj.
- 2.45 Kdybych to dal hlavou dolů, tak by to bylo úplně stejné, protože jsem udělal tady jeden stejný, takže jsem vlastně vytvořil takhle a jinak je to úplně stejný, se to jenom propojuje.
- 2.46 **U:** Takže si myslíš že by to šlo nebo nešlo, úplně jinak. Kdyby sis to celé smazal a začal trošku jinak, myslíš že by to šlo udělat?
- 2.47 **H:** Myslím, že by to jinak šlo udělat, ale ne, ale. . . zkusím to teda.
- 2.48 **U:** Nemusíš to teď dělat, to já jsem jen chtěla vědět tvůj tip. Tak zkusíme udělat ten další.
- 2.49 **H:** Ten další, ten modrý dvůr.
- 2.50 **U:** Modrý dvůr, jestli se ti povede. Kdyžtak se k tomu hnědému pak vrátíme ano?
- 2.51 **H:** Modrý dvůr. . . Ten dám pod to. Raz, dva, tři, Tři. Jednu dolů jednu tam, jednu dolů jednu tam ,tři dolů. A budeme to dělat prostě normálně. Teď to. . . Ten modrý dvůr zkusím udělat. Trochu to oříznu tady na té straně (ořezává si tužku). Tak další bych zkusil třeba u toho modrého dvora první políčko tady. Tady to označím abych věděl kde je to volné políčko. Tady udělám takhle jednu, Tady udělám druhý, takhle po obvodu. Hmm, takhle a takhle. A teďka by to nešlo, protože tady nemáme už žádné místo.
- 2.52 **U:** Takže kolik nám zbylo těch volných políček?
- 2.53 **H:** Zbyly mi dvě teďka. . . Teda tři. Jeden dva, tři.
- 2.54 **U:** Hm, a ty jsi říkal zase že nám zbyly. Proč říkáš zase, že zbyly tři.
- 2.55 **H:** Protože jsme udělali první tady, druhý tady, potom jsme udělali jeden tady a potom tady a zbyly nám tady jeden, dva tři volná místa. Takže vlastně tři políčka.
- 2.56 **U:** A dokázal bys zaplnit zase celý ten dvůr?
- 2.57 **H:** Ehm, dokázal. Takže si udělám obvod. Raz, dva tři, dolu, dolu, raz, dva, tři, šup, šup, šup, šup a teďka už jenom připojím takhle po čáře. A je to. A teďka bych udělal třeba. . . První bych udělal zase tady, ale zase bych skládal trochu jinak. Teďka bych udělal ne takhle, ale na druhou stranu udělali takhle, pak jeden takhle, potom jeden takhle, a zase ne. Teďka nám zbyly zase tři políčka.
- 2.58 **U:** No tak to zkusíme. Třeba nějak jinak nám to půjde. Co myslíš?

- 2.59 **H:** Hm. ... Teďka třeba ... hm si udělám znovu ten tvar. Třeba semka. Raz, dva, tři. A je to. Tak dál bych zkoušel třeba... Takhle, takhle, označím takhle ty růžky, a teďka už vidím, že by nám to nevyšlo tady, protože se ten růžek nijak nemůže vejít sem. A kdybychom zastrčili sem jenom jednu kostičku, tak by nám tady zase jedna nezbyla. Ale to je pravda, mohli bychom udělat to co je tady v zadání.
- 2.60 **U:** Co bychom mohli udělat?
- 2.61 **H:** To zadání, které pole může zůstat prázdné. Bychom tady mohli udělat to, co je v zadání.
- 2.62 **U:** Tak to vyzkoušej.
- 2.63 **H:** Takhle, takhle a nevyšlo nám to, protože zbylo tadyto.
- 2.64 **U:** Kolik nám jich zbylo celkem?
- 2.65 **H:** Znovu tři, protože tady je jeden, tady je jeden, tady je jeden, tady je jeden, a tady zbylo volné, tady zbylo volné, tady zbylo volné.
- 2.66 **U:** To je zajímavé, že nám zbyly tři zase. Tak zkusíme to ještě jinak položit? Nebo já ti tady pomůžu. Tady jsou nastříhané růžky.
- 2.67 **H:** Děkuju.
- 2.68 **U:** Aby sis to nemusel kreslit, tak vyzkoušej, jestli ti to tam půjde položit.
- 2.69 **H:** Tak zkusím to dát třeba. Začnu tímhle, potom dám tenhle ten sem, potom dám tenhle ten a to nám nevychází, protože by nám tady zbyly dvě. Protože sem se mi ten růžek nevejde. Ale počkat my bychom mohli splnit zadání znovu, nemohli. By nám tady zbyly tři. Zkusíme jinak. Na splnění celého potřebujeme, raz, dva, tři.....
- 2.70 **U:** Tak co, vyšlo ti to?
- 2.71 **H:** Nevyšlo.
- 2.72 **U:** Tak zkusíme udělat ten dvůr zelený. A třeba nám ten dvůr zelený napoví, jak se dělá ten modrý. Třeba. Tak zkus udělat ten zelený.
- 2.73 **H:** Já si udělám obrys toho zeleného dvora. To je raz, dva, raz, dva, raz dva tady bude už jenom tohle to a tohle to a budeme stavět. Mam celý.
- 2.74 **U:** To ti to vyšlo rychle ved'?' Teď to tam ještě zakresli, jak jsi to dělal.
- 2.75 **H:** takhle, takhle, takhle, takhle.
- 2.76 **U:** Myslíš, že by šlo udělat nějaké to prázdné políčko tam?
- 2.77 **H:** To nevím, to zkusím.
- 2.78 **H:** Takhle, takhle, takhle, ne zkusím to ještě jednou, třeba takhle,takhle, akorát takhle ne.
- 2.79 **U:** Tak kolik by jich nám teď zase zbylo?
- 2.80 **H:** Znovu tři, nám by, by nám zbyly.
- 2.81 **U:** Tak zkusíš to zakreslit vedle? Jak ti to tedy vyšlo s těmi třemi.
- 2.82 **H:** S těmi třemi políčky to vyšlo takhle, že jsem udělal, počkat, jo udělal jsem tohle to, tohle to, ... Raz, dva, raz dva, raz, dva, raz dva, jo. Tak a udělal jsem to takhle, takhle, takhle, potom jsem udělal tadyto takhle takhle takhle takhle a je to.
- 2.83 **U:** A zbyly ti zase tři. Když se teď podíváš na ten zelený a modrý, myslíš, že jsou si něčím podobné?
- 2.84 **H:** Jsou, protože tady na tom papíře se na to podíváme pořádně. Že tady je to úplně stejné jako tady, akorát že dva tady ty čtverečky.... raz dva tři čtyři a tady jenom jeden.
- 2.85 **U:** Ehm, myslíš, že bys na základě tohoto zkusil ten modrý pokrýt celý?
- 2.86 **H:** Udělal.
- 2.87 **U:** Zkus to.
- 2.88 **H:** Udělal bych to úplně stejně. Jenom by se to udělalo jinak v tom tři tady ty, ne jenom dva, ale tři. Dva, tři. Pem, pem. Tak (zvedne ruce nahoru)

- 2.89 **U:** Výborně. Tak, abychom to měli na tom papíře, zkusíš to zase nakreslit? Těmi růžky, jak děláš ty růžky.
- 2.90 **H:** ... Tady bylo tohle takhle.
- 2.91 **U:** Ehm. Je teď v tom nevyznám, ty tam máš nějaké čáry ještě.
- 2.92 **H:** Já to udělám třeba, já to přes to udělám třeba hnědou pastelkou. Takhle, takhle, takhle takhle. A takhle. Takhle, a takhle, takhle.
- 2.93 **U:** Tak se nám to povedlo. Všiml sis tam něčeho zajímavého? Jak nám vždycky zbývalo? Kolik nám dycky zbývalo?
- 2.94 **H:** Vždycky nám zbyly tři políčka.
- 2.95 **U:** To je zajímavé. Čím myslíš, že by to mohlo být?
- 2.96 **H:** Je tam 15 políček v tom modrém dvoře a tady jedno chybí a kdyby tam bylo i to tak je tam 16 políček. A na hnědém dvoře je jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, a raz, tři, čtyři, 4x6 je, 4x6, 4x6 6, 12, 18, 24 takže hnědý dvůr má 24 políček a modrý dvůr má 15 a kdyby tady bylo to poslední, co tam zbývá je to 16 políček a tady je 1,2,3,4, 1,2,3,4, 1,2,3,4 A mě napadlo, že bychom tady to mohli dát tady jedno políčko ještě a dát to do tohohle a takhle bychom tady dali jednu tu řadu bychom nechali to a takhle bychom to zkoušeli i v tom hnědém dvoře udělat i s tím modrým dvorem. Takže bychom mohli vyřešit dvě úlohy najednou.
- 2.97 **U:** A co s tím zeleným dvorem, tam nám taky zbyly tři.
- 2.98 **H:** S tím zeleným dvorem bych to udělal stejně jako s tím modrým dvorem, ale nepokládal bych ten zelený na ten hnědý, ale zelený na ten modrý. A budu si pamatovat, že tady ty zbývající řady jsou ty zbylé, co jsou potom z toho ten hnědý dvůr
- 2.99 **U:** Takže kdybychom zvětšovali ten zelený tak se nám z toho stane modrý a kdybychom zvětšili modrý, tak se nám z toho stane hnědý.

Video III

Po přestávce jsem přišla do místnosti, kde jsme řešili úlohy a Hubert jásal s rukama nad hlavou, že přišel na další řešení, a začal mi vysvětlovat, jak na to přišel. Neměla jsem zapnutou kameru, tak jsem nemohla zachytit jeho obrovskou radost, v následujícím přepisu je alespoň jeho komentář k tomu, jak na další řešení přišel.

- 3.01 **U:** Tak můžeš.
- 3.02 **H:** Já jsem si vlastně řekl, že si zkusím ještě jednou vyplnit ten hnědý dvůr celý. Tak jsem si zkusil, všelijak jsem dělal, a nakonec jsem přišel na to, že to zkusím, nakonec jsem to zkusil tak, že jsem takhle dával obdélníčky, že jsem to takhle dal z těch a udělal jsem z toho obdélníček. A všelijak jsem to tam skládal. Až mi to do, vyšlo. A to takhle, další dva, takhle, takhle, takhle, takhe, takhle, takhle, takhle, takhle, takhle.... Poslední obdélníček tady.
- 3.03 **U:** výborně. Huberte a jak se ti to dělalo líp, s těmi růžky jak jsem ti dala, nebo když sis to kreslil.
- 3.04 **H:** S těmi růžky.
- 3.05 **U:** A teď, kdybys měl srovnat tu první, jak jsme dělali a tuto, která pro tebe byla jednodušší?
- 3.06 **H:** Jednodušší byla ta s těma tečkama.

Video IV

- 4.01 **U:** Tak Huberte, tady máš další úlohu, třetí.
- 4.02 **H:** Za A, v kolika bodech protíná úhlopříčka mříž obdélníku 3x4, 3x5, 7x9?
- 4.03 **U:** Na tom obrázku, jak tam je nakreslený, víš co je to úhlopříčka?

- 4.04 **H:** Úhlopříčka je, že to není ani takhle svisle, ani takhle rovně, ale takhle je úhlopříčka (ukazuje na papíře), vlastně od úhlu k úhlu.
- 4.05 **U:** Jak velký je obdélník, ten co tam je.
- 4.06 **H:** Ten je 3×2 .
- 4.07 **U:** Dalo by se to říct i jinak?
- 4.08 **H:** 2×3
- 4.09 **U:** Je to stejné. V kolika bodech nám to protíná tady v tom obdélníku 2×3 ?
- 4.10 **H:** Ve třech.
- 4.11 **U:** Ve třech bodech. A my teď máme za úkol tedy....
- 4.12 **H:** To udělat ve 3×4 , 3×5 a 7×9 .
- 4.13 **U:** Vrhne se na to?
- 4.14 **H:** Vrhne. Takže budeme dělat to 3×4 . 3×4 , kde je tužka? (smích) Takže 3×4 udělám raz, dva, tři, raz, dva, tři, čtyři, raz, dva, tři, raz, dva, tři, čtyři. Teďka udělám úhlopříčku pravítkem. Od úhlu k úhlu. Úhlu k úhlu. Takže jeden, dva, tři, čtyři, pět, v pěti. 3×4 v pěti.
- 4.15 **U:** Ehm.
- 4.16 **H:** Takže teď napíšu, 3×4 se protíná v pěti bodech. Jejda.... Se pro-tí-ná v pěti bodech, bodech, tak. Potom tady mám 3×5 , to bude stejné, akorát jich tam bude o jednu víc. 3, raz, dva, tři, čtyři, pět, tři, raz, dva, tři, čtyři, pět. Tak a je to. Teďka to udělám dolů od, takhle, od úhlu k úhlu. Jejda, jo takhle. Jedna dva tři čtyři pět šest v šesti bodech. 3×5 se pro-tí-ná, pro-tí-ná v šesti bodech. Ještě 7×9 a je to. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm. A teďka devět. Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět ježiš to je obrovský. A zase devět. Tak to bude hodně. Od úhlu k úhlu, Tak Raz, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, jedenáct, dvanáct. Ve dvanácti bodech se protíná. Takže 7×9 se jejda, tečka, tačka se pro-tí-ná protíná v 12 bodech jejda bodech.
- 4.17 **U:** Huberte, jak jsi přišel na to, že v 12 bodech v tom velikém?
- 4.18 **H:** To jsem přišel tak, že jsem si spočítal jeden bod, druhý bod, třetí, čtvrtý, pátý, šestý, sedmý, osmý, devátý, desátý, jedenáctý, jedenáct.
- 4.19 **U:** No a proč jsi tady udělal nejdřív dva a pak jeden, jak víš, že jeden je správně a není správně dva?
- 4.20 **H:** Tady jsem si myslel, že se to protíná tady a tady u těch tohohle toho a tohohle toho, jenomže ono se to protíná tady uprostřed na tom bodu.
- 4.21 **U:** Určitě se to protíná přesně uprostřed, podívej se na to jak to tam máš.
- 4.22 **H:** Ne neprotíná.
- 4.23 **U:** Ehm.
- 4.24 **H:** Takže dvanáct. Tady udělám čárku podle toho co tam vidím tak a jeden dva, takže v dvanácti.
- 4.25 **U:** A potom, je tam ještě nějaké místočko, které je těsně vedle toho mřížového bodu?
- 4.26 **H:** Tady.
- 4.27 **U:** Kde?
- 4.28 **H:** Tady. Takže tři... ne 12, ale třináct. Takže to vygumuju a je to 13. A je to.
- 4.29 **U:** Tak a je tam ještě někde nějaké místočko?
- 4.30 **H:** Ještě tady. (ukáže na obdélník 3×5)
- 4.31 **U:** Hm, tak kousek (nerozebírám dál, snažím se převést komunikaci zpět k tomu velkému). Dokázal bys mi odůvodnit jak to, že to tady protíná úplně v tom prostředku? Dokázal bys mi to nějak vysvětlit?
- 4.32 **H:** Dokázal. Protože když si vezmeme tady to, 7×9 , 7×9 a položíme si sem pravítko, tak tady se nám to protíná přesně na tom prostředku.

- 4.33 **U:** Ehm. A kdybychom neměli to pravítko, dokázal bys mi to nějak vysvětlit?
- 4.34 **H:** Tak bych si to udělal tak, že bych si vzal papír.
- 4.35 **U:** Ani, kdybychom neměli papír.
- 4.36 **H:** Tak bych si vzal gumu.
- 4.37 **U:** Ani gumu. Nic bychom neměli. Jen ten papír, ani tužku bychom neměli. Jen ten papír a nic bychom k tomu neměli. Jak bys na to dokázal přijít.
- 4.38 **H:** Takhle (vyhrne si rukáv a ukazuje ruku, kterou přiloží na papír)
- 4.39 **U:** Ani ruku bychom neměli. Nic bychom neměli čím bychom si to mohli změřit.
- 4.40 **H:** Lavicí by se to dalo udělat. (chce to dát pod lavici)
- 4.41 **U:** Ani lavicí. Úplně, kde vůbec nic není, měly bychom pouze papír a oči a mozek.
- 4.42 **H:** A hlavu?
- 4.43 **U:** Hlavu bys měl také.
- 4.44 **H:** Tak to nemůžu potom vidět. ... Takže třeba, třeba. ... Zvolím si tady, tady, aby tím přesně jelo to (oko) po tady těch abych dojel sem a nekličkovat.
- 4.45 **U:** Nekličkovat, zkusíme udělat tu další úlohu. (Zaobírání se touto úlohou, ve které jsem ho neuměla přimět k tomu, aby se pořádně podíval do čtverečkované sítě a hledal, co mu napoví... dělal si z toho už jen legraci, tak jsem od toho upustila)
- 4.46 **H:** Ano.
- 4.47 **U:** To béčko jak tam je.
- 4.48 **H:** Béčko. Najdi obdélník, ve kterém úhlopříčka protíná mříž v sedmi bodech. (pokrčí rameny)
- 4.49 **U:** Máš nějaký tip?
- 4.50 **H:** Já si myslím, že to bude těch 3x5, protože tady je to taky, že je úplně na pokraji, tady je to úplně na pokraji.
- 4.51 **U:** No ale my potřebujeme v sedmi (nechci, aby se v tom zbytečně zamotal)
- 4.52 **H:** Kdyby tady to bylo 14, tak bych věděl. Když uděláme hup, tak tam máme sedm. (schová pěst rukou)
- 4.53 **U:** A třeba tam je 14, třeba jsme to blbě spočítali.
- 4.54 **H:** (přepočítává to polohlasně) Je jich tam jen 13.
- 4.55 **U:** S kdybychom předpokládali, že jich tam třeba 14 je. Jak bys to dělal, jak jsi mi chtěl říct, že by to bylo jednoduché. Jak bys to udělal.
- 4.56 **H:** Kdyby to tam bylo těch 14 a my bychom dali jenom 12, tak bych si to udělal tak, že bych si vzal pravítko. A řekl bych si, jo, tady je, se to protíná. Tady je to tady, tady, tady, tady, tady, tady, tady, tady a je to, počítal bych si to podle pravítka, a protože třeba se stalo to, že se mi to tady uklouzlo nějak, třeba, trochu. Tak bych si vzal to, že bych to udělal trošku jinak. Nevzal bych si pravítko, ale vzal bych si papír. A tím papírem bych takhle udělal šup šup a šup, protože ten má hodně tenkou hranu, takže, takže můžeme udělat tohle to. Takže když uděláme tady po tom okraji, a dodělali bychom si to až sem. Tak si tady vlastně uděláme ty body, co jsme udělali tady, a budeme si to ještě přepočítávat, abychom si potom mohli podívat sem, a potom, dali, a řekli bychom si to, že když na papíře jich máme 12 a tady také 12 tak si řekneme: Jó, tady potřebujeme tohleto a tohleto. A dyli bychom si třeba já nevím. Řekli bychom si palec a palec (překříží) tak tady ... na palec je tady... 1,2,3,4,5 těch bodíků, potom znovu na od toho pátého bychom si řekli 1,2,3,4,5 a od toho dalšího pátého bychom si řekli 1,2,3 a jejich jenom 13, takže jich tam není 14. Abychom mohli udělat tohle to (zakryje rukou) a máme tam 7 bodíků.

- 4.57 **U:** takže by jsi udělal tu úhlopříčku ještě jednou, obráceně? Nebo , jak jsi mi to chtěl říct takhle s tou rukou, že by sis dal tu ruku jak máš teď to pravítko a udělal by sis čáru. Kdyby to bylo 14 tak bys to jenom rozpůlil.
- 4.58 **H:** Jo.
- 4.59 **U:** Jo. Dobře. Chápu to dobře?
- 4.60 **H:** Jo.
- 4.61 **U:** To jsem ráda.
- 4.62 **H:** A teď jsem udělal tohleto šup šup, a je to vyřešené bez pravítka.
- 4.63 **U:** No jo, ale my tam těch 14 nemáme, tak jak to vymyslíme?
- 4.64 **H:** Uděláme to tak, že uděláme 7 a 6.
- 4.65 **U:** Tak to zkus.
- 4.66 **H:** Takže tady je 1,2,3,4,5,6, takže tady uděláme čárku.
- 4.67 **U:** Huberte nebude lepší to udělat vedle, když už tady máme načmáráno?
- 4.68 **H:** Čárku a tady mam 1,2,3,4,5,6,7. A je to.
- 4.69 **U:** Jak jsi udělal tu čárku, může tam začínat ten obdélníček?
- 4.70 **H:** Nějaký tam může začínat, ale třeba, kdybychom udělali tu čárku rovně, takhle normálně prostě. Tady takhle uděláme ten obdélníček, já udělám jen takový malinký prostě nějakou... takhle uděláme ten obdélníček takový prostě no a řekneme si, jo, tady máme 1,2,3,4,5,6,7 bodů. Jenomže tady máme 1,2,3,4,5,6 zbývajících , tak co uděláme s těmhle. Tak bych si řekl, že tady ty si skováme takhle, a zbude nám tady 1,2,3,4,5,6,7 bodů.
- 4.71 **U:** A kolik krát kolik by byl tvůj obdélník?
- 4.72 **H:** 4x5
- 4.73 **U:** Tak si ho zkus udělat na ty čtverečky.
- 4.74 **H:** 4x5 1,2,3,4; 1,2,3,4,5; 1,2,3,4; 1,2,3,4,5 a teď si zkusíme tady udělat čáru, tedy úhlopříčnou čáru a máme tady 1,2,3,4,5,6,7 bodíků.
- 4.75 **U:** Vyšlo nám to?
- 4.76 **H:** Vyšlo. Protože tady je jeden bod, druhý bod, 3., 4., 5., 6. a 7.
- 4.77 **U:** Výborně. Tak si to tam napiš na co jsi tedy přišel. Když jsme hledali v sedmi bodech jak velký obdélník musíme mít, tak jsi přišel na to , že ten obdélník musí být velký jak?
- 4.78 **H:** 7 bodů, bodů, má ob-dél-ník. Obdélník, má obdélník jo 4x5. Tečka.

Video V

- 5.01 **U:** Huberte, byla tato úloha pro tebe jednoduchá nebo složitá?
- 5.02 **H:** No, složitě, no, složitá byla, ale myslím si, že byla lehčí než ty parkety.

Video VI

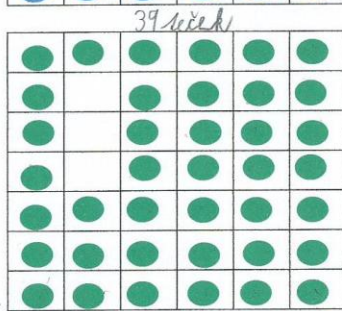
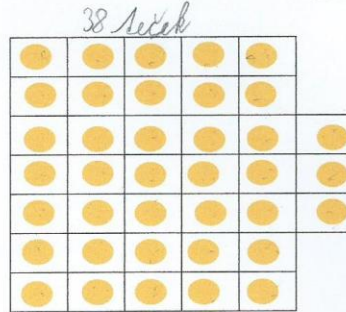
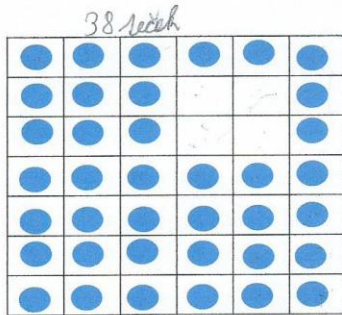
- 6.01 **U:** Huberte, znáš tyto obrázky? Viděl jsi je už někde?
- 6.02 **H:** Kolik je na schodišti s 10 schody. Kolik je čtverců.
- 6.03 **U:** Čtverečků.
- 6.04 **H:** Čtverců, čtverečků, je na schodišti s 10ti schody?
- 6.05 **U:** Co tam máš za schody? Znáš schody?
- 6.06 **H:** Schody neznám. Ale vím, že nějakou podobnou věc jsme si používali v hudebce na to, abychom si řekli jako tady je první nota, tady je druhá nota, tady je třetí, tady je čtvrtá, tady je pátá. A takhle jsme šli dál, mě, a jak jsem se na to teď podíval, tak jsem si řekl, že kolik čtverečků, je na schodišti s 10ti schody. Tak jsem si řekl. Tak jsem si řekl, úplně

- nejjednodušeji, 1,2,3,4; 1,2,3,4; 1,2,3,4 a čtyři 1,2,3,4 a čtyři a čtyři je, čtyři a čtyři je osm a čtyři je dvanáct. A tady, tadyta jedna co tam zbyla tam, to si k tomu přičtu a je to 13.
- 6.07 **U:** Hm. A kolik je schodů na tom nejmenším obrázku, kolik je tam schodů. Kolik tam vidíš schodů.
- 6.08 **H:** Raz.
- 6.09 **U:** Jeden.
- 6.10 **H:** Jeden.
- 6.11 **U:** A je to z kolika čtverečků? Kolik je tam těch čtverečků?
- 6.12 **H:** Tři.
- 6.13 **U:** Ze tří.
- 6.14 **U:** Potom, kolik tam máme schodů na tom trošku větším?
- 6.15 **H:** Dva.
- 6.16 **U:** Dva. A z kolika je to čtverečků?
- 6.17 **H:** Z šesti.
- 6.18 **U:** Z šesti a ten poslední je tam...
- 6.19 **H:** A ten poslední je tam raz, 2,3,4,5,6,7,8,9.
- 6.20 **U:** Schodů, kolik je tam.
- 6.21 **H:** Jo. Raz, dva, tři. Čtyři.
- 6.22 **U:** opravdu čtyři?
- 6.23 **H:** Tři.
- 6.24 **U:** Tři tam máme a čtverečků je tam?
- 6.25 **H:** Těch je tam raz, 2,3,4,5,6,7,8,9, deset.
- 6.26 **U:** Dobře. Zkusil bys mi říct, kolik bychom potřebovali těch čtverečků na 10 schodů?
- 6.27 **H:** Na 10 schodů bych si řekl. Bych si tady dolů namaloval.
- 6.28 **U:** To klidně můžeš.
- 6.29 **H:** Na tu čtvercovou síť si takhle namaluju. Normální jeden prostě schůdek, jeden schůdek, počkat, špatně. Růžek potřebuju udělat. A takhle, takhle, takhle. Ne, to by nevyšlo. Třeba takhle. Tak to je jeden schod, potom jsou, tady přidám jeden schod takhle, to jsou dva schody, takhle přidám ještě jeden schod to jsou tři schody, to je 5 schodů, to je 6 schodů, to je sedm schodů, to je osm schodů, to je devět schodů, a posledních deeset schodů. Tak 10 schodů a na to je potřeba 1,2,3,4, 5, 6, ; raz, dva,55 čtverečků na 10 schodů. Počkat. 1, 2, 3 46. No to je špatně. Ještě jednou si to spočítám. 1 – 11, 1-10. Ne, jo 55 (nepočítal celé a řekl 55)
- 6.30 **U:** Huberte a spočítal sis kolik tam máš schodů, jestli jich je tam opravdu 10?
- 6.31 **H:** Ano, protože tady je jeden, druhý, třetí, čtvrtý, pátý, šestý, sedmý, osmý, devátý. Ne, tady je ještě. Ten je desátý potom. Takže ještě takhle. Ták. 1-11 a 55 + 11 je 66. Takže 65, 66 kostiček.
- 6.32 **H:** Na 10 schodů je po-tře-ba potřeba 66 čtve-reč-ků, čtverečků.
- 6.33 **U:** Huberte, dokázal bys teď vymyslet nějaký figl...
- 6.34 **H:** Jak by se to dalo počítat lechčeje?
- 6.35 **U:** No, jestli by se to dalo spočítat nějak rychleji, jednodušeji,
- 6.36 [07:40] **H:** Tak bych si řekl, 1, 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 11x11, počkat 10x10 je, to je sss, sto.
- 6.37 [08:16] **U:** 10x11 bys dokázal říct?
- 6.38 [08:19] **H:** 10x11 je sto jedna. Ne. Sto deset.
- 6.39 [08:34] **U:** Počkej, jo 110.
- 6.40 [08:36] **H:** 110 a potom
- 6.41 **U:** Plus ještě jednou 11. Tak to je.
- 6.42 **H:** To je 121.

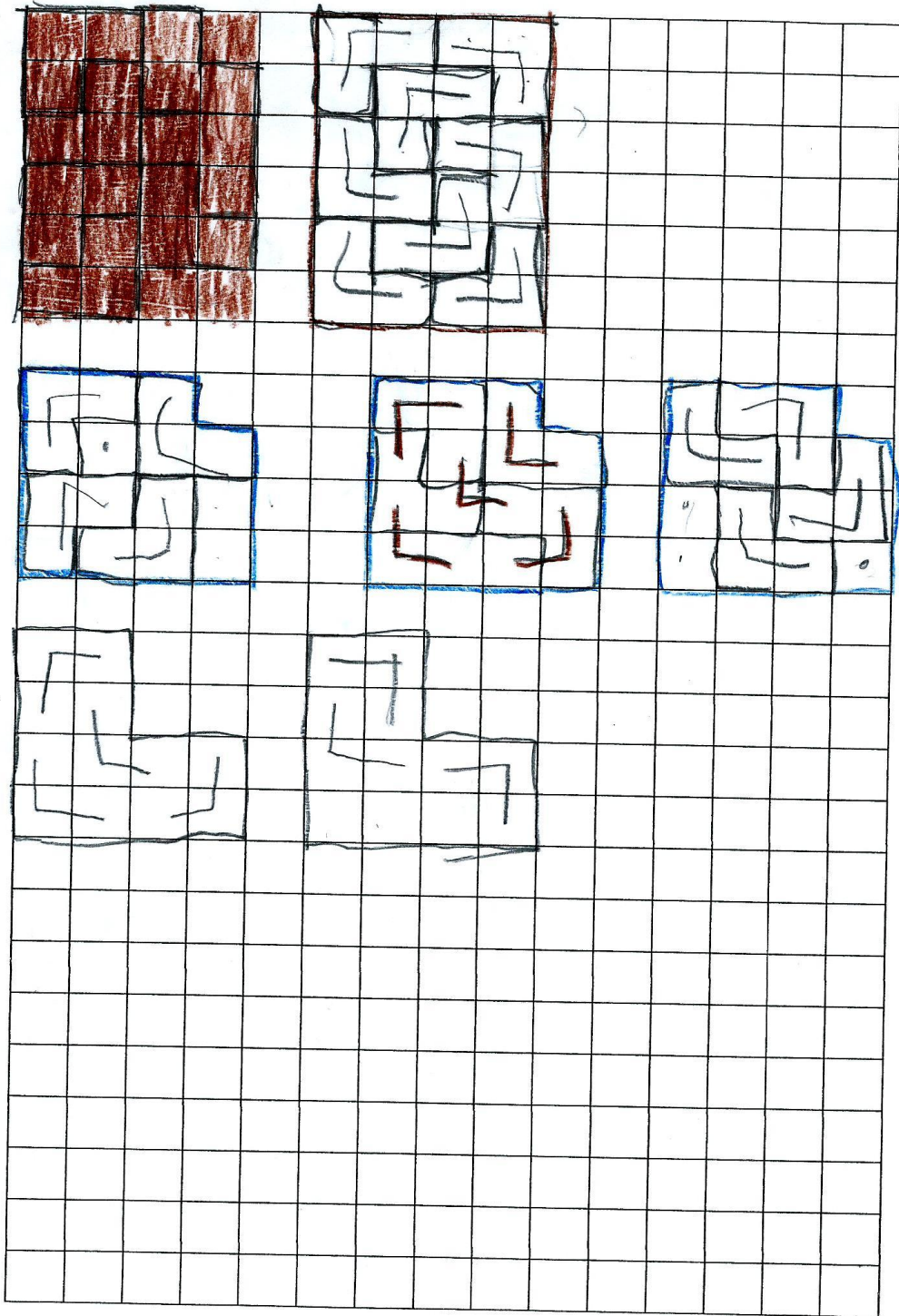
- 6.43 **U:** 121 a pak bys s tím dělal co?
- 6.44 **H:** Teďka 121 a 121 plus 1,2,3,4,5,6,7,8,9, Ne potom 1,2,3,4,5,6,7,8,9 x 8. 8x 9 je 8x 10 je 80 a o 8 méně je 72. Takže sedmdesát... A 121 plus 72 je ne, to je zase strašně na dlouho. Potom tady to počítání.
- 6.45 **U:** To jo.
- 6.46 **H:** Sice to není těžký, nijak extra nebo si pořád blablalba. Ale zase to je na extra dlouho.
- 6.47 **U:** Tak něco jednoduššího.
- 6.48 [10:17]**H:** Už vím. Když víme, že tady je 11 a tady je 10. 10 +11 je, je těch 10+11 je je, mám to na jazyku... 10+11, 10+11, 10+11jo 21
- 6.49 **U:** 21, no.
- 6.50 **H:** Takže 21 plus 1,2,3,4,5,6,7,8,9...16, 17 takže 17 a 21 je 38 a takhle bychom pokračovali pořád do kolečka dokud by nám to prostně vyšlo. Vvvv v vvv vvvvv...
- 6.51 **U:** A je to lehčí než to co jsi dělal původně?
- 6.52 **H:** To úplně původní bylo sice nejkratší ale nejtěžší, ale myslím si, že by to bylo nejotravnější.
- 6.53 **U:** Myslíš jak jsi počítal po té jedné, nebo jak jsi počítal ta vysoká čísla.
- 6.54 **H:** To jak jsem počítal po té jedné to už každý umí, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.
- 6.55 **U:** A jed tedy rozdíl mezi tím jak jsi to počítal po jedné, nebo jak jsi to počítal takhle do toho tvaru teď?
- 6.56 **H:** Já si myslím, že pro. Nejlehčí je počítat po jedné, ale nejkratší je počítat takhle.
- 6.57 **U:** A to nepočítáš po jedné?
- 6.58 **H:** Počítám, ale potom to sečítám, ten výsledek.
- 6.59 **U:** A něco, když kouknu a hned to spočítám.
- 6.60 **H:** To nemám.
- 6.61 **U:** To nemáš. Bylo to pro tebe jednoduché nebo těžké?
- 6.62 **H:** Tady ta tabulka byla nejtěžší.

Úloha I:

Jméno:
Třída:



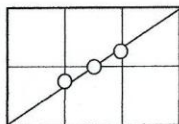
Jakých teček je nejvíce a kterých nejméně? Proč?



Úloha III:

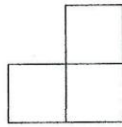
- V kolika bodech protíná úhlopříčka mříž obdélníku 3×4 , 3×5 , 7×9 ?
- Najdi obdélník, ve kterém úhlopříčka protíná mříž v 7 bodech?

Ilustrace:



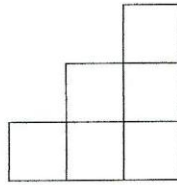
3×4 se protíná v 5 bodech.
 3×5 se protíná v 6 bodech.
 7×9 se protíná v 13 bodech.
7 bodů má obdélník 4×5 .

Úloha IV:



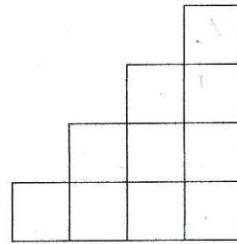
3

1 schod



6

2 schody

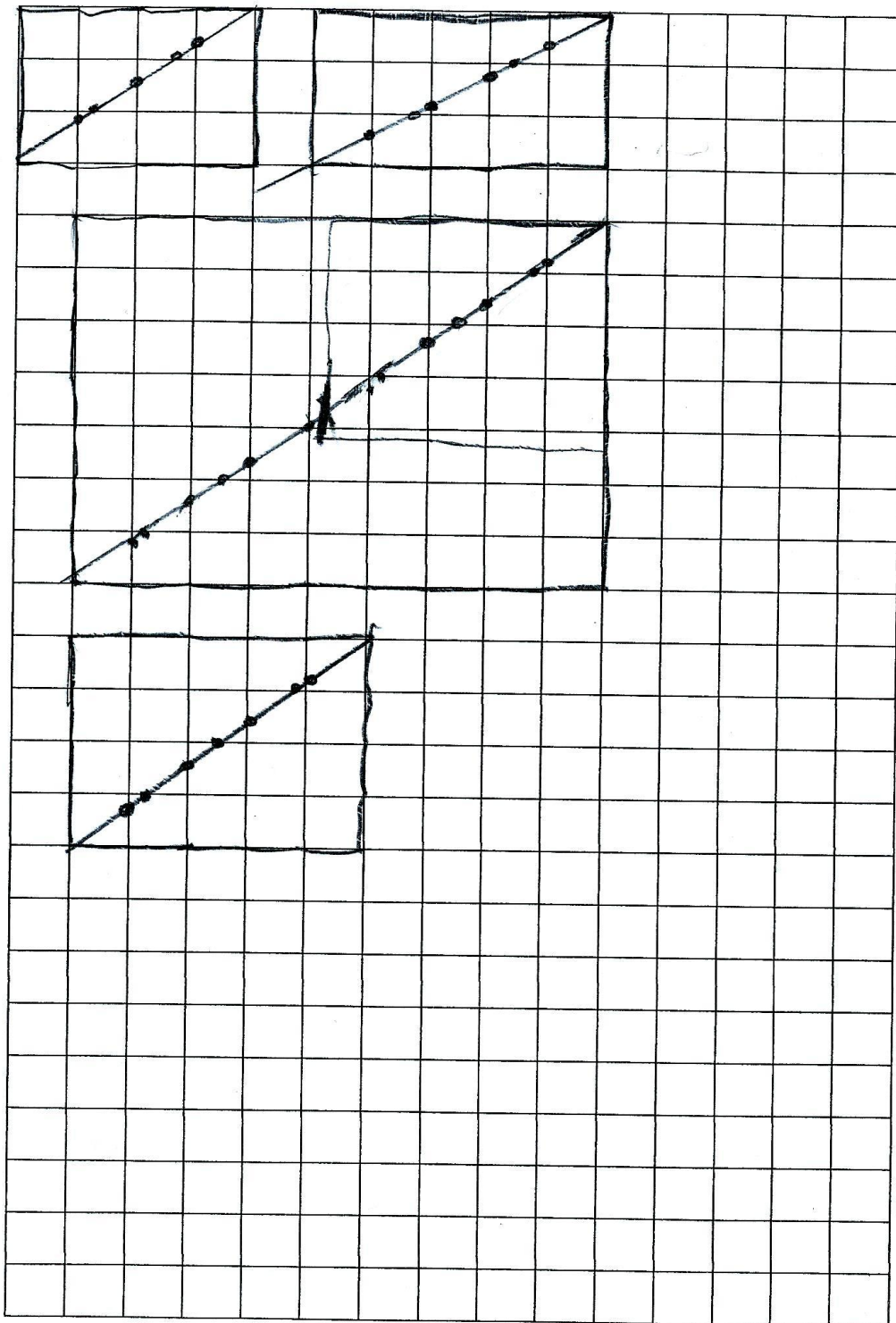


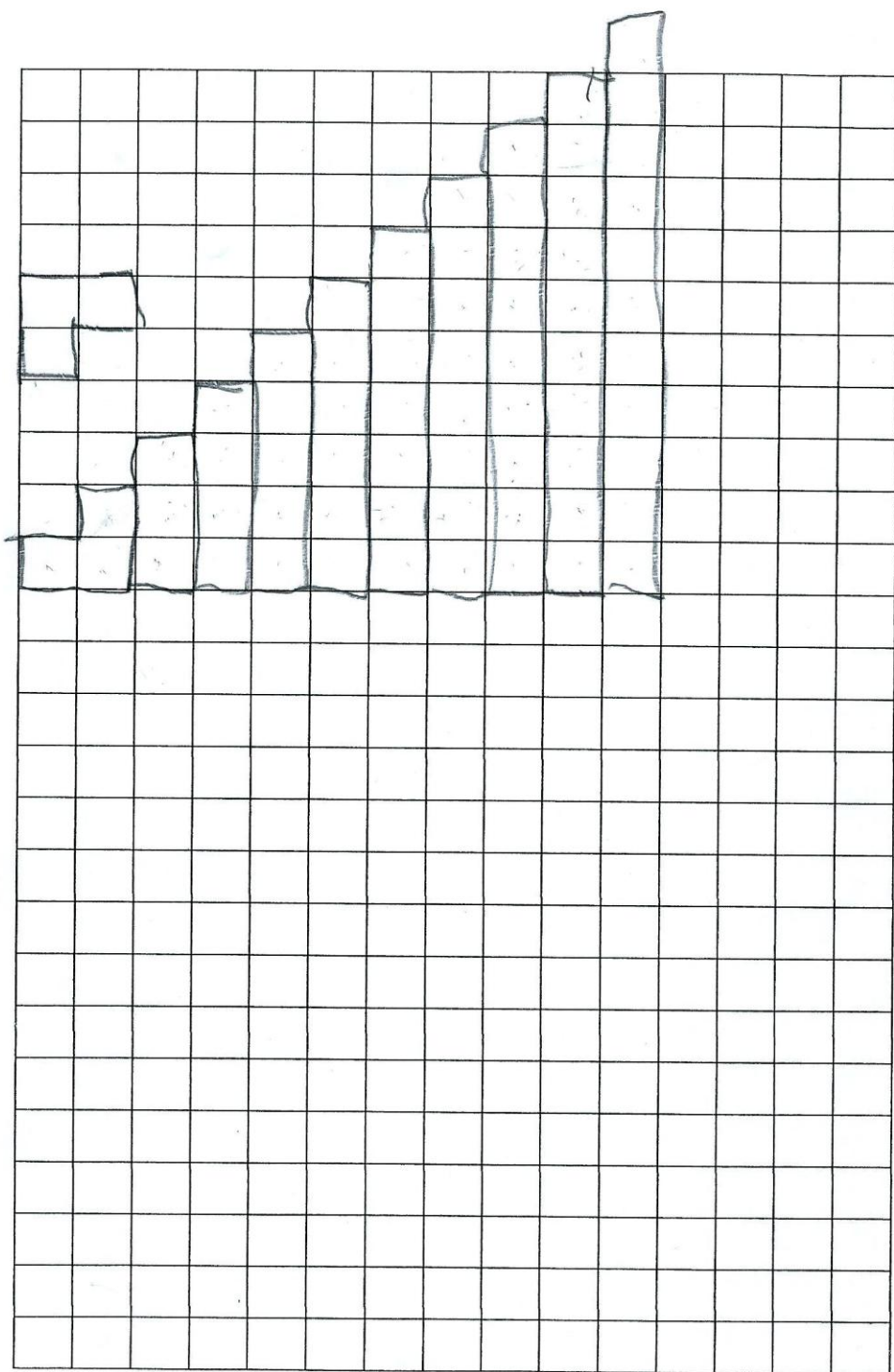
10

3 schody

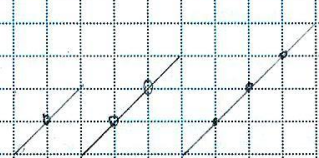
Kolik je na schodišti s 10 schody?

Na 10 schodů je potřeba 66 čtverců.





Příloha 10







$2 \times 2 \rightarrow 1$
 $3 \times 3 \rightarrow 2$
 $4 \times 4 \rightarrow 3$

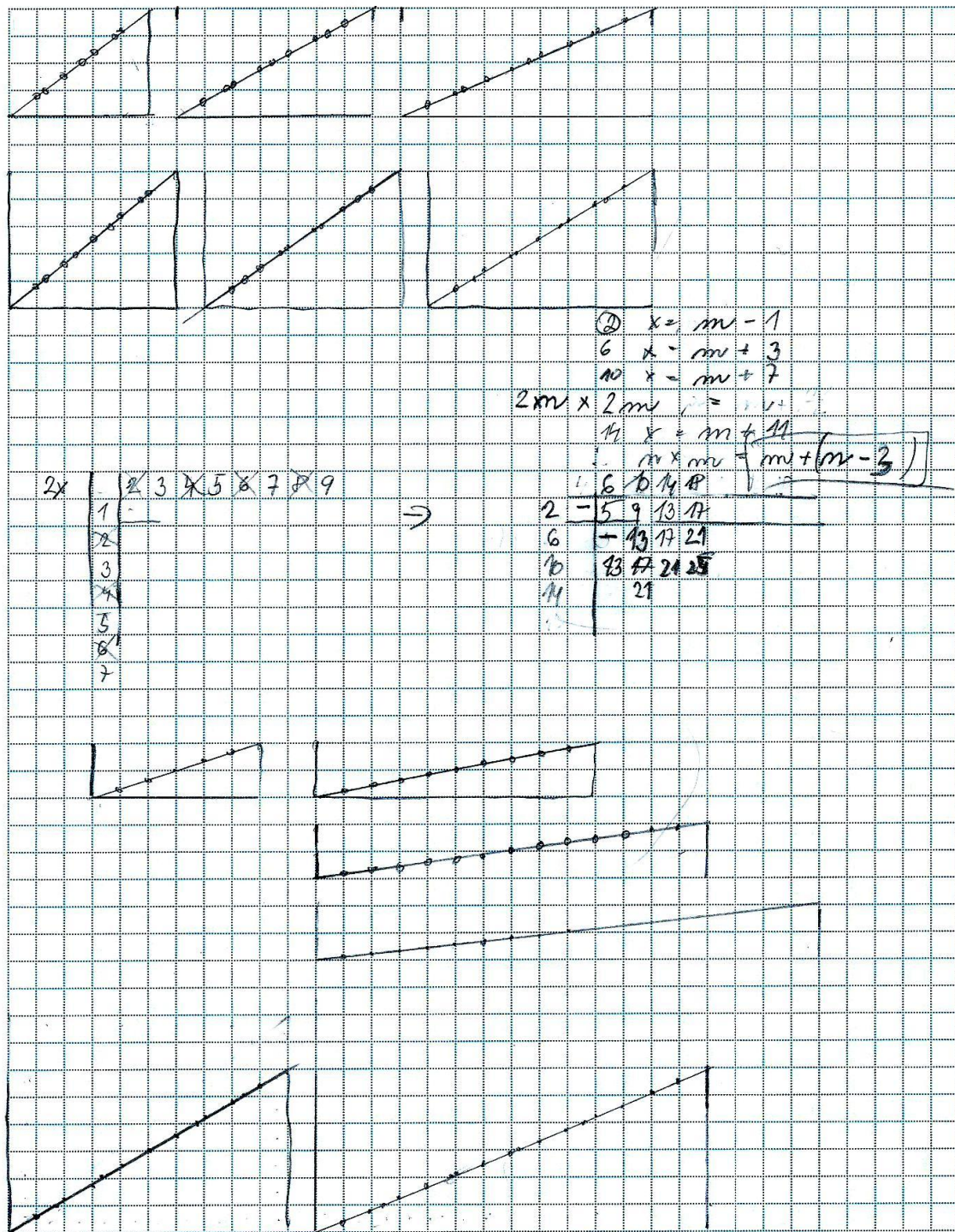
$1 \times m = m - 1$
 $2 \times m = m$
 $3 \times m = m + 1$
 $4 \times m = m + 2$
 $5 \times m = m + 3$

$m \times m \rightarrow m - 1$ bodů
 $m \times m \rightarrow m + (m - 2)$

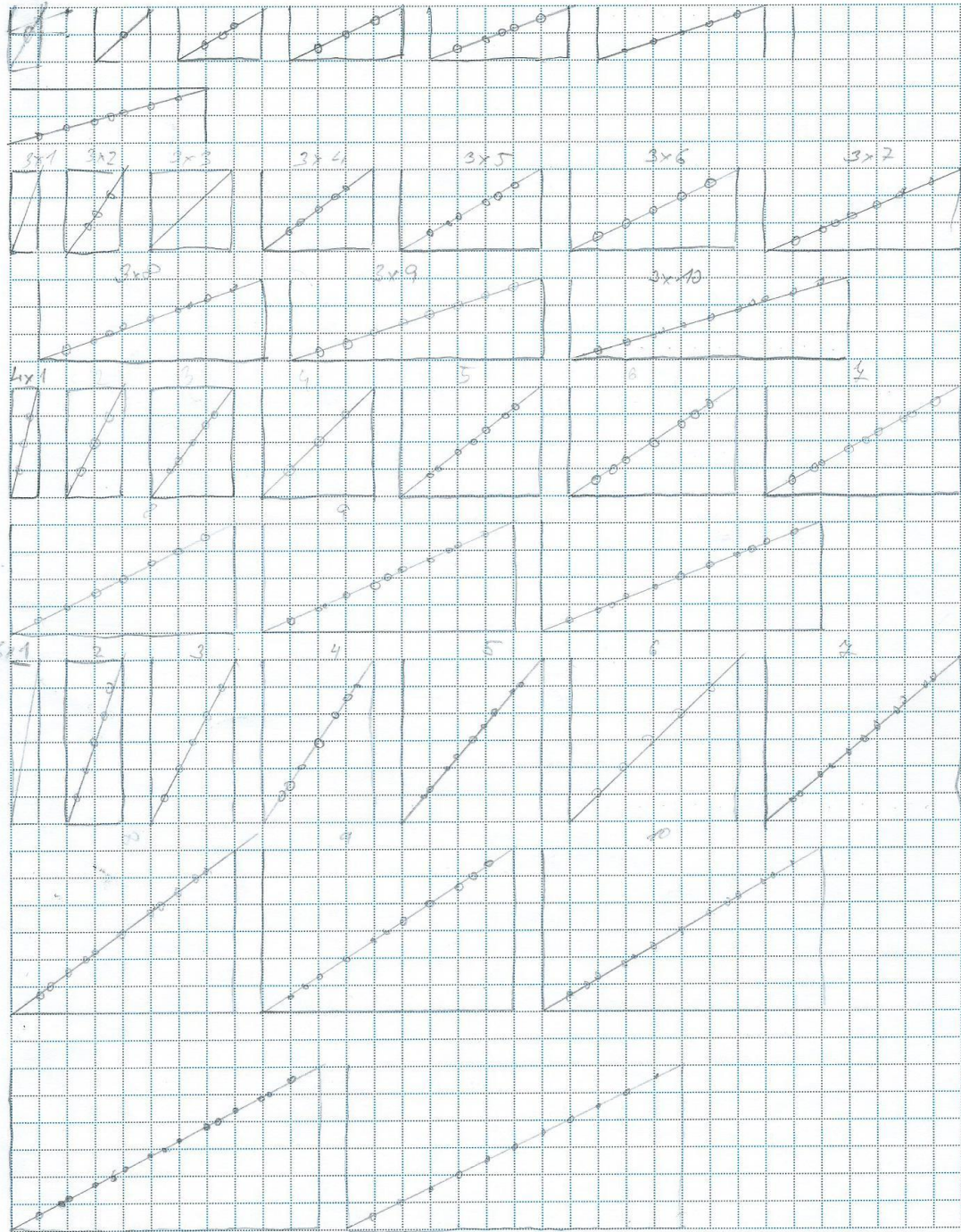
	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	X	3	X	5	X	7	X	9
3	3	X	5	6		8	9	
4	X	5	X	7	X	9	X	11
5		6	7		9	10	11	12
6					9	X	11	X
7	X	X	X	X	X	11	12	13

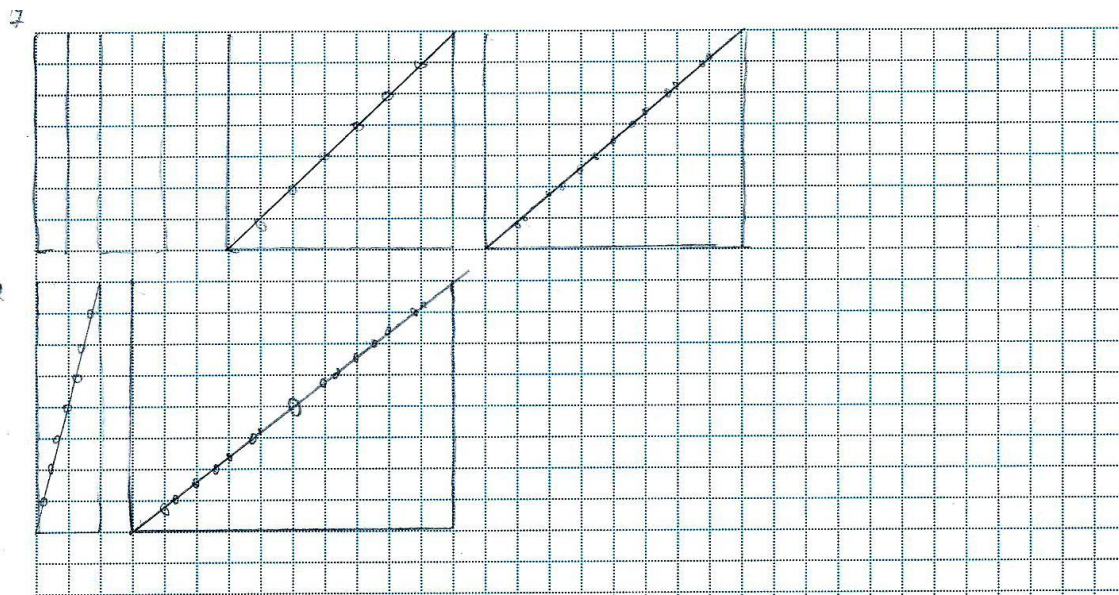
Příloha 11



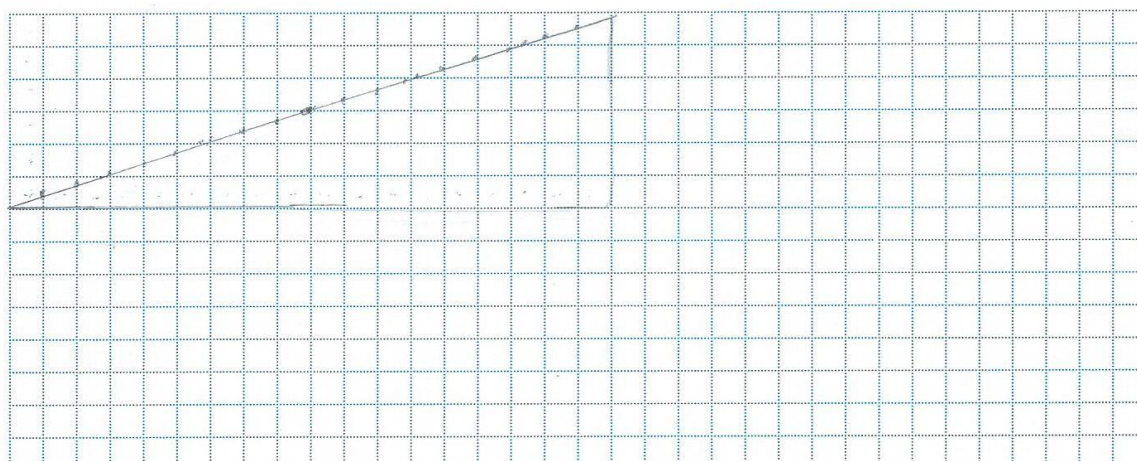
Příloha 12



Příloha 13



Příloha 14



Příloha 16

Pro oddělení 2m: *liska - nesoudělná*
 $2m = m$
soudělná
 $2m = m - 1$

3m: *nesoudělná*
 $3m = m + 1$
soudělná
 $3m = m - 1$

4m: *nesoudělná*
 $4m = m + 2$
soudělná
 $4m = m - 1$
ostatní oddělení
 $4m = m + 1$

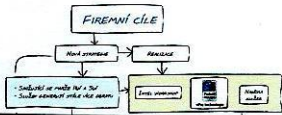
5m: *nesoudělná*
 $5m = m + 3$
soudělná
 $5m = m - 1$

6m: *nesoudělná*
 $6m = m + 4$
soudělná
 $6m = m - 1$

ostatní oddělení
 $m + 3$

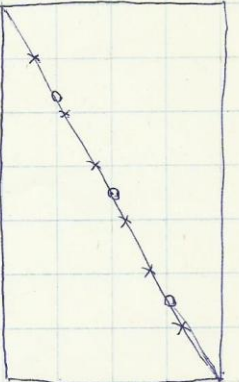
ostatní oddělení
 $m + 2$

7m: *nesoudělná*
 $7m = m + 5$
soudělná
 $7m = m - 1$



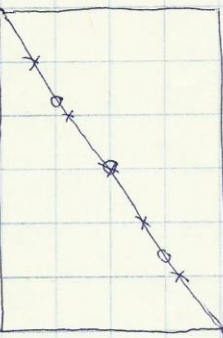
8m: *nesoudělná*
 $8m = m + 6$
soudělná
 $8m = m - 1$

Příloha 17



$m=7$

$n+m-2=9$
 number of 'S' o $n-1=3$
 number of 'V' x $m-1=6$
 $n=4$

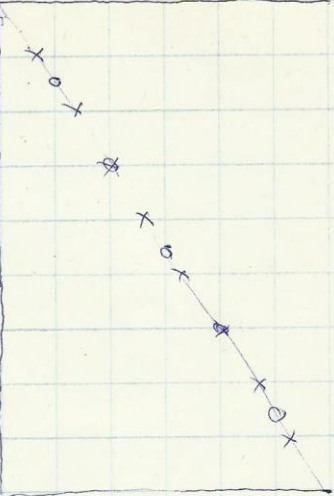


$m=6$

$m-1=3$
 $x \quad m-1=5$
 $m=4$
 $m+m-2=8$
 maximum additional
 values possible?
 $\Rightarrow 7$
 x number of H
 $S+V-H$

Aldehidi $n \times n$
 $S=n-1$ $V=1$

$n+m-2 - (M)$



$m=9$

$n+m-2=9$
 3×2 5×3 $m-1=5$
 $12, 52$
 4×3 4×8